

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Agrita Kovaļska

**Metamodelēšanas pielietojums dinamisku
sistēmu analīzē un optimizācijā**

PROMOCIJAS DARBS

2012

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Transporta un mašīnzinību fakultāte

Mehānikas institūts

Agrita KOVAĻSKA

Doktora studiju programmas „Mašīnbūve” doktorante

**METAMODELĒŠANAS PIELIETOJUMS
DINAMISKU SISTĒMU ANALĪZĒ UN
OPTIMIZĀCIJĀ**

Promocijas darbs

Zinātniskais vadītājs

Dr. sc. ing., profesors

J. AUZIŅŠ



Darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda (ESF) līdzfinansētu projektu
«Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai – 2»

Rīga 2012

ANOTĀCIJA

Promocijas darbs veltīts metamodelēšanas pielietojumam dinamisku sistēmu analīzei un optimizācijai. Izstrādāta metodika dinamisku sistēmu metamodelu veidošanai uz skaitlisko un naturālo eksperimentu bāzes un šo metamodelu pielietošanai daudzkritēriālajā optimizācijā. Metodes būtība ir dinamiskās sistēmas pārejas vai stacionārā procesa vienkāršota modeļa (metamodela) izveide, aprakstot to ar nelielu parametru skaitu. Pēc tam ar skaitlisko un naturālo eksperimentu un moderno neparametrisko aproksimācijas metožu palīdzību tiek izveidots matemātiskais modelis, kurš apraksta pārejas procesa parametru atkarību no sistēmas variējamajiem ieejas faktoriem. Šis modelis tālāk ir izmantojams procesu analīzē un daudzkritēriālajā optimizācijā. Konkrētajā gadījumā kā dinamiska sistēma tiek aplūkots betona paraugu formēšanas vibropresēšanas process. Pirmajā analīzes etapā ar atbildes virsmu metodi tiek izveidots vienkāršots vibrokompaktēšanas pārejas procesa modelis, kura ieejas ir trīs mainīgie vibropresēšanas procesa parametri: f_0 – presēšanas spēks, f_A – spēka amplitūda, ω – vibrēšanas frekvence, bet izejas ir trīs koeficienti, kuri raksturo kompaktēšanās procesu kā laika funkciju. Metamodelu izveidošanai tiek lietots Latīņu Hiperkuba tipa eksperimentu plāns, variējot mainīgos parametrus, izveidotas vairākas paraugu sērijas izmantojot testēšanas mašīnas Instron 8802 un Zwick. Daļa no paraugiem tika testēta SIA „TMB Elements” laboratorijā. Ir izveidoti vibropresēšanas procesu raksturojošie metamodeli, pielietojot kriginga un polinomiālās aproksimāciju metodes. Darbā ir noteikti dinamiskās sistēmas daudzkritēriālās optimizācijas mērķfunkcijas un ierobežojumi. Ir veikta paraugu formēšanas vibropresēšanas procesa parametru multikritēriālā optimizācija, pielietojot Pareto robežvirsmu metodi un programmatūru EDAOpt. Skaitliskie eksperimenti tika validēti ar naturālajiem. Tika konstatēta laba sakritība starp naturālajiem un skaitliskiem eksperimentiem.

ABSTRACT

Doctoral thesis is dedicated to meta-modeling application for dynamic system analysis and optimization. There has been developed methodology for a dynamic system meta-modeling formation on numeric and natural experiment basis and to make use of meta-modeling in multiobjective action. Method is a dynamic system of transition or stationary process simplified model (metamodel), describing it in a small number of parameters. Afterwards a mathematical model was designed with a help of combination of numeric and natural experiment and the approximation of non-modern parametrical methods; it describes the transition process parameter dependence on the system variable entry factors. The model hereinafter is used for process analysis and in multiobjective optimization. The particular case as a dynamic system examines model for concrete moulding vibropressing process. The first analysis phase includes creation by the response surface method of a simplified vibropressing transition process model where the inputs are three variables vibropressing process parameters: f_0 -pressing force, f_A -power amplitude, ω -vibration frequency, but outputs are three factors which characterize compact process as a function of time. Metamodel is used to create the type of experimental design by Latin hypercube, varying variables that created several series of samples using the Instron testing machine Zwick 8802. Part of the samples were tested in the laboratory of Ltd. "TMB Elements". It is designed vibropressing process describing metamodels using polynomial approximation and kriging methods. The paper sets out a dynamic system optimization multiobjective purpose functions and limitations. The parameters of samples of vibropressing molding process are used in multiobjective optimization using the Pareto boundary method and software EDAOpt. Numerical experiments were validated with natural. There is a good correlation between the natural and the numerical experiments.

PATEICĪBAS

Vēlos izteikt visdziļāko pateicību savam promocijas darba vadītājam Dr. inž. prof. Jānim Auziņam par idejām, sniegto atbalstu, pacietību un iespēju izstrādāt šo darbu.

Vēlos pateikties Mehānikas institūta kolektīvam par sadarbību un sniegto atbalstu, un Mašīnu un mehānismu dinamikas zinātniski pētnieciskās laboratorijas kolektīvam atsevišķi.

Vēlos izteikt pateicību SIA „TMB Elements” kolektīvam par sadarbību un sniegto palīdzību laboratorijas apstākļos.

Īpašu pateicību izsaku RTU Betona mehānikas laboratorijas pētniekam Mārim Eidukam par sniegto palīdzību eksperimentu laikā.

Visbeidzot vēlos pateikt PALDIES manai ģimenei un draugiem par nenovērtējamo atbalstu un bezgalīgo pacietību.

SATURS

ATTĒĻU SARAKSTS.....	7
TABULU SARAKSTS.....	9
IEVADS	10
1. LITERATŪRAS APSKATS	13
1.1. Metamodelēšana	13
1.1.1. Naturālo eksperimentu plānošana.....	16
1.1.2. Datoreksperimentu plānošana	21
1.1.2.1. Telpas aizpildes plāni.....	24
1.1.2.2. Latīņu hiperkubu plāni.....	25
1.1.3. Eksperimentu analīze.....	27
1.1.3.1. Parametriskās un neparametriskās aproksimācijas metodes.....	29
1.1.3.2. Galvenās aproksimācijas metodes.....	30
1.2. Inversā metamodelēšana	34
1.3. Optimizācijas metodika	37
1.3.1. Daudzkriterālās optimizācijas uzdevumu formulējuma vispārīgā forma.....	41
1.3.2. Pareto optimums.....	41
1.4. Dinamiskās sistēmas izvēle.....	45
1.5. Augstas stiprības betona tehnoloģijas un to attīstības perspektīvas.....	48
1.6. Beramu materiālu vibropresēšanas tehnoloģijas apskats.....	52
1.7. Promocijas DARBA MĒRĶIS UN UZDEVUMA NOSTĀDNE	54
2. EKSPERIMENTU PLĀNOŠANA UN ANALĪZE	55
2.1. Vibropresēšanas procesa modelis	55
2.2. Naturālo eksperimentu plānošana	57
2.3. Eksperimentālais aprīkojums	58
2.4. Eksperimentālā aprīkojuma izstrāde	62
2.5. Sagraušana	64

2.6. Rezultātu apstrādes gaita.....	66
2.7. Paraugu sēriju izturības apstrāde:	66
2.8. Nodaļas kopsavilkums	69
3. METAMODEĻU PIELIETOJUMS DINAMISKĀS SISTĒMAS ANALĪZĒ	71
3.1. Metodika	71
3.2. Metamodeļu izveide kompaktēšanas procesa parametru atkarībai no tehnoloģiskā procesa parametriem	74
3.3. Vibropresēšanas procesa parametru ietekme uz paraugu izturību.....	76
3.4. Betona paraugu izturības atkarība no blīvuma.....	78
3.5. Metamodeļu izveide paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc polinomiālās regresijas aproksimācijas metodes	81
3.12. att. Polinomiālās regresijas aproksimācijas raksturlielumi.....	84
3.6. Polinomiālās regresijas aproksimācijas modeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem.....	86
3.7. Metamodeļu izveide paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc Kringinga aproksimācijas metodes	94
3.8. Nodaļas kopsavilkums	98
4. DAUDZKRITERIĀLĀS OPTIMIZĀCIJAS PIELIETOJUMS, IZMANTOJOT METAMODELĒŠANAS PIEEJU	100
4.1. Daudzkriteriālās optimizācijas mērķfunkciju un ierobežojumu noteikšana	100
4.2. Divu kritēriju optimizācijas uzdevuma atrisinājuma Pareto robeža	103
4.3. Trīs kritēriju optimizācijas uzdevuma atrisinājuma Pareto virsma.....	106
4.4. Nodaļas kopsavilkums	108
5. DINAMISKU SISTĒMU ANALĪZES UN OPTIMIZĀCIJAS METODIKA, LIETOJOT METAMODELĒŠANAS PIEEJU	110
SECINĀJUMI	115
LITERATŪRAS SARAKSTS	116

ATTĒLU SARAKSTS

1. att. Promocijas darba struktūrshēma.....	12
1.1. att. Vispārējā metamodelēšanas ideja.....	14
1.2. att. Vispārējā metamodelēšanas struktūrshēma.....	16
1.3. att. Idealizēta melnā kaste ar d ieejām un vienu izeju.....	16
1.4. att. Regulārs režģis vienības kvadrātā	19
1.5. att. Pirmie Latīņu Hiperkuba tipa plāni no [6].....	25
1.6. att. Šūnas Latīņu hiperkuba iztvērumam (1, 2), (2, 3), un (3, 1).....	26
1.7. att. Interpolācijas gadījums (punkts 1) un ekstrapolācijas gadījums (punkts 2).....	28
1.8. att. Inversās metamodelēšanas metodes shēma.....	35
1.9. att. Kopa ar iekšējo punktu x	35
1.10.att. Divu argumentu funkcijas grafiks	39
1.11. att. Lokālie un globālie ekstrēmi divdimensiju funkcijai.....	40
1.12. att. Pareto robeža divu kritēriju optimizācijā.....	43
1.13. att. Pareto robežas kompromisu risinājumi.....	44
1.14. att. Pareto virsma trīsdimensiju telpā.....	45
1.15. att. Sistēmas shēma: x_1, x_2, x_3 – ieejas, y_1, y_2, y_3 – izejas.....	46
1.16. att. Beramā materiāla dažāda lieluma sastāvdaļu jeb graudu kompaktēšanas.....	53
2.1.att. Vibropresēšanas procesa vizuālizācija.....	57
2. 2. att. Eksperimentu plāna ievaddatu robežnosacījumi, kas izveidoti iekš programmatūras EDAOpt.....	58
2.3. att. Eksperimentu plāns, sastādīts pēc Latīņu Hiperkuba metodes.....	58
2.4. att. Betona presforma, pielāgota Instron 8802 mašīnai.....	59
2.5. att. Testēšanas iekārtas Instron 8802 hidrožokļos iestiprinātais testēšanas cilindrs (presforma).....	59
2.6. att. Testēšanas mašīnā Instron 8802 uzformētie betona cilindru paraugi.....	60
2.7. att. Betona maisījums.....	61
2.8. att. Ar programmatūras SolidWorks palīdzību uzprojektēta presforma: a – presforma salikta, b – presformas šķērsriezums, c – presforma izjaukta	63
2.9. att. Testēšanas mašīna Zwick ar izveidoto presformu iestiprinātu mašīnas žokļos:	

a – ar paceltu virzuli, b – ar nolaisto virzuli darba režīmā.....	63
2.10. att. Testēšanas mašīnā Zwick uzformētie betona cilindru paraugi.....	64
2.11. att. Paraugu sagraušanas iekārta (pa kreisi) un parauga izskats pirms (pa labi augšā) un pēc (pa labi apakšā) sagraušanas eksperimenta.....	65
2.12. att. Paraugu izturība.....	66
2.13. att. Paraugu izturības vidējās vērtības.....	68
2.14. att. Atlasīto paraugu izturība.....	68
2.15. att. Nodaļas izstrādātas metodoloģijas posma algoritms.....	70
3.1. att. Uz metamodeļiem balstītas optimizācijas veidi. a – divu soļu metodes, b – viena soļa jeb adaptīvās metodes, c – adaptīvā eksperimentu plānošanas metode.....	73
3.2. att. Parauga formēšanas līkne.....	74
3.3. att. Parauga kopmaktēšanas līkne un aproksimēta līkne.....	75
3.4. att. Presēšanas spēka ietekme uz paraugu izturību.....	76
3.5. att. Spēka amplitūdas ietekme uz paraugu izturību.....	77
3.6. att. Frekvences ietekme uz paraugu izturību.....	78
3.7. att. Betona paraugu izturība atkarībā no blīvuma.....	79
3.8. att. Blīvuma atkarība no presēšanas spēka pēc Ahverdova analīzes.....	80
3.9. att. Blīvuma atkarība no presēšanas spēka testējamiem paraugiem.....	80
3.10. att. Atlikumu histogramma.....	81
3.11. att. Atlikumu sadalījuma histogramma.....	82
3.12. att. Polinomiālās regresijas aproksimācijas raksturlielumi.....	84
3.13. att. Fiksētais parametrs: slodze (a - min, b - vid, c - max).....	84
3.14. att. Fiksētais parametrs: amplitūda (a - min, b - vid, c - max).....	85
3.15. att. Fiksētais parametrs: frekvence (a - min, b - vid, c - max).....	86
3.16. att. atlikumu izkārtojums atkarībā no: a) vibropresēšanas procesa svārstību frekvences, b) spēka amplitūdas, c) presēšanas spēka un d) paraugu izturības.....	88
3.17. att. Atlikumu histogramma.....	94
3.18. att. Atlikumu sadalījuma histogramma.....	95
3.19. att. Kriginga aproksimācijas raksturlielumi.....	95
3.20. att. Fiksētais parametrs: amplitūda (a - min, b - vid, c - max).....	96

3.21. att. Fiksētais parametrs: slodze (a - min, b - vid, c - max).....	96
3.22. att. Fiksētais parametrs: frekvence (a - min, b - vid, c - max).....	97
3.23. att. Nodaļas izstrādātas metodoloģijas posma algoritms.....	99
4.1. att. Betona javas blīvs (a) un vaļīgs (b) kompaktējums [75].....	101
4.2. att. Betona parauga izturības pārbaudes tests.....	102
4.3. att. Betona javas sastāva izejvielas.....	103
4.4. att. Pareto robeža divu kritēriju plaknē.....	104
4.5. att. Pareto robežas analīze.....	105
4.6. att. Pareto virsma trīs kritēriju telpā.....	106
4.7. att. Pareto virsmas analizēšana.....	107
4.8. att. Nodaļas izstrādātas metodoloģijas posma algoritms.....	109
5.1. att. Metamodelēšanas pielietojuma algoritms dinamisku sistēmu analīzē un optimizācijā.....	111

TABULU SARAKSTS

2.1. tabula: Presformas stiprības aprēķins.....	62
3.1. tabula: ANOVA matrica.....	89
3.2. tabula: Aproximācijas koeficientu matrica.....	90
3.3. tabula: Dispersijas analīzes rezultātu tabula.....	92

IEVADS

Metamodelēšana ir jauns zinātniskais virziens skaitliskajā mehānikā (*computational mechanics*) ar pielietojumu mašīnzinātnē un mehānikā. Šī metode ļauj iegūt informāciju par pētāmā objekta struktūru, analizējot tikai šī objekta (mašīnas, mehānisma, tehnoloģiskā procesa) reģistrētos izejas mērījumus un identificējot gan objekta matemātisko modeli, gan tā ieejas parametru vērtības, pielietojot gan naturālos eksperimentus, gan datoreksperimentus ar dažādām matemātiskās modelēšanas programmām (ANSYS, ADAMS, LSDYNA u.c.).

Darba tematika ir saistīta ar agrāk izpildītajiem RTU Mehānikas institūta Mašīnu un mehānismu dinamikas problēmu zinātniskās laboratorijas darbinieku veiktajiem pētījumiem Izglītības un Zinātnes ministrijas, Latvijas zinātnes padomes un starptautiskajiem ES 6. un 7. ietvarprogrammas zinātniskajiem projektiem (Aurora, COCOMAT, INTERSHIP, FRIENDCOPTER u.c.).

Darba ietvaros ir attīstīta RTU izstrādāto eksperimentālās mehānikas un modelēšanas metodoloģija, pielietojot to būvmateriālu ražošanas – betona formēšanas vibropresēšanas tehnoloģijas analīzē un dažādu tās elementu optimizācijā.

Promocijas darba mērķis ir dinamisku sistēmu eksperimentālas optimizācijas metodikas izstrāde, kā piemēru aplūkojot betona vibropresēšanas tehnoloģiju.

Pirmajā nodaļā ir apkopota informācija par metamodelēšanas metodiku, kurā ietilpst eksperimentu plānošana, metamodeļu izveide, izmantojot aproksimācijas tehnikas, rezultātu analīze. Ir aplūkota optimizācijas uzdevumu nostādne, ka arī daudzkriteriālās optimizācijas atrisinājumu iespējas. Ir izvēlēta dinamiskā sistēma, kurai tiks pielietota metamodelēšanas metodika.

Otrajā nodaļā ir izveidots dinamiskās sistēmas metamodelis, izstrādāts eksperimentu plāns. Izpildīti plānam atbilstošie eksperimenti. Visi eksperimenta laikā iegūtie dati apstrādāti ar mērķi izslēgt tos rezultātus, kas satur rupju kļūdu.

Trešajā nodaļā ir izklāstīta metodika, pēc kuras tiek būvēti dinamiskā procesa metamodeļi un veikta multikriteriālā optimizācija. Vispirms tika izveidots metamodelis, kas atspoguļo kompaktēšanas procesa parametru atkarību no tehnoloģiskā procesa parametriem. Tika piemeklētas analītiskas izteiksmes un to koeficienti, kas vistuvāk pielāgo šo metamodeļi reālajam procesam. Tad tiek aplūkota katra vibropresēšanas procesa mainīgā parametra

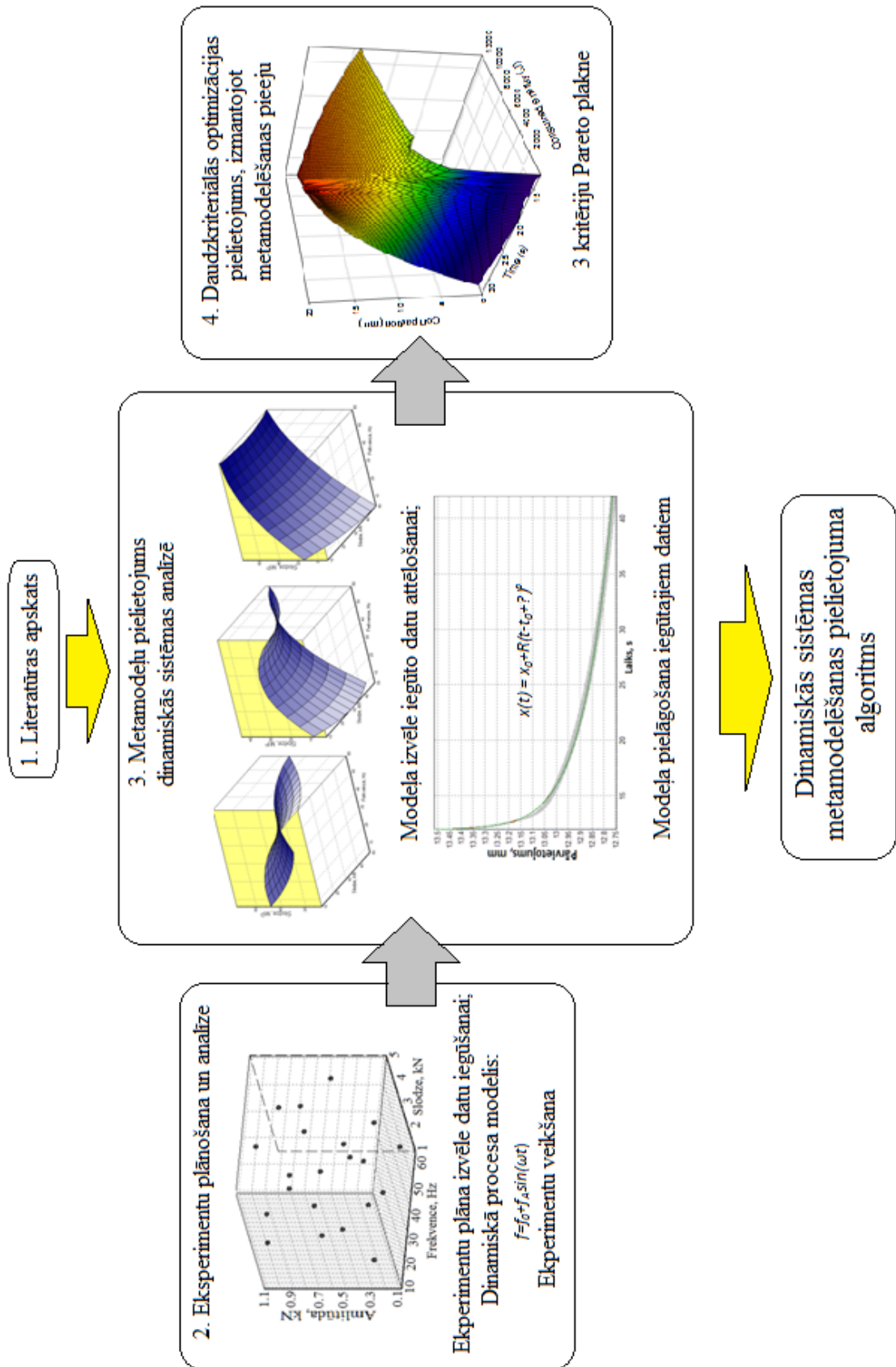
ietekme uz iegūto paraugu izturību. Ir sarēķinātas paraugu blīvuma vērtības. Ar programmatūras EDAOpt palīdzību ir izveidoti metamodeļi paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc kvadrātiskās polinomiālās regresijas un kriginga aproksimācijas metodēm.

Ceturtajā nodaļā ir risināti dinamiskās sistēmas – vibropresēšanas procesa multikriteriālās optimizācijas uzdevumi. Ir iegūtas Pareto atbildes robežvirsmas.

Secinājumos ir aprakstīts izstrādātais metamodelēšanas pielietojuma algoritms dinamisku sistēmu optimizācijai.

Promocijas darba struktūrshēmu var aplūkot 1. attēlā.

PROMOCIJAS DARBA STRUKTŪRSHĒMA



1. att. Promocijas darba struktūrshēma

1. LITERATŪRAS APSKATS

Šajā nodaļā ir apkopota informācija par metamodelēšanas metodiku, kurā ietilpst eksperimentu plānošana un analīze, ir aplūkotas vairākās aproksimācijas tehnikas. Ir aplūkota optimizācijas uzdevumu nostādne, optimizācijas metodika, kā arī daudzkriteriālās optimizācijas atrisinājumu iespējas. Ir izvēlēta dinamiskā sistēma, kurai tiks pielietota metamodelēšanas metodika. Par dinamisko sistēmu ir izvēlēts betona paraugu formēšanas vibropresēšanas process. Aplūkojamās dinamiskās sistēmas eksogēnie parametri ir vadāmie un endogēnie parametri ir gan sagaidāmie, gan gadījuma.

Lai iepazītos ar pētāmās dinamiskās sistēmas raksturu, dots neliels ieskats par betona struktūru un īpašībām.

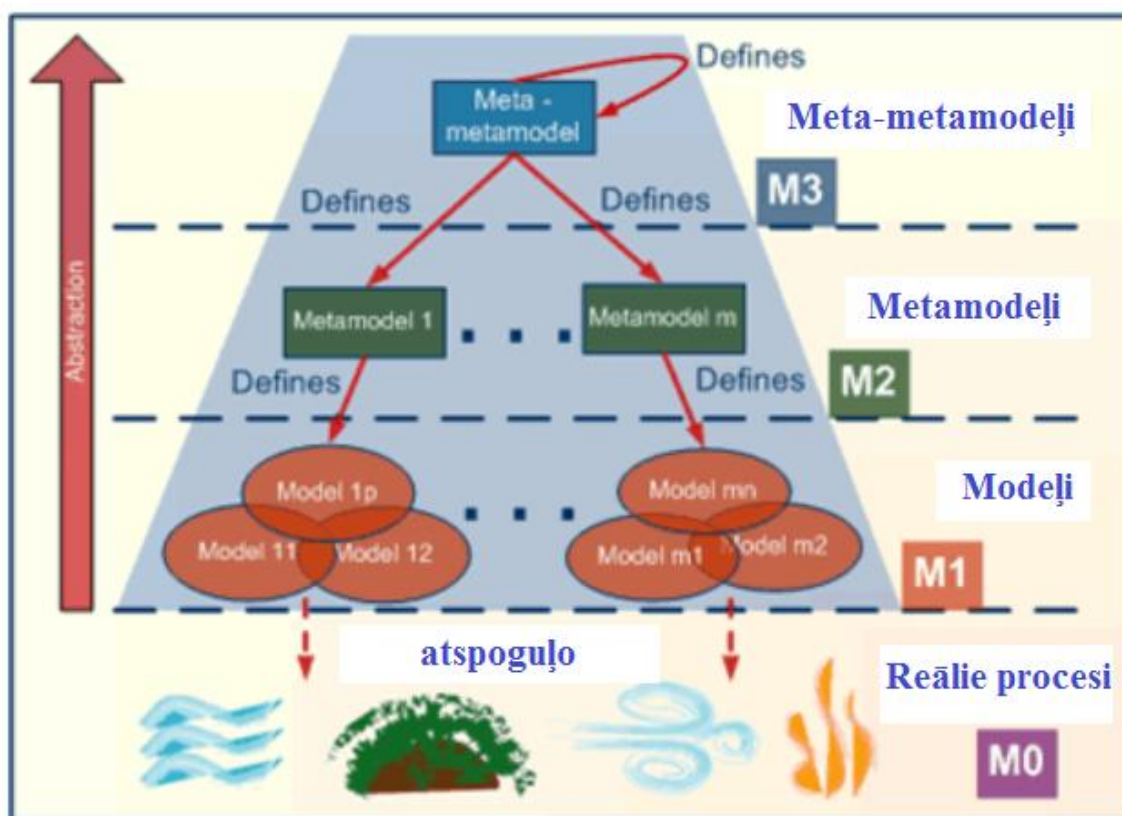
1.1. Metamodelēšana

Lai vienkāršotu sarežģītos skaitliskos modeļus, pēdējo pāris desmitgadu laikā tiek izmantotas aproksimācijas metodes jeb metamodeli. Metamodelēšana (surogātmodelēšana) ļauj ietaupīt projektēšanas laiku un iegūt nozīmīgus priekšstatus par kādu sarežģītu procesu vai sistēmu. Lai atrastu labāku vai labu inženiera risinājumu, ir nepieciešama projekta optimizācija, kuras gaitā no dažādiem alternatīviem risinājumiem tiek izvēlēts labākais attiecībā pret kādu kritēriju. Inženieru problēmu optimizācijas uzdevumi bieži ir sarežģīti, jo nākas saskarties ar nelineārām problēmām, kas pakļautas virknei ierobežojumu. Šādiem globālās optimizācijas uzdevumiem ir nepieciešama daudzkārtēja kritēriju vai ierobežojumu skaitļošana, kas bieži ir ļoti sarežģīts un skaitļošanas ziņā darbietilpīgs process. Gandrīz visiem reālajiem inženieru projektiem ir jābūt optimāliem nevis pēc viena noteikta kritērija, bet pēc vairākiem, bieži savstarpēji konkurējošiem, kritērijiem. Šādos gadījumos ir jārisina daudzkriteriālās optimizācijas uzdevums (*Multi Objective Optimization, MOO*). Šādas analīzes un optimizācijas uzdevumus sauc par Multidisciplinārās optimizācijas uzdevumiem (*Multidisciplinary Optimization, MDO*) un katras disciplīnas uzdevums var saturēt sarežģītus un darbietilpīgus aprēķinus. Praktiskiem inženierisicinājumiem jābūt ne tikai optimāliem, bet arī robustiem (mazjutīgiem) pret mazām izmaiņām projektētās sistēmas parametros vai

apkārtējās vides īpašībām. Projektētās sistēmas robustuma novērtēšanai, izmanto robustu projekta optimizāciju uzdevumus [73].

Attēlā 1.1. ir parādīta vispārējā metamodelēšanas ideja, kur M0 līmenis ir reālie procesi dabā vai tehnikā [3], [9].

Visi iespējamie modeļi, kas var raksturot šos procesus, atrodas M1 līmenī. Bieži šādu procesu analīze ir laikietilpīgs un sarežģīts process.



1.1. att. Vispārējā metamodelēšanas ideja [18]

Tāpēc šādi modeļi tiek nodefinēti ar svarīgākajiem parametriem, veidojot metamodeļus, jeb vienkāršotus modeļus (surogātmodeļus). Metamodeļi nosaka, cik precīzi ir aprakstīts esošais modelis. Metamodeļi atrodas shēmā līmenī M2. M3 līmenī atrodas meta-metamodeļi, kas ir metamodeļa modeļi, kurus izmanto, lai definētu citus metamodeļus un vēl vairāk vienkāršotu kādu modeli [18].

Metamodeļu izmantošanas galvenās priekšrocības ir [30] iespējas modelēt un saprast

ieejas un izejas parametru savstarpējo saistību. Metamodeli ļauj izpētīt projekta mainīgo telpu, nojaust projekta kompromisus, modificēt ierobežojumus un nepieciešamības gadījumā pārformulēt optimizācijas uzdevumu, vizualizēt atbildes virsmas. Metamodelēšanas pieeja ļauj izmantot ātras optimizācijas procedūras, veikt globālo, daudzkriteriālo, multidisciplināro optimizāciju. Ar metamodelēšanas palīdzību ir vieglāk integrēt dažādu disciplīnu un, iespējams, izklieģtus vai paralēlus aprēķinus, kuri bieži balstīti uz patentētiem standartiem.

Metamodeļu pielietošana projektu optimizācijā parasti sastāv no četriem etapiem:

1. Efektīva eksperimentu plāna izvēle.

Eksperimentu plānošana ir process, kura rezultātā izvēlas optimālu eksperimentu plānu. Katrs eksperiments (skaitlisks vai fizisks) ir saistīts ar noteiktām izmaksām, tādēļ ir nepieciešams izvēlēties efektīvu eksperimentēšanas stratēģiju, kura ar pēc iespējas mazākām izmaksām ļauj iegūt pēc iespējas vairāk informācijas par pētāmo procesu. Efektīvā eksperimentēšanas stratēģijā nepieciešamo eksperimentālo punktu skaits ir pēc iespējas mazāks un to izvietojums ir tāds, ka no eksperimentiem iegūtā informācija ir pēc iespējas pilnīgāka.

2. Korekta matemātiskā modeļa izvēle, lai spētu aproksimēt eksperimentu datus (atbildes) un aprakstīt procesa ieeju un izeju sakarību.

Aproksimācijas metodes lieto, lai sarežģītu modeli aizstātu ar vienkāršāku, kas labi apraksta sarežģītā modeļa īpašības. Eksperimentu apstrādē aproksimācijas izmanto, lai spētu prognozēt procesa ieeju un izeju sakarības ieejas datu vērtībām, pie kurām eksperimenti nav veikti. Ja procesa izejas ir diskrēti mainīgie tad aproksimāciju izveidošana ir klasifikācijas uzdevums, ja procesa izejas ir nepārtraukti mainīgie un ir zināma vai pieņemta analītiska eksperimentu atbildes funkcija ar nezināmiem koeficientiem (regresijas funkcija), tad to sauc par regresijas analīzi [63].

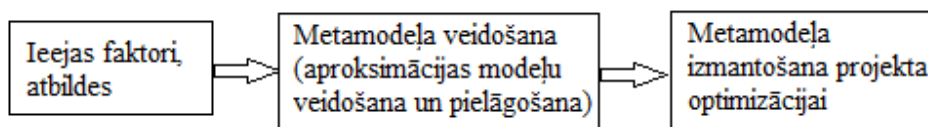
3. Aproksimāciju (metamodeļu) pielāgošana (*model-fitting*).

Šajā etapā pielāgo izvēlēto modeli eksperimentālajiem datiem, tā, lai tas pēc iespējas labāk atspoguļotu pētāmā procesa īpašības (ieeju un izeju sakarību). Te ietilpst arī metamodeļa validācija, kurā pārlicinās, ka aproksimācijas ir korektas attiecībā pret kādu aproksimācijas kvalitātes mēru. Kopumā pirmais etaps ir nepieciešams, lai izveidotu otrajā etapā metamodeli un, lai trešajā etapā to pielāgotu pēc iespējas tuvāk procesam.

4. Aproksimāciju izmantošana ātrai optimizācijas procedūrai.

Visbeidzot pēdējā, ceturtajā etapā izveidoto metamodeli var izmantot projekta vai procesa optimizācijai. Praktiskos projektēšanas uzdevumos bieži metamodelēšanas procesu iteratīvi atkārtoti [33].

1.2. attēlā var apskatīt vispārējo metamodelēšanas struktūrshēmu, kuras augstāk minētie otrais un trešais etapi apvienoti vienā blokā.



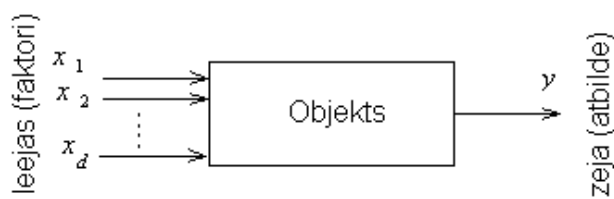
1.2. att. Vispārējā metamodelēšanas struktūrshēma

1.1.1. Naturālo eksperimentu plānošana

Eksperimentu plānošanas pamatmērķis ir iegūt pietiekami precīzus rezultātus ar minimālām izmaksām. Taču augstākas precizitātes iegūšanai nepieciešams palielināt eksperimenta mēģinājumu skaitu, kas savukārt palielina izmaksas. Tādējādi, plānojot un veicot eksperimentus, faktiski rodas optimizācijas uzdevums.

No metodiskā viedokļa eksperimentus var realizēt divējādi. Var mainīt tikai vienu no faktoriem, kamēr visi pārējie, kas ietekmē procesu, tiek saglabāti konstanti. Tādu pieeju sauc par viena faktora eksperimentiem un tā neļauj novērtēt faktoru savstarpējo ietekmi. Otrajā pieejā tiek vienlaicīgi mainīti visi faktori, kas ietekmē procesu. Šī ir *daudzfaktoru* eksperimentu plānošanas pieeja un tā ļauj novērtēt faktoru savstarpējo ietekmi un samazināt eksperimentu kopējo mēģinājumu skaitu. Rezultātā iespējams iegūt objekta atbildes (izejas) funkcionālo atkarību no visiem faktoriem (ieejām) $y = f(x_1, x_2, \dots, x_d)$, kas ir ļoti būtiski.

Visvienkāršākajā gadījumā pētāmais objekts var tikt uzskatīts par sekojošu *melno kasti* (sk. attēlu 1.3.).



1.3. att. Idealizēta melnā kaste ar d ieejām un vienu izeju

Tā ieejas tiek sauktas par faktoriem, bet izeju sauc par atbildi. Izpētes mērķis ir objekta modeļa, respektīvi, atbildes funkcijas iegūšana:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_d) \quad (1.1)$$

Koordinātu telpa ar x_1, x_2, \dots, x_d koordinātām tiek saukta par *faktoru telpu*, bet atbildes funkcijas ģeometrisko attēlu faktoru telpā - par *atbildes virsmu*. Determinēto vienādojumu (1.1) statistikā sauc par *regresijas vienādojumu*. Eksperimenta laikā katrs faktors var pieņemt vienu no vairākām fiksētām vērtībām, kuras sauc par *līmeņiem*. Līmeņi mēdz būt kvantitatīvi vai kvalitatīvi. Kvalitatīvos līmeņus bieži vien iespējams reducēt uz kvantitatīvajiem. Visu faktoru noteiktu līmeņu kombināciju kopums nosaka vienu no objekta iespējamajiem stāvokļiem. Faktoru līmeņu iespējamo kombināciju kopa nosaka dotā objekta stāvokļu kopu un, respektīvi, dažādu iespējamo eksperimenta mēģinājumu skaitu (atšķirīgo mēģinājumu summāro skaitu):

$$n = p^d \quad (1.2)$$

kur p ir faktoru līmeņu skaits,

d ir faktoru skaits.

Lai vienkāršotu objekta modeli un samazinātu faktoru telpu, parasti vispirms cenšas atņemt nost mazāk būtiskos faktorus. Faktoriem jābūt vadāmiem, neatkarīgiem un savietojamiem. Tas nozīmē, ka faktori nevar būt funkcijas no citiem faktoriem, jābūt iespējai piešķirt faktoram izvēlētos līmeņus neatkarīgi no citu faktoru līmeņiem, visām faktoru līmeņu kombinācijām jādod objekta realizējama atbildi.

Uzsākot eksperimentu, nepieciešams izvēlēties tā plānu, respektīvi, jānosaka kādas faktoru līmeņu kombinācijas un kādā secībā ir jārealizē. Šis ir ļoti svarīgs etaps, jo tajā faktiski tiek ierobežota regresijas modeļu klase, starp kurām tiks meklēts konkrētā objekta modelis. Respektīvi, nepieciešams uzdot meklējamā modeļa vispārīgo veidu: lineārs, nelineārs ar savstarpējās mijiedarbības efektiem, kvadrātisks, u.tml. Par matemātisko modeli visbiežāk izvēlas zemas kārtas (1 līdz 3) polinomu, ar kuru tiek aproksimēta nezinām funkcija

(1.1), piemeklējot atbilstošus koeficientus. Pieņemsim, ka šī nezināmā funkcija ir kvadrātisks polinoms:

$$y = \alpha_0 + \sum_{j=1}^d \alpha_j x_j + \sum_{u=1}^{d-1} \sum_{j=u+1}^d \alpha_{uj} x_u x_j + \sum_{j=1}^d \alpha_{jj} x_j^2. \quad (1.3)$$

Tā kā reālam objektam vienmēr eksistē arī nevadāmi un nekontrolējami mainīgie (piem., vides faktori), tad y izmaiņām ir gadījuma raksturs. Tāpēc, apstrādājot eksperimentālos datus, tiek iegūti regresijas iztvērums koeficienti $a_0, a_j, a_{uj}, a_{jj}, \dots$, kuri ir faktisko koeficientu $\alpha_0, \alpha_j, \alpha_{uj}, \alpha_{jj}, \dots$ novērtējumi. No eksperimentiem iegūtais regresijas vienādojums var tikt pierakstīts sekojoši:

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^d a_j x_j + \sum_{u=1}^{d-1} \sum_{j=u+1}^d a_{uj} x_u x_j + \sum_{j=1}^d a_{jj} x_j^2, \quad (1.4)$$

kur a_0 koeficients tiek saukts par regresijas vienādojuma brīvo locekli,

a_j koeficients - par lineārajiem efektiem,

a_{uj} koeficients - par pāru mijiedarbības efektiem,

a_{jj} - par kvadrātiskajiem efektiem.

Eksperimentējot tiek realizētas dažādas faktoru līmeņu kombinācijas. Faktori parasti ir atšķirīgi fizikāli lielumi ar atšķirīgām mērvienībām. Tāpēc faktoru līmeņus parasti normē, lai vienkāršotu rezultātu pierakstu un apstrādi. Objekta izejas mainīgā apgabala vidum atbilst noteikta faktoru līmeņu kombinācija. Šie faktoru līmeņi tiek pieņemti kā pamata (izejas, nulles, sākuma) līmeņi. Eksperimentu plāna izveidošana reducējas uz faktoru variēšanas intervāla izvēli, t.i., tādu eksperimentālo punktu izvēli, kuri ir simetriski attiecība pret pamata līmeni. Bieži eksperimenti tiek veikti tikai uz diviem līmeņiem un tiek saukti par 2^d tipa eksperimentiem. Šādu eksperimentu gadījumā faktoru līmeņi sakrīt ar dotā faktora pētāmā apgabala robežām $(x_{j_{\min}}, x_{j_{\max}})$. Katram faktoram varam rakstīt sakarības:

$$x_j^0 = \frac{x_{j\min} + x_{j\max}}{2}, \quad j = 1, \dots, d, \quad (1.5)$$

$$\Delta x_j = \frac{x_{j\max} - x_{j\min}}{2}, \quad j = 1, \dots, d \quad (1.6)$$

Punkts ar koordinātām $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_d^0)$ tiek saukts par *plāna centru*, Δx_j - variēšanas pusintervāls faktoram x_j . Katram faktoram ir sava Δx_j vērtība. Summējot Δx_j pie pamata līmeņa, iegūstam augšējo, bet atņemot – iegūstam apakšējo faktora līmeni. Pāriesim no koordinātu x_1, x_2, \dots, x_d sistēmas uz jaunu bezizmēra koordinātu $x_1^*, x_2^*, \dots, x_d^*$ sistēmu, izmantojot sekojošu lineāru koordinātu transformāciju:

$$x_j^* = \frac{x_j - x_j^0}{\Delta x_j}, \quad j = 1, \dots, d, \quad (1.7)$$

kur x_j^* ir j -tā faktora normētā vērtība;

x_j - naturālā vērtība $x_j = x_j^0 \pm \Delta x_j$,

x_j^0 ir pamata līmeņa naturālā vērtība.

Visu normēto faktoru augšējais līmenis ir +1 un apakšējais līmenis ir -1 ($-1 \leq x_j^* \leq 1$), plāna centra koordinātas vienādas ar nulli un sakrīt ar koordinātu sākumu. Šādu normēto plānu telpu sauc par d -dimensionālu kubu $[-1, 1]^d$. Te jāpiezīmē, ka daudzos gadījumos, sevišķi datoreksperimentu analīzē un Montekarlo metodē bieži tiek lietota normalizētā plānu telpa vienības kuba veidā $[0, 1]^d$. Vienības kubā arī parasti tiek skaitļotas eksperimentu plānu kvalitātes kritēriju vērtības. Koordinātu transformācija uz vienības kubu un atpakaļ ir tikpat vienkārša, kā formula (1.7).

Mainīgo normēšana būtiski vienkāršo eksperimentu plānošanu, objekta modeļa būvēšanu bezizmēra mainīgajos, vienkāršo pašu modeli un tā adekvātuma pārbaudi. Pēc modeļa uzbūvēšanas ar normētajiem faktoriem $y = F^*(\mathbf{x}^*)$ un tā adekvātuma pārbaudes var pāriet atpakaļ pie modeļa ar naturālajiem faktoriem $y = F(\mathbf{x})$, izmantojot sakarību (1.7). Dažkārt

faktoru normēto vērtību $x_1^*, x_2^*, \dots, x_d^*$ telpa tiek saukta par *plāna telpu* (*design space*), savukārt faktoru naturālo vērtību (x_1, x_2, \dots, x_d) telpa – par *darba telpu* (*working space*). Vienkāršības dēļ turpmākajā tekstā zvaigznītes simbolu pie faktoru apzīmējuma normalizētajā bezizmēra telpā nelietosim. Tas, vai mainīgo koordinātas ir bezizmēra telpā $[-1, 1]^d$, $[0, 1]^d$ vai naturālo vērtību telpā, parasti būs saprotams no konteksta. Lietojot eksperimentu plānošanas un analīzes programmatūru, piemēram, Design Expert, EDAOpt vai Minitab, lietotājs parasti faktiski nejūt, ka programma aprēķinos lieto normētus faktorus, bet rezultātu parāda jau dimensionētajā naturālajā eksperimentu telpā.

Pilnā faktoru eksperimenta (PFE) plānošana realizē visas iespējamās faktoru līmeņu kombinācijas. Veicot PFE, nepieciešamo mēģinājumu skaitu n aprēķina ar formulu (1.2). Ja eksperimenti tiek veikti tikai uz diviem faktoru līmeņiem un tiek realizētas visas iespējamās faktoru līmeņu kombinācijas, tad to sauc par 2^d tipa PFE. Tos plaši lieto tādu pozitīvo īpašību dēļ kā simetriskums pret plāna centru, regresijas vienādojumu, kas iegūti no eksperimentiem, koeficientu skaitlisko vērtību neatkarība no pieņemtās regresijas polinoma kārtas (ortogonalitāte), modeļa vienāda precizitāte vienādos attālumos no plāna centra dažādos virzienos (rotabilitāte). PFE parasti lieto pie maza faktoru skaita ($d \leq 5$). Ar 2^d PFE var tikt iegūts adekvāts modelis tikai tad, ja modelis tiešām nesatur faktoru otrās un augstākas pakāpes, proti, šie eksperimentu plāni ļauj noteikt regresijas vienādojuma koeficientu novērtējumus tikai pie lineārajiem un mijiedarbību locekļiem

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^d a_j x_j + \sum_{\substack{u,j=1 \\ u < j}}^d a_{uj} x_u x_j + \sum_{\substack{u,j,l=1 \\ (u < j < l)}}^d a_{ujl} x_u x_j x_l + \dots \quad (1.8)$$

Faktoru mijiedarbība nozīmē, ka viena faktora efekts ir atkarīgs no līmeņa, uz kura atrodas cits faktors, proti, objekta statistiskais raksturojums ir nelineārs. Eksperimenta noteikumus apraksta ar speciālu tabulu - plānošanas matricu, kuras katra rindiņa atbilst viena eksperimenta nosacījumiem.

PFE plānu 2^d matricai piemīt sekojošas īpašības:

$$\sum_{i=1}^n x_{ui} x_{ji} = 0, \quad u \neq j, \quad u, j = 0, \dots, d; \quad (1.9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ji} = 0, \quad j = 1, \dots, d \quad (j \neq 0); \quad (1.10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ji}^2 = n, \quad j = 0, \dots, d, \quad (1.11)$$

kur x_{ji} – j -tā faktora normētā vērtība i -jā mēģinājumā.

Īpašību (1.9) sauc par plānošanas matricas ortogonalitātes īpašību. Tā ievērojami atvieglo modeļa koeficientu aprēķinu [5].

1.1.2. Datoreksperimentu plānošana

Apgabals, kas atbilst tām ievaddatu vērtībām, pie kurām mēs vēlamies analizēt vai modelēt atbildi, tiek saukts par eksperimentālo apgabalu. Katrs punkts šajā apgabalā atbilst noteiktai ievaddatu mainīgo kopai. Tādējādi, eksperimentu plāns ir to punktu specififikācija (uzdošana), uz kuru bāzes mēs vēlamies rēķināt atbildi. Klasiskā eksperimentu plānošanas teorija tika balstīta uz fizisko eksperimentu apstrādi. Šīs metodes tika orientētas uz eksperimentu plānošanu tādā veidā, lai fizisko eksperimentu gadījuma kļūdas ietekme uz kādas konkrētas hipotēzes pieņemšanu vai noraidīšanu būtu pēc iespējas mazāka [73]. Datoreksperimentu un fizisko eksperimentu plānošanas un apstrādes metodes atšķiras. Fiziskajā eksperimentā visbiežāk nav iespējams pilnībā kontrolēt papildus faktoru iespaidu, tas nozīmē, ka atkārtoti novērojumi pie tiem pašiem ievaddatiem dod atšķirīgus rezultātus atkarībā no šo papildus faktoru izmaiņām. Papildus faktoru iespaids var būt nesistemātisks (gadījuma) vai sistemātisks. Nesistemātisks iespaids parasti tiek saukts par gadījuma kļūdu, mērījuma kļūdu vai troksni. Sistemātisks iespaids tiek bieži saukts par sistemātisko kļūdu (*bias*).

Fiziskajiem eksperimentiem pastāv stratēģijas, kā mazināt gan trokšņu, gan sistemātiskās kļūdas iespaidu. Populārākās ir replikācija (atkārtošana), bloķēšana, randomizācija un ortogonalitāte [53]. Bez šiem vispārējiem principiem pastāv arī formālas pieejas eksperimentu plāna izvēlei. Eksperimentu plānošanas pamatprincips ir apsvērt eksperimenta mērķi un attiecīgi izvēlēties piemērotu plānu.

Piemēram, ja datus cenšas aproksimēt ar lineāru modeli – taisnu līniju, tad vajadzētu izvēlēties tādu plānu, kas dotu visprecīzāko (ar vismazāko izkliedi) līnijas slīpuma leņķa novērtējumu, t.i. eksperimenta punkti būtu jāizvieto pētāmā parametra izmaiņas intervāla galapunktos un nav mērķtiecīgi veikt eksperimentus apgabala vidū.

Datoreksperimentiem, atšķirībā no tradicionālajiem fiziskajiem eksperimentiem, nepiemīt gadījuma kļūdas, jo atkārtoti novērojumi ar nemainītu ievaddatu kopu dod identiskas atbildes. Tādējādi replikācijas, bloķēšanas un randomizācijas principi netiek izmantoti datoreksperimentu plānošanā [65]. Nenoteiktība datoreksperimentos rodas, jo nav zināma precīzā funkcionālā sakarība starp ievaddatiem un atbildi, lai gan atbilde var tikt izskaitļota jebkurā brīdī.

Balstoties uz šiem novērojumiem, datoreksperimentu plānošana balstās uz diviem pamatprincipiem:

1. Plāniem nav nepieciešams veikt vairāk kā vienu novērojumu pie jebkuras noteiktas ievaddatu kopas. (Jāņem vērā, ka šis princips pieņem, ka programmatūra laika gaitā nemainās.)
2. Tā kā patiesās sakarības starp atbildi un ievaddatiem veids nav zināms, eksperimentu plāniem būtu jāpieļauj liela daudzuma dažādu modeļu pielietošana, un tiem būtu jāsniedz informācija par visām eksperimentālā apgabala daļām.

Augstāk minētus divus principus pirmais formulēja Vilnis Eglājs (1938-1993) pagājušā gadsimta septiņdesmito gadu sākumā, strādājot Rīgas Politehniskajā institūtā [6].

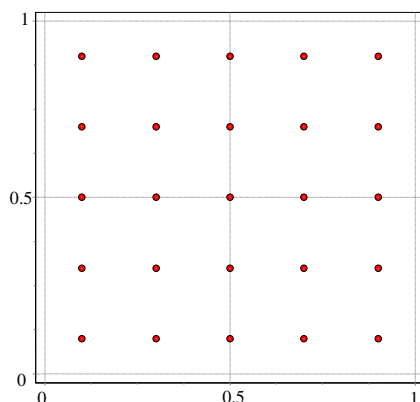
Klasiskie eksperimentu plāni un citi plāni, kas nav telpas aizpildes plāni, koncentrē punktus plāna telpas stūros un malās. Izmantojot šādus plānus, var iegūt sliktas aproksimācijas tajos eksperimentālā reģiona apakšapgabalos, kuru tuvumā ir maz (vai vispār nav) eksperimentu plāna punktu. Otrā principu izmanto, ja ir pamats uzskatīt, ka īstā modeļa interesantās īpašības var tikpat labi parādīties kā vienā, tā jebkurā citā eksperimenta apgabalā, t.i. melnās kastes situācijās, kad nav zināma funkcionālās sakarības forma starp ieejas datiem un atbildi. Šādā situācijā izmanto plānus, kas izvieto mēģinājumu punktus vienmērīgi visā apgabalā. Šādus plānus sauc par telpas aizpildes (*space filling*) plāniem [39],[63]. Darbā [67] ir secināts, ka zinātniskajā literatūrā pastāv kopīgs viedoklis, ka determinētu datoreksperimentu analīzei jāizmanto telpas aizpildes plāni.

Gadījumā, ja tomēr ir pamats pieņemt, ka eksperimentu aproksimācijai ir piemērojami noteikta veida modeļi (piemēram, kvadrātisks vai kubisks polinoms), ir iespējams formulēt specifiskus kritērijus plāna izvēlei un izmantot optimālā plāna pieeju. Tādi ir, piemēram, t.s. alfabētiskie telpas aizpildes plāni [65].

Literatūrā ir aprakstīti vairāki veidi, kā definēt un mērīt eksperimentālās telpas noklājumu vienmērīgumu, un tie ved pie dažādiem telpas aizpildes plānu tipiem. Populārākie telpas aizpildes plāni ir ortogonālie masīvi[56] un dažādi LH varianti [6], [51], [28], [71], [58], [77], [4], [65].

1.1.2.1. Telpas aizpildes plāni

Ļoti vienkārša metode telpas aizpildīšanai ir regulāra režģa izvietošana eksperimentālajā apgabalā. Pieņemsim, ka eksperimentālais apgabals ir vienības kvadrāts $[0,1] \times [0,1]$. Ja mēs gribam novērot atbildi pie 25 vienmērīgi izvietotiem punktiem, mēs varētu izmantot punktu režģi $\{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\} \times \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$, sk. Att. 1.4. Režģu metodei ir divi būtiski trūkumi. Pirmkārt, punktu skaits režģī aug eksponenciāli attiecībā pret ievada parametru skaitu.



1.4. att. Regulārs režģis vienības kvadrātā

Piemēram, 10 faktoru gadījumā, izvēloties tikai trīs līmeņu plānu, punktu skaits būtu $3^{10} = 59049$, kas ir pārāk liels darbietilpīgu datoreksperimentu problēmām. Otrs būtisks trūkums ir tas, ka eksperimentālo punktu projekcijas uz apgabala zemāka dimensiju skaita projekcijām

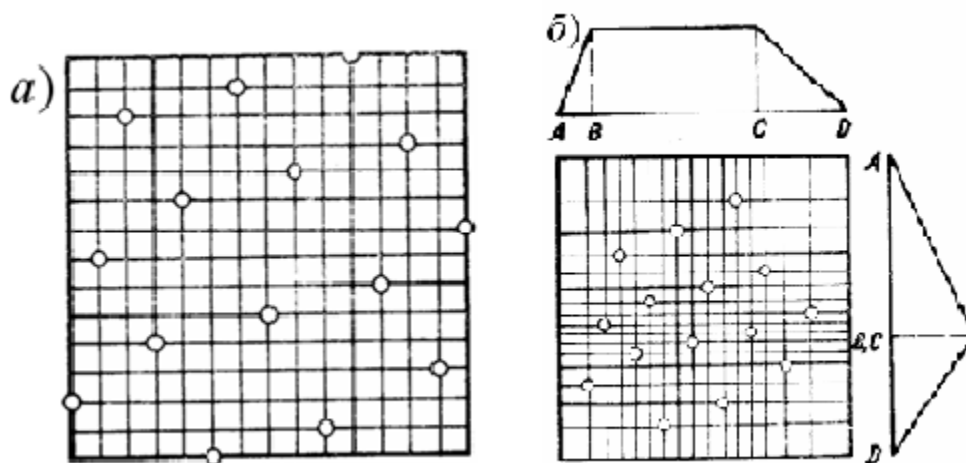
veido atkārtotus punktus. Tas ir sevišķi svarīgi situācijās, kad starp ievada parametriem atrodas tādi, no kuriem atbilde ir relatīvi maz atkarīga, vai nav atkarīga vispār. Piemēram, ja divu ievada faktoru gadījumā izrādās, ka atbilde vispār nav atkarīga no pirmā faktora, tad 25 regulāra režģa veidā izplānoti eksperimenti būs devuši tikai piecus atšķirīgus punktus. Eksistē vairākas metodes, kuras var lietot, lai vienmērīgi pārklātu noteiktu eksperimentālo apgabalu. Viena iespēja ir izvēlēties vienkāršu gadījuma iztvērumu (izlasi) no eksperimentālā apgabala punktiem. Šādu iztvērumu veidošana datoreksperimentu plānošanai var būt lietderīga, ja tiek veidots ievaddatu iztvērumus, sekojot zināmam varbūtības blīvuma sadalījumam. Šādā gadījumā iespējams noskaidrot, kā ir sadalīti attiecīgie izvaddati, un tas var kalpot par pamatu slēdzieniem par atbildes sadalījumu. Daudzdimensionālos eksperimentālajos apgabalos (ar lielu ievada faktoru skaitu) gadījuma iztvērumus parasti izrādās tāds, ka eksperimentālajā apgabalā veidojas ļoti lieli „tukšumi”, kuros nav eksperimentālo punktu, savukārt daži punkti grupējas un ir ļoti tuvu viens otram [65]. Tādēļ gadījuma veida datoreksperimentu plāni praktiski netiek pielietoti inženieraprēķinu praksē.

1.1.2.2. Latīņu Hiperkubu plāni

Datoreksperimentu plānošanā mūsdienās ļoti plaši izmanto Latīņu Hiperkuba (LH) eksperimentu plānus skat., piemēram, [75] un [8]. Starp pielietojumu neseniem piemēriem var pieminēt [36] un [12]. LH eksperimentu plānos katra faktora atbilstošo apgabalu sadala līmeņos un līmeņu skaits tiek ņemts vienāds ar eksperimentālo punktu skaitu. Latīņu hiperkuba eksperimentu plānā katra faktora katrs līmenis tiek lietots tikai vienu reizi. LH principu pirmais piedāvāja J. Auziņš RPI budžeta tēmas izpildē 1976.g. V. Eglājs šo principu izmantoja rakstā [6], kurā piedāvāja pirmo telpas aizpildes kvalitātes kritēriju – potenciālās enerģijas funkciju. Attēlā 1.5. ir parādīts pirmais optimizētais LH tipa plāns, kas tika publicēts šajā darbā.

Nosaukums „Latīņu hiperkubs” pirmo reizi parādījās divus gadus vēlāk darbā [51], kur tika aplūkoti gadījuma veidā izveidoti LH tipa plāni un tika pierādīts, ka tie dod augstāku Montekarlo metodes precizitāti salīdzinājumā ar gadījuma veidā ģenerētiem ne-LH tipa plāniem. LH eksperimentu plāni nodrošina vienmērīgu viendimensionālo plāna projekciju aizpildi ar eksperimentālajiem punktiem (punktu projekcijas uz asīm ir izvietotas vienmērīgi).

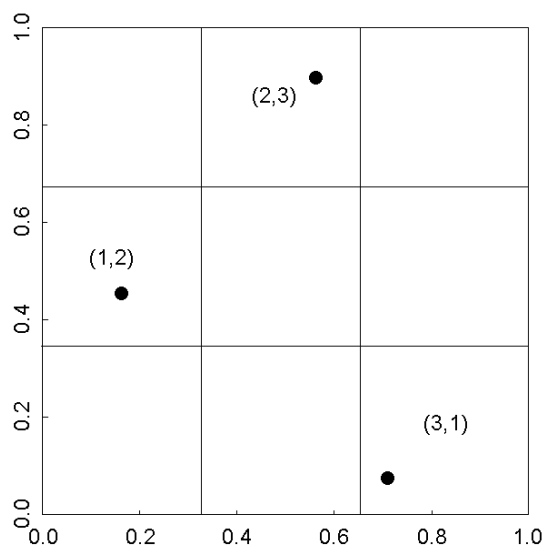
Šī īpašība sniedz labus rezultātus gadījumā, kad atbilde nav atkarīga no viena vai vairākiem eksperimentu plānā iekļautiem ieejas parametriem. Pēc nebūtisku faktoru atmešanas LH plānam paliks vienmērīgas viendimensionālās projekcijas, kā arī diezgan labas telpas aizpildes īpašības apakšdimensijās [39].



1.5. att. Pirmie Latīņu Hiperkuba tipa plāni no [6]

Aplūkosim Latīņu Hiperkubu (LH) iztvērumu veidošanu, ņemot par eksperimentālo apgabalu vienības kvadrātu $[0,1]$. Lai iegūtu no n punktiem sastāvošu plānu, sadalām katru asi $[0,1]$ n vienmērīgi izvietotos intervālos $[0, 1/n, \dots, (n-1)/n, 1]$. Tādējādi vienības kvadrāts tiek sadalīts n^2 vienāda izmēra šūnās. Tad aizpildām šīs šūnas ar veseliem skaitļiem $1, 2, \dots, n$ tā lai izveidotu latīņu kvadrātu, t.i., sadalījumu, kur katrs vesels skaitlis parādās tieši vienu reizi katrā šī šūnu režģa rindā un katrā kolonnā. Tad gadījuma veidā izvēlamies vienu skaitli. Katrā no n šūnām, kas satur šo skaitli, izvēlamies gadījuma punktu. Attēlā 1.6. parādīts gadījums, kad $n = 3$ un ir izvēlētas šūnas $(1, 2)$, $(2, 3)$, un $(3, 1)$.

Rezultātā izveidotais n punktu iztvēruma ir n izmēra LH eksperimentu plāns. Iztvēruma veidošanas metode garantē, ka punktu projekcijas uz asīm ir izvietotas ļoti vienmērīgi. Protams, šāds LH iztvēruma var tikt veidots arī no punktiem, kas ir vienmērīgi izvietoti uz kvadrāta diagonāles. Lai gan punktiem šādā iztvērumā ir projekcijas, kas ir vienmērīgi sadalītas attiecībā pret katra individuālā ievaddatu mainīgā vērtībām, nevaram uzskatīt, ka punkti ir vienmērīgi sadalīti visā vienības kvadrāta platībā.



1.6. att. Šūnas Latīņu hiperkuba iztvērumam (1, 2), (2, 3), un (3, 1)

Tagad aprakstīsim vispārēju procedūru n izmēra LH iztvēruma iegūšanai no $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_d)$, kur \mathbf{X} ir neatkarīgi izkliedētas komponentes. Stein (1987) aplūko LH iztvērumu veidošanu gadījumos, kad \mathbf{X} satur atkarīgas komponentes, bet šo gadījumu pašreiz neizskatīsim.

Neatkarīgām komponentēm ideja ir sekojoša. Pieņemsim, ka ir veidojamais n izmēra LH iztvēruma. Katra ievaddatu mainīgā definīcijas apgabals ir sadalīts n intervālos. Katrs intervāls tiks pārstāvēts LH iztvērumā. Visu šo intervālu iespējamo Dekarta reizinājumu kopa veido d -dimensionālās iztvēruma telpas sadalījumu n^d "šūnās". No n^d kopējās šūnu populācijas tiek izvēlēta n šūnu kopa tādā veidā, lai visu šo šūnu centru projekcijas uz katras ass būtu uz šīs ass vienmērīgi izvietotas; pēc tam katrā izvēlētajā šūnā tiek gadījuma veidā izvēlēts punkts.

LH iztvērumu izveidojam sekojoši. Pieņemam, ka $F_k(\bullet)$ pie $k = 1, \dots, d$ apzīmē viendimensionālo X_k (X k -tās komponentes) sadalījumu, un, vienkāršības pēc, pieņemsim, ka X_k ir no segmenta $[a_k, b_k]$. Sadalām k -to asi n daļās, katrai no kurām ir vienāda iespējamība, $1/n$, atbilstoši varbūtības sadalījumam $F_k(\bullet)$. Dalījuma punkti k -tai asij ir

$$F_k^{-1}\left(\frac{1}{n}\right), \dots, F_k^{-1}\left(\frac{n-1}{n}\right) \quad (1.12)$$

Lai izvēlētos n no tādējādi radītajām šūnām, pieņemam, ka $\mathbf{\Pi} = (\Pi_{jk})$ ir $n \times d$ matrica ar kolonnām, kas ir d dažādas gadījuma veidā izvēlētas permutācijas no $\{1, 2, \dots, n\}$. Tad “augšējā kreisā stūra” koordinātas j -jai šūnai telpā \mathbb{R}^d ir

$$F_k^{-1}\left(\frac{1}{n}(\mathbf{\Pi}_{jk} - 1 + U_{jk})\right), \quad k = 1, \dots, d, \quad (1.13)$$

pie nosacījuma $F_k^{-1}(0) = a_k$.

Pie $j = 1, \dots, n$, pieņemam, ka X_{jk} , $k = 1, \dots, d$, apzīmē vektora \mathbf{X}_j k -to komponenti. Tad definējam LH iztvērums vērtības

$$X_{jk} = F_k^{-1}\left(\frac{1}{n}(\mathbf{\Pi}_{jk} - 1 + U_{jk})\right), \quad (1.14)$$

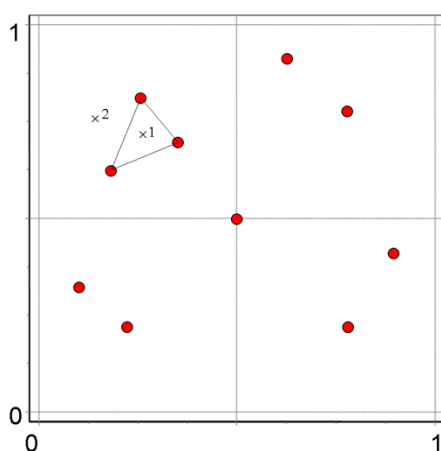
kur $\{U_{jk}\}$ ir neatkarīgi un vienmērīgi segmentā $[0,1]$ sadalīti gadījuma skaitļi, pie $j = 1, \dots, n$ un $k = 1, \dots, d$. Kopumā, j -tā $\mathbf{\Pi}$ rinda identificē šūnu no kurienes ir ņemts iztvērums punkts \mathbf{X}_j , kamēr attiecīgie neatkarīgi, atbilstoši vienmērīgajam sadalījumam ģenerētie gadījuma skaitļi nosaka \mathbf{X}_j pozīciju izvēlētajā šūnā [5].

1.1.3. Eksperimentu analīze

Plānojot eksperimentu, ir jāzina, ar kādām metodēm tiks analizēti rezultāti. Tā, piemēram, divu līmeņu plāni ir paredzēti galvenokārt lineāru regresijas funkciju modeļiem un modeļiem ar pirmās kārtas faktoru mijiedarbību, lietojot t.s. lineārās regresijas analīzes (ANOVA un MANOVA) tehnoloģijas. Savukārt, trīs līmeņu faktoriālie plāni, CCD, Box-Behnken plāni parasti tiek lietoti atbildes virsmu metodoloģijā, lietojot 2. kārtas polinomiālās regresijas funkcijas [54], [1]. Zemāk aplūkosim tuvāk eksperimentu analīzē lietojamās aproksimācijas metodes.

Aproksimācijas mērķis ir iegūt instrumentu (relatīvi vienkāršu matemātisku modeli) sarežģītas vai ar lieliem izdevumiem saistītas sistēmas analīzei. Galvenā aproksimācijas būtība ir prognozēt kāda fizikāla vai matemātiska modeļa atbildi pie tādām parametru vērtību

kombinācijām, pie kurām ne naturāli, ne skaitliski eksperimenti nav veikti. Aproximāciju iegūšanai tiek izmantoti t.s. treniņa punkti, t.i., pēc eksperimentu plāna iegūtās atbildes funkcijas vērtības fiksētos parametru telpas punktos. Atbildes prognozēšanā pie uzdotām ieejas mainīgo (faktoru) vērtībām (d -dimensionāla ieejas vērtību vektora \mathbf{x}_0) var būt divas situācijas – interpolācija un ekstrapolācija. Pirmajā gadījumā mūs interesējošais punkts atrodas savu „tuvāko” $d + 1$ eksperimentu plāna punktu veidotā simpleksa tipa apgabala iekšpusē, otrajā gadījumā – ārpusē (sk. att. 1.7.). Reāli praksē interpolācijas situācijā aproksimācijas rezultāti parasti ir precīzāki nekā ekstrapolācijas gadījumā.



1.7. att. Interpolācijas gadījums (punkts 1) un ekstrapolācijas gadījums (punkts 2)

Termins *interpolācija* tiek lietots arī citā nozīmē. Ar to apzīmē aproksimācijas, kuras „iet precīzi caur eksperimenta punktiem”, t. i. aproksimācija precīzi sakrīt ar nomērīto vērtību y_i , ja ieejas parametru vērtības sakrīt ar eksperimentu plāna i -tā punkta \mathbf{x}_i komponentēm. Šāda veida aproksimācijas (splainu metodes, krigings, radiālās bāzes funkcijas u. c.) tiek lietotas determinētu, gadījuma troksni nesaturošu procesu analīzē, vai arī pirms to pielietošanas eksperimentu plānos ar atkārtotiem punktiem tiek izmantotas tikai nomērītās atbildes vidējās vērtības.

Parasti aproksimācijā izmantotajam modelim ir kādi parametri (piem., koeficienti) β , kuri ir jāpielāgo, lai šis modelis pēc iespējas labāk atbilstu eksperimentos iegūtajiem rezultātiem datiem. Šo pielāgošanu sauc par regresijas analīzi [53]. Regresijas modeļos atbildes mainīgais tiek traktēts kā dotas regresijas funkcijas un gadījuma kļūdas summa.

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_0) + \varepsilon, \quad (1.15)$$

kur ar vektoru $\mathbf{x}_0=(x_1,\dots,x_d)^T$ apzīmēsim punktu ieejas faktoru telpā, kurā tiek prognozēta atbildes funkcijas vērtība, bet ar ε kā parasti apzīmēsim Gausa gadījuma procesu. Regresijas metodes tiek bieži lietotas arī neplānotu eksperimentu analīzei, kā, piemēram, nekontrolējamu procesu aproksimācijai.

1.1.3.1. Parametriskās un neparametriskās aproksimācijas

Pašlaik regresijas analīzē tiek lietotas divas atšķirīgas pieejas [27]: parametriskā aproksimācija un neparametriskā aproksimācija. Parametriskajā aproksimācijā funkcionālā sakarība starp ieejas un atbildes mainīgajiem ir zināma (vismaz, eksperimentētājs kaut kādu iemeslu dēļ to ir izvēlējis), piemēram, kādas analītiskas funkcijas veidā, kura satur parametrus, kuri jāpielāgo eksperimentu datiem. Piemēram, rezultātu aproksimācija ar lineāru funkciju ir parametriskā regresija. *Neparametriskās* regresijas būtiska atšķirība ir tā, ka nav *aprioru* zināšanu par meklējamās faktiskās funkcijas formu. Arī šajā gadījumā atbildes tiek modelētas ar funkcijām, kuras satur parametrus, bet šo parametru skaits ir ļoti liels un tiem nav viegli traktējamas, uzskatāmas jēgas. Termins „neparametrisks” nav pārāk veiksmīgs, bet vēsturiski tā lietošana ir ieviesusies. Būtība ir tāda, ka neparametrisko aproksimāciju gadījumā regresijas funkcija neeksistē kā atklātā formā uzrakstāma analītiska izteiksme ar nezināmiem parametriem. Dažreiz tiek lietoti termini „*globālā aproksimācija*” parametriskās aproksimācijas vietā un „*lokālā aproksimācija*” neparametriskās aproksimācijas vietā [66].

Neparametriskās aproksimācijas metodika nelieto pieņēmumus par regresijas funkcijas formu, vienīgi tiek pieņemts, ka šī funkcija ir gluda (t. i., tai eksistē nepārtraukti pirmās kārtas atvasinājumi, kuru vērtības gan parasti netiek skaitļotas un izmantotas.

1.1.3.2. Galvenās aproksimācijas metodes

Eksistē daudz dažādu aproksimācijas metožu. Laikā notiekošu procesu analīzei tiek lietotas Furjē un viļņu (*wavelet*) metodes. Zemāk minētas ir dažas galvenās un biežāk lietotās metodes.

1) Polinomiālā regresija (PR)

Polinomiālā regresija ir vēsturiski pirmā un līdz plašākai datortehnikas ieviešanai bija galvenā aproksimācijas metode. Kā jau seko no nosaukuma, regresijas funkcija šajā metodē ir polinoms. Vairāku argumentu gadījumā tas parasti ir zemas kārtas polinoms, visbiežāk tiek lietoti pirmās kārtas polinomi (lineāras aproksimācijas) un otrās kārtas polinomi (kvadrātiskās aproksimācijas). Lineārās aproksimācijas gadījumā aproksimētā funkcija ir formā

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i + \varepsilon \quad (1.16)$$

un kvadrātiskās aproksimācijas gadījumā formā

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=i+1}^d \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^d \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon, \quad (1.17)$$

kur ar ε tiek apzīmēta gadījuma mērījumu kļūda, parasti pieņemot, ka tai ir normālais sadalījums, nulles vidējā vērtība un kovariācija, un visā apgabalā vienāda dispersija σ^2 .

2) Kriginga metode

Viena no neparametriskajām metodēm, kura tiek arvien biežāk lietota, ir Krigings. Metodes nosaukumā iemūžināts Dienvidāfrikas kalnu inženiera Kriges (D.G. Krige) vārds, kurš 20. gs. vidū izveidoja šo metodi un pielietoja to rūdas iegulu prognozēšanai. Aptuveni tajā pat laikā šo metodi lika priekšā arī L.S. Gandin Padomju Savienībā, pielietojot to meteoroloģijā. [64] piedāvāja lietot šo metodi kā universālu aproksimācijas instrumentu. Šī augstas precizitātes metode aplūko atbildes funkciju kā stohastiska procesa realizāciju [64], [34]. Metodes matemātiskā forma ir sekojoša [67]

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}), \quad (1.18)$$

kur $\hat{y}(\mathbf{x})$ ir nezināmās atbildes funkcijas novērtējums,

$f(\mathbf{x})$ ir zināma, parasti polinomiāla argumentu \mathbf{x} funkcija,

$z(\mathbf{x})$ ir realizācija stohastiskam procesam ar nulles vidējo vērtību, dispersiju σ^2 un nenulles kovariāciju.

Līdzīgi polinomiālajam atbildes virsmu modelim $f(\mathbf{x})$ nosaka „globālo” modeļa uzvedību eksperimentālajā apgabalā [67], [31]. Bieži $f(\mathbf{x})$ vietā vispār tiek lietota konstante – vidējā atbildes virsmas vērtība eksperimenta punktos.

Visbiežāk tiek lietota *telpiskā korelācijas funkcija* $z(\mathbf{x})$, kurai

$$\text{cov}[Z(\mathbf{x}_i), Z(\mathbf{x}_j)] = \sigma^2 R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (1.19)$$

kur σ^2 ir procesa dispersija, \mathbf{R} ir $n \times n$ izmēra korelācijas matrica, kuras elementi $R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ ir korelācija starp eksperimentu plāna punktiem \mathbf{x}_i un \mathbf{x}_j . Korelācijas funkciju parasti izvēlas eksperimentators. Šim nolūkam var tikt izmantotas dažādas funkcijas [64], [67], bet visbiežāk tiek lietota [64] piedāvātā Gausa korelācijas funkcija [42], [7], [29]:

$$R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \prod_{k=1}^d \exp(-\theta(x_{ik} - x_{jk})^p) \quad (1.20)$$

ar $p = 2$ un d parametriem θ , katrai dimensijai pa vienam. Optimālās parametru vērtības katrā aproksimācijas gadījumā tiek piemeklētas ar krosvalidācijas metodi vai arī lietojot maksimālās patīkamības kritēriju. Detalizēti kriginga metode ir aplūkota grāmatā [70].

Krigings daudzos gadījumos dod ļoti precīzas aproksimācijas, kuras ir precīzākas nekā citu metožu lietošanas gadījumos. Lielas priekšrocības šai metodei izpaužas stipri nelineāru atbildes funkciju gadījumos. Metodes priekšrocība ir arī tā, ka atbilstoši izejas pieņēmumiem, diezgan vienkārši ir izskaitļojama iespējamā prognozes kļūda, pieņemot kādu fiksētu ticamības intervālu, piemēram, 95%.

3) Radiālās bāzes funkcijas

Radiālo bāzes funkciju metode (RBF) tika radīta nevienmērīgi izkliedētu daudzdimensionālo datu interpolācijai. Tā ir viens no *mākslīgo neironu tīklu (Artificial Neural Networks)* metodes variantiem un, tāpat kā krigings, precīzi interpolē eksperimenta rezultātus. Tās lietošanai atkārtotu eksperimentu gadījumā atkārtotie punkti jāaizvieto ar vienu punktu, kurā atbildes vērtība vienāda ar vidējo vērtību atkārtotajos punktos [29]. Metode lieto radiāli simetrisku funkciju, bāzētu uz Eiklīda attālumu vai citu līdzīgu metriku daudzdimensiju telpā. Eksistē daudz radiālo bāzes funkciju veidu. Viens no vienkāršākajiem ir formā:

$$\hat{y} = \Phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \beta_i \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|, \quad (1.21)$$

kur $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ ir Eiklīda distance starp punktu \mathbf{x} un i -to eksperimenta \mathbf{x}_i punktu d -dimensionālā normētā faktoru telpā. Koefficienti β_i , $i=1, \dots, n$ tiek iegūti no nosacījuma, ka eksperimentu plāna punktos aproksimācija sakrīt ar nomērītās vai izskaitļotās atbildes vērtību

$$\sum_{i=1}^n \beta_i \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\| = y_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (1.22)$$

Šis nosacījums dod n lineāru vienādojumu sistēmu attiecībā pret koeficientiem β_i , $i=1, \dots, n$. Ir piedāvāti arī RBF varianti, kuros koeficienti β tiek iegūti ar mazāko kvadrātu metodi. Tādā gadījumā RBF metode lietojama arī eksperimentu plāniem ar atkārtotiem eksperimentiem.

4) Lokāli svērtās polinomiālās aproksimācijas

Lokāli svērtās polinomiālās aproksimācijas (LSPA) pirmais piedāvāja V. Klīvlends [14],[15], pēc tam tās lietošana kļuva populāra [22]. Metodes būtība ir polinomiālā aproksimācija, kurai mazāko kvadrātu funkcija satur reizinātājus – svara koeficientus $\mathbf{K}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$. Tie ir nenegatīvi skaitļi, kuru lielums ir atkarīgs no Eiklīda attāluma starp aktuālo punktu \mathbf{x}_0 normētā parametru telpā un eksperimentu plāna punktiem \mathbf{x}_i , $i=1, \dots, n$.

Lokāli svērtā polinomiālā aproksimācija ir realizēta kā *LOESS* procedūra komerciālajā statistikas programmatūrā SAS/STAT, kā arī plaši lietotajā inženieraprēķinu programmā *MatLab*. Šīs aproksimācijas metodes ir realizētas arī RTU radītajā eksperimentu plānošanas un analīzes programmatūrā EDAOpt [4]. Dažreiz zinātniskajā literatūrā, sevišķi laikā notiekošu procesu analīzē, šī metode tiek saukta par *kustīgo mazāko kvadrātu metodi (Moving Least-Squares Method, MLSM)* [44].

Šīs metodes pamatpieņēmums ir, ka interesējošā punkta $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ tuvā apkārtnē atbildes funkcija ir aproksimējama ar zemas kārtas polinomiālu funkciju. Šī funkcija tiek pielāgota punkta \mathbf{x}_0 tuvāko kaimiņu punktos. Par tuvākajiem kaimiņiem tiek uzskatīti daži eksperimentu punkti, kuriem normētā d -dimensionālā faktoru telpā ir mazāks Eiklīda attālums $\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i\|$ no punkta \mathbf{x}_0 nekā citiem eksperimentu plāna punktiem. Pielāgošana notiek, lietojot svērto mazāko kvadrātu metodi. Aplūkosim tuvāk otrās kārtas svērto polinomiālo aproksimāciju,

kura bieži tiek lietota kā parastās atbildes virsmas metodes vispārinājums. Tāpat kā parametriskās polinomiālās aproksimācijas gadījumā, atbildes funkcija tiek meklēta formā

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=i+1}^d \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^d \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon \quad (1.23)$$

taču koeficienti $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_d, \beta_{11}, \dots, \beta_{dd}, \beta_{12}, \dots, \beta_{d-1,d})^T$ šajā gadījumā ir atkarīgi no punkta \mathbf{x}_0 , kurā tiek veikts atbildes prognozes aprēķins, un tie tiek iegūti, lietojot *svērto mazāko kvadrātu metodi*:

$$\beta = \arg \min_{\beta} \sum_{j \in N_x} w(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_j) \times (y_j - \hat{y}(\mathbf{x}_j))^2 \quad (1.24)$$

kur $\beta_0, \beta_i, \beta_{ik}$ ir lokālās kvadrātiskās aproksimācijas koeficienti un N_x ir punkta \mathbf{x}_0 tuvāko kaimiņu numuru kopa.

Par kaimiņiem tiek uzskatīti daži eksperimentu plāna punkti, kuri atrodas tuvāk punktam \mathbf{x}_0

nekā pārējie eksperimentu plāna punkti (t. i. Eiklīda distance $\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_j\| = \sum_{k=1}^d |x_{0k} - x_{jk}|$)

punktiem $j \in N_x$ ir mazāka nekā pārējiem eksperimentu plāna punktiem. Kritērijs, pēc kura izvēlas kaimiņus, parasti tiek saukts par *joslas platumu (bandwidth)* un apzīmēts ar h . Šim parametram var būt vairākas nozīmes. Pirmā metode – joslas platumu h tiek traktēts kā attālums līdz tālākajam kaimiņu kopas punktam, t.i. kaimiņi ir visi eksperimentālie punkti normētā faktoru telpā, piem. kubā $[0,1]^d$, kuriem Eiklīda attālums līdz aktuālajam punktam \mathbf{x} ir mazāks vai vienāds ar joslas platumu h . Šādas metodes būtisks trūkums ir tas, ka lodē ar rādiusu h d -dimensiju faktoru telpā var neatrasties pietiekošs skaits (t.i., $d(d+1)/2$) eksperimenta punktu un kvadrātiska aproksimācija tuvāko kaimiņu telpā var nebūt iespējama. Visai bieži tiek lietots parametrs h , kurš nozīmē vienkārši tuvāko kaimiņu skaitu, vai arī ar joslas platumu h tiek apzīmēta kaimiņu skaita attiecība pret kopējo punktu skaitu eksperimentu plānā [13].

Līdzīgi kā globālās kvadrātiskās aproksimācijas gadījumā, koeficienti β iegūstami kā $l = d(d+1)/2$ lineāru algebrisku vienādojumu sistēmas atrisinājums:

$$\hat{\beta} = [\mathbf{X}^\top \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{W} \mathbf{y}, \quad (1.25)$$

kur \mathbf{W} ir $n \times n$ svara matrica, kuras visi elementi ir nulles, izņemot diagonālos elementus, kuri ir vienādi ar attiecīgajiem svara koeficientiem $W_{ii} = W(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i)$. Svara funkcijas parasti ir formā

$$W(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) = W(u(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i)), \quad (1.26)$$

kur

$$u(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) = \frac{\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i\|}{\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i\|}, \quad (1.27)$$

un \mathbf{x}_i ir tālākais kaimiņš no kaimiņu kopas. Tādējādi mainīgais u ir intervālā $[0, 1]$.

1.2. Inversā metamodelēšana

Populārākā metode, ko izmanto, lai risinātu inverso problēmu uzdevumus, ir tā saucamā nesakritības metode. Nesakritības metodē, variējot modeļa parametrus, tiek minimizēta nesakritības funkcija, kura apraksta fiziski nomērīto un matemātiski iegūto modeļa izejas vērtību nesakritību. Par nesakritības funkciju visbiežāk izmanto kvadrātu summas funkciju (1.48):

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n w_i^2 (y_i - \hat{y}(x))^2, \quad (1.28)$$

Par inversā uzdevuma atrisinājumu tiek ņemti parametri x , kuri dod mazāko nesakritības funkcijas vērtību. Nesakritības metodē var tikt izmantotas metamodelēšanas metodes, lai aproksimētu ieeju un izeju tiešās sakarības matemātisko modeli. Izveidotos metamodeļus lieto optimizācijas procesā, lai iegūtu ātrāku optimizācijas procedūru. Metamodelēšanas metodes tiešajiem uzdevumiem balstās uz aproksimācijas metodēm, ar kurām iegūst vienkāršotu izeju y atkarību no x , kur x ir plānoti eksperimentu dati.

$$y = f(x) \quad (1.29)$$

Inverso problēmu uzdevumos meklē x atkarību no y . Inversās metamodelēšanas metodē tiek izmantotas aproksimācijas metodes, lai izveidotu apgrieztās sakarības metamodeli, t.i. lai aproksimētu x atkarību no y . Jeb

$$x = \hat{z}(y) \quad (1.30)$$

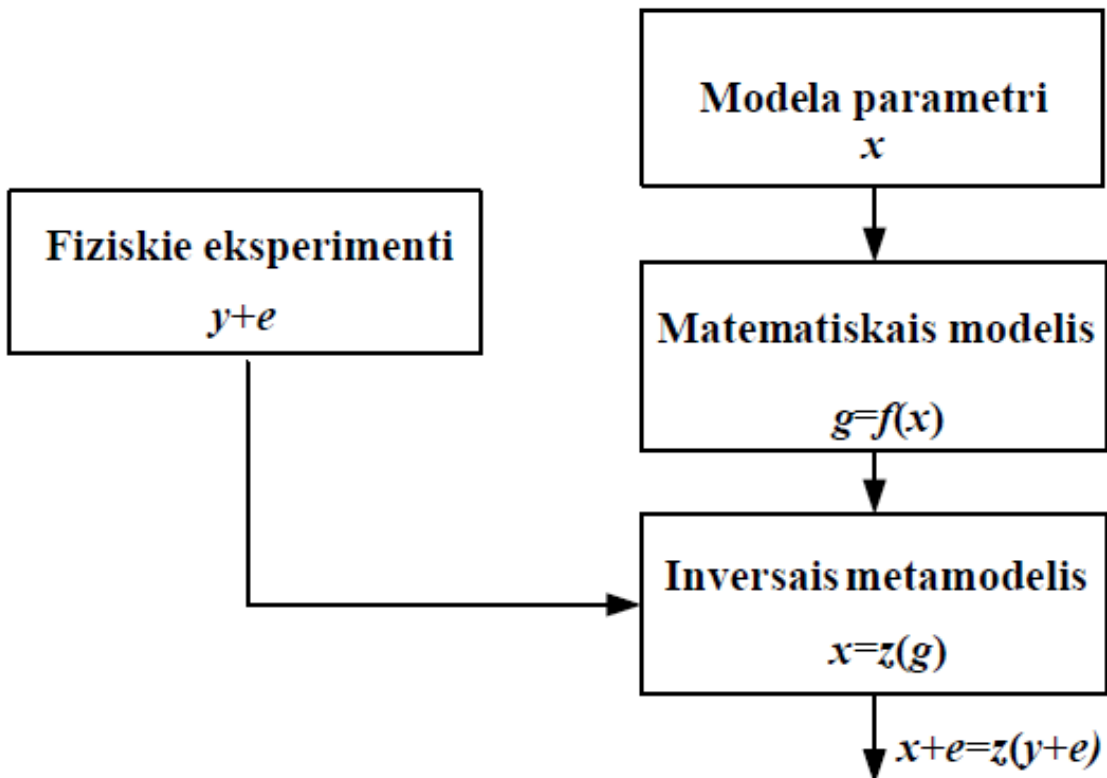
kur y ir eksperimentu rezultāti;

x ir ieejas faktori;

z ir inversās sakarības f^{-1} aproksimācija.

Piemēram, x var būt ieejas galīgo elementu metodes (FE) aprēķinu programmai un y tad būtu attiecīgās izejas (deformācijas, spriegumi, svārstību frekvences u.c.). Tādējādi tiktu aproksimēta FE aprēķinu ieeju atkarība no izejām. Apskatītajā literatūrā netika atrastas norādes uz šādas metodes pielietošanu inverso uzdevumu risināšanai.

Piedāvātās metodes shēma inverso uzdevuma risināšanai parādīta attēlā 1.8. Izmantojot inverso metamodelēšanu, tiek veidots metamodelis $x=z(y)$, kur y ir matemātiskā modeļa aprēķinu rezultāti un x ir matemātiskā modeļa ieejas parametri. Ja izdodas šādu sakarību pietiekoši labi aproksimēt, tad, veicot fiziskā eksperimenta mērījumus, iespējams atrast atbilstošos modeļa parametrus x .



1.8. att. Inversās metamodelēšanas metodes shēma

Inverso metamodeļu veidošana ir saistīta ar vairākām problēmām. Pirmkārt, inverso sakarību ir iespējams aproksimēt tikai gadījumos, kad inversais modelis eksistē. Otrkārt aprēķinu atbildes nav iespējams plānot, tādēļ inverso metamodeļu veidošanā eksperimentālie punkti nenoklāj vienmērīgi pētāmo apgabalu. Šī iemesla dēļ jāaskaras ar singulārām matricām, aproksimācijai lietojot polinomus, kuru koeficientus nosaka ar mazāko kvadrātu metodi (skat. formulu (1.40)).

$$\hat{\beta} = \arg \min \sum_{i=1}^n (\hat{y}(x_i) - y_i)^2 \quad (1.40)$$

Treškārt, inverso problēmu uzdevumos tiešajam modelim tiek iegūtas vairākas izejas, kas var būt saistītas savā starpā. Tādējādi inversā metamodeļa ieejas ir savstarpēji korelētas. [31] Modernu konstrukciju risinājumos bieži izmanto slāņotus kompozīta materiālus. Šādu konstrukciju skaitliskās simulācijas aprēķini un datorprogrammas, kas veic šādus aprēķinus, piemēram, galīgo elementu metodes (FE) aprēķinu programmas, ir kļuvušas par neizstājamu rīku jaunu inženierisīnājumu izstrādē. Simulācijas programmu izmantošana ļauj samazināt fizisko (naturālo) eksperimentu apjomu, tomēr joprojām fiziskie eksperimenti nav pilnībā aizstāti. Lai spētu izveidot adekvātu simulācijas modeli, nepieciešamas kvalitatīvas zināšanas par materiāla īpašībām. Daudzos gadījumos parametrus, kas apraksta materiāla īpašības, iespējams noteikt tikai ar fiziskiem eksperimentiem.

Tradicionāli materiāla elastības parametri tiek noteikti, lietojot kvazi-statiskus stiepes testus vai četru punktu lieces testus. Materiāla elastības parametrus iespējams noteikt arī, lietojot vibrāciju metodes. Ar vibrāciju metodēm materiāla īpašības var tikt noteiktas bezkontakta veidā, kas ir svarīgs aspekts, strādājot ar maziem testa paraugiem, trausliem materiāliem vai, ja testa paraugus nedrīkst sabojāt [43].

Pašsvārstību frekvenču lietošana elastības īpašību identifikācijā ir balstīta uz sakarību, kas eksistē starp mehāniskās konstrukcijas materiāla elastības īpašībām un tās vibrāciju uzvedību. Teorija, kas pamato vibrāciju izmantošanu elastības īpašību identifikācijai tika izstrādāta darbā [24], kur izmantoja Eilera sijas teoriju, lai sasaistītu materiāla elastības moduļus ar konstrukcijas galvenajām lieces formām (modām). Darbā [59] tika izveidota precīzāka teorija, balstīta uz Timošenko vienādojumiem, kas apraksta vibrējošas prizmas vai cilindra elastības moduļus un galveno šķērslieces formu (modu) saistību. Darbā [69] šī teorija [59] tika papildināta ar vērpes modām, kas ļauj identificēt bīdes moduļus.

1.3. Optimizācijas metodika

Ar optimizāciju plašā nozīmē saprot labāko risinājumu meklēšanu. Matemātiskā optimizācija piedāvā paņēmienus matemātisko problēmu risināšanai. Šīs problēmas rodas matemātiski modelējot reālos procesus.

Uzdevuma nostādne optimizācijas uzdevumam ir sekojoša:

$$\text{Atrast } \mathbf{X} = \left\{ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{array} \right\} \text{ minimizējot } f(\mathbf{X})$$

Ievērojot ierobežojumus:

$$\begin{aligned} g_j(\mathbf{X}) &\leq 0, & j &= 1, 2, \dots, m \\ l_j(\mathbf{X}) &= 0, & j &= 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (1.41)$$

kur \mathbf{X} ir n -dimensiju vektors, tā saucamais, sistēmas vektors,

$f(\mathbf{X})$ mērķa funkcija,

$g_j(\mathbf{X})$ un $l_j(\mathbf{X})$ ir nevienādības un vienādības veidu ierobežojumi.

Mainīgo skaits n nav atkarīgs no ierobežojumu m un p skaita. Dotais optimizācijas uzdevums ar ierobežojumiem. Var arī būt bez ierobežojumiem:

$$\text{Atrast } \mathbf{X} = \left\{ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{array} \right\} \text{ minimizējot } f(\mathbf{X}) \quad (1.42)$$

Matemātiskās optimizācijas teorija aplūko funkciju ekstrēma meklēšanas problēmas Eiklīda telpā (to sauc arī par viena vai vairāku argumentu funkciju ekstrēma meklēšanu), nosacītā ekstrēma meklēšanas teorija - Lagranža reizinātāju metode. Lielu un nozīmīgu klasi veido tā saucamās izliektās analīzes problēmas. Pastāv vairākas metodes, kuras ļauj skaitliski meklēt viena vai vairāku argumentu funkcijas ekstrēmus, tai skaitā tādas klasiskās metodes, kā Fibonači skaitļu metode, zelta šķēluma metode, gradientu metode, šķēlumu metode.

Ņemot vērā, ka par funkciju $f: X \rightarrow Y$ sauc attēlojumu, kurā katram elementam $x \in X$ atbilst pilnīgi noteikts elements $y \in Y$, kuru apzīmē ar $f(x)$ un sauc par elementa x attēlu attēlojumā f . Speciālgadījumā X un Y var būt viena un tā pati kopa. Aktuāls ir gadījums, kad kopa X ir vienāda ar Eiklīda telpu R^n vai kādu tās apakškopu, bet kopa Y ir vienāda ar reālo skaitļu kopu R .

Telpas R^n elementus $x = (x_1; \dots; x_n)$ sauc arī par šīs telpas punktiem.

Reālos skaitļus $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ sauc par punkta x koordinātām. Gadījumos, kad $n = 2$ vai $n = 3$, telpas R^n punktu var viegli attēlot ģeometriski.

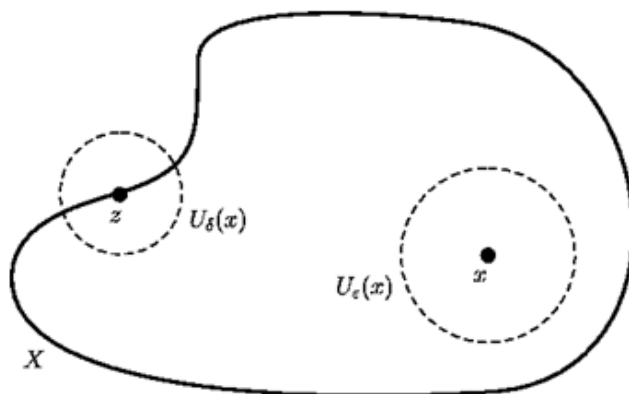
Par attālumu starp telpas R^n punktiem $x = (x_1; \dots; x_n)$ un $y = (y_1; \dots; y_n)$ sauc lielumu

$$\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (1.43.)$$

Par vaļēju lodi ar centru punktā $x \in R^n$ un rādiusu $\delta > 0$ sauc telpas R^n apakškopu $U_\delta(x)$, kas sastāv no visiem tiem un tikai tiem punktiem $y \in R^n$, kuru attālums $\rho(x, y)$ līdz punktam x ir mazāks nekā skaitlis δ , t.i.,

$$U_\delta(x) = \{y \in X: \rho(x, y) < \delta\} \quad (1.44)$$

No ģeometriskā viedokļa, ja $n = 2$, tad $U_\delta(x)$ ir riņķis ar centru dotajā punktā x un rādiusu δ , bet, ja $n = 3$, tad $U_\delta(x)$ ir lode ar centru dotajā punktā x un rādiusu δ .



1.9. att. Kopa ar iekšējo punktu x

Par punkta $x \in R^n$ apkārtni sauc jebkuru telpas R^n apakškopu, kas satur vismaz vienu vaļēju lodi $U_\delta(x)$, kas ir punkta x apkārtne.

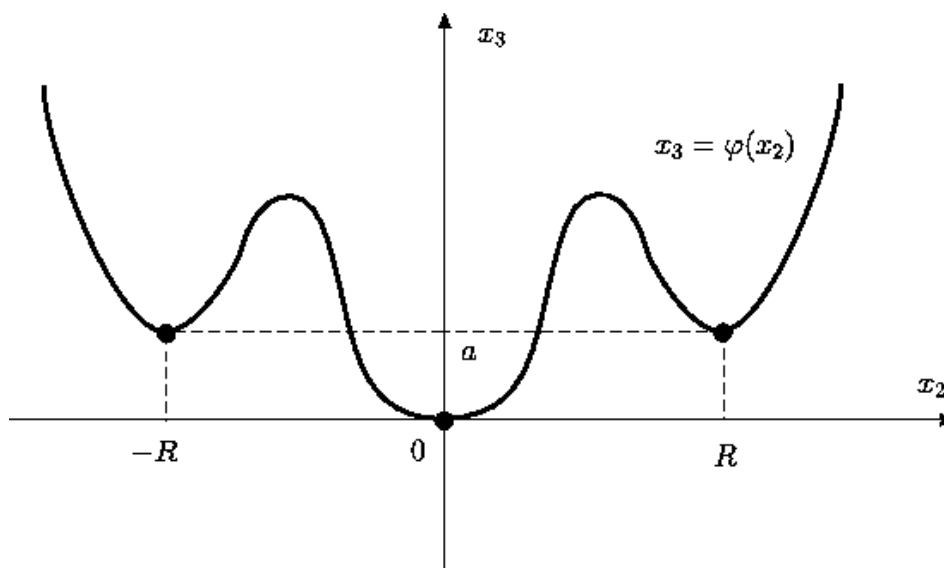
Punktu $x \in R^n$ sauc par kopas $X \subset R^n$ iekšēju punktu, ja eksistē šī punkta apkārtne, kas iekļaujas kopā X (skat. 1.9. att.).

Kopu $X \subset R^n$ sauc par vaļēju kopu, ja jebkurš tās punkts ir iekšējais. Punkts x ir kopas $X \subset R^n$ iekšējais punkts, jo $U_\varepsilon(x) \subset X$. Savukārt punkts z nav kopas X iekšējais punkts, jo jebkurai pozitīvai δ punkta z apkārtne $U_\delta(z)$ satur punktus, kuri nepieder kopai X (1.9. att.).

Ja R^n/X (- kopas X papildkopa telpā R^n) ir vaļēja kopa, tad kopu X sauc par slēgtu kopu. Meklējot funkciju ekstrēmumus (minimumus un maksimumus), jāizšķir divi svarīgi gadījumi, proti, vai ekstrēms tiek meklēts vaļējā vai slēgtā kopā. Tas ir atkarīgs no problēmas formulējuma.

Saka, ka kopā $X \subset R^n$ definētai funkcijai f ir lokāls minimums punktā $z \in X$, ja eksistē tāda punkta z apkārtne, ka $f(x) \geq f(z)$ visiem $x \in X$ no šīs apkārtnes. Ja pie tam $f(x) > f(z)$, kad $x \neq z$, tad saka, ka minimums ir stingrs.

Funkcijai var būt vairāki (un pat bezgalīgi daudz) lokālo minimumu (skat. 1.10. att.).



1.10.att. Divu argumentu funkcijas grafiks

Saka, ka kopā $X \subset R^n$ definētai funkcijai $x \rightarrow f(x)$ ir *globāls minimums* punktā $x_0 \in X$, ja $f(x) \geq f(x_0)$ visiem x no kopas X .

Divu argumentu funkcijai $x_3 = f(x_1, x_2)$, kuras grafiku iegūst, rotējot funkcijas $x_3 = \varphi(x_2)$ grafiku ap vertikālo asi Ox_3 , ir lokāls minimums jebkurā riņķa līnijas (1.10. att.) $\{x_1^2 + x_2^2 = R^2, x_3 = a\}$ punktā, kā arī koordinātu sākumpunktā.

Analoģiski var definēt funkcijas lokālo maksimumu un globālo maksimumu.

Par funkcijas *ekstrēmu* sauc jebkuru šīs funkcijas maksimumu vai minimumu (lokālo un globālo).

Literatūrā bieži vien aplūko tikai minimuma gadījumu, jo funkcijas $f(x)$ maksimuma atrašanas problēma $f(x) \rightarrow \max$ ir ekvivalenta funkcijas $-f(x)$ minimuma atrašanas problēmai $-f(x) \rightarrow \min$.

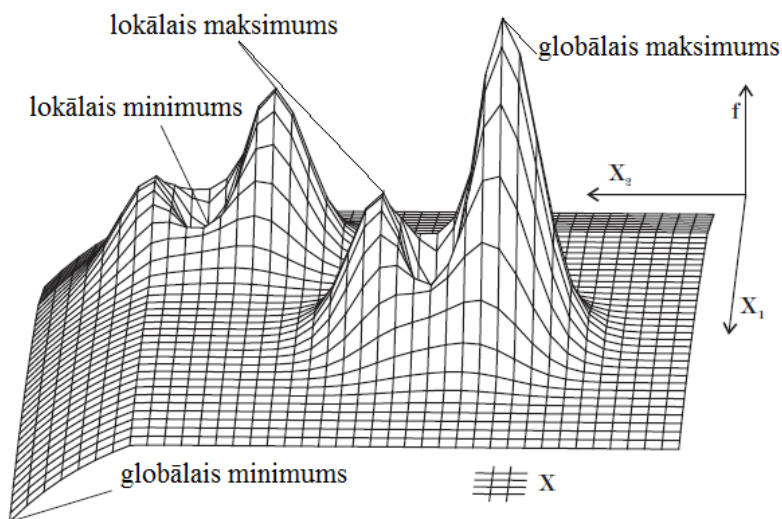
Aplūkojot attēlu 1.11., redzams, ka globālie maksimuma un minimuma punkti nesakrīt ar lokālajiem maksimuma un minimuma punktiem [72].

Piemēram, kopā $X = R^n$ definētai funkcijai $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2$ punkts $(0,0)$ ir globālā maksimuma punkts, bet šajā kopā definētai funkcijai $-f(x_1, x_2) = +x_1^2 + x_2^2$ punkts $(0,0)$ ir globālā minimuma punkts.

Ja funkcijai f kopā X eksistē nepārtraukti pirmās kārtas parciālie atvasinājumi pēc visiem x_i , tad funkcijas f minimuma punktā z funkcijas f diferenciālis ir vienāds ar nulli.

Lai atrastu funkcijas f minimuma punktus, ir jāatrisina vienādojumu sistēma

$$\frac{df}{dx_i} = 0, (i = 1, \dots, n) \quad (1.45)$$



1.11. att. Lokālie un globālie ekstrēmi divdimensiju funkcijai

Maksimuma punktu koordinātām arī ir jāapmierina sistēma (1.41), jo maksimuma problēmu var reducēt uz minimuma problēmu, mainot funkcijas f zīmi uz pretējo. Tātad, lai funkcijai f punktā z eksistētu ekstrēms, ir nepieciešams, lai $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ apmierinātu sistēmu (1.41) [52], [19].

1.3.1. Daudzkriteriālās optimizācijas uzdevumu formulējuma vispārīgā forma

Vispārējā formā daudzkriteriālās optimizācijas uzdevumu var formulēt šādi:

$$\begin{aligned} \min F(x) &= [F_1(x), F_2(x), \dots, F_k(x)]^T, \\ \text{ja } g_j(x) &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m; \\ h_l(x) &= 0, \quad l = 1, 2, \dots, e; \end{aligned} \tag{1.46}$$

kur k ir funkciju kritēriju skaits;

m ir nevienādību ierobežojumu skaits;

e ir ierobežojumu skaits vienādību veidā.

$x \in E^n$ ir atbilžu mainīgie, kur n ir neatkarīgo mainīgo x_i skaits. $F(x) \in E^k$ ir kritēriju funkcijas vektors $F_i(x): E^n \rightarrow E^1$. $F_i(x)$ sauc arī par mērķu, kritēriju, izmaksu vai vērtību funkcijām. Gradients $F_i(x)$ attiecībā pret x tiek pierakstīts kā $\nabla_x F_i(x) \in E^n$. x_i ir punkts, kas minimizē kritēriju funkciju $F_i(x)$. Jebkurš nosacījums (\leq, \geq u.c.) starp vektoriem attiecas uz atbilstošo vektoru sastāvdaļām.

Kopu X var definēt kā $\{x \mid g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m, \text{ un } h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, e\}$. Iespējamo kritēriju kopa Z ir definēta kā $\{F(x) \mid x \in X\}$. Lai raksturotu Z , literatūrā tiek lietoti tādi termini kā iespējama un sasniedzama kritēriji. Tomēr starp šiem terminiem pastāv smalka atšķirība. Iespējamība nozīmē, ka ierobežojums netiek pārkāpts. Sasniedzamība nozīmē, ka punkts kritēriju kopā sakrīt ar punktu modelētajā kopā. Katrs punkts modelētajā kopā sakrīt ar punktu kritēriju kopā, taču, otrādi, ne vienmēr tā ir taisnība [46].

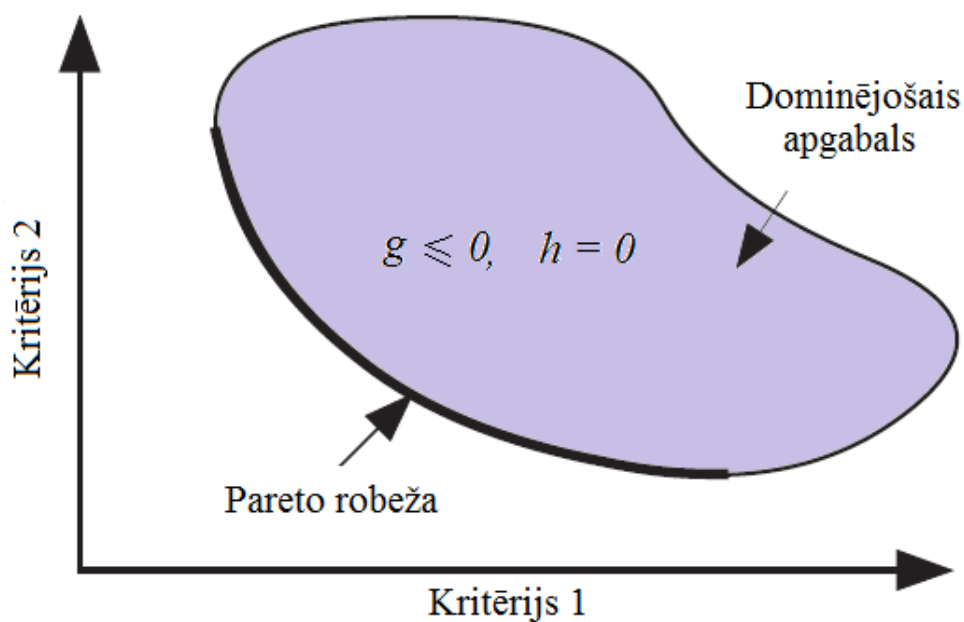
1.3.2. Pareto optimums

Arvien augstākas prasības dažādu sistēmu izveidē un ekonomiskā konkurētspēja nosaka nepieciešamību attīstīt un izmantot kādu konkrētu projektēšanas metodi katrā tehniskās

projektēšanas procesa posmā. Tehniskā projektēšana ir lēmumu un risinājumu pieņemšanas process, kas katrā posmā prasa svarīgu lēmu pieņemšanu, plānojot produktu vai sistēmu no sākotnējas koncepcijas izstrādes līdz izstrādes gala stadijas sīki izstrādātam projekta posmam. Lēmumu pieņemšana ir sarežģīts izaicinājums, jo vienmēr pastāv pretrunīgas projektēšanas prasības. Ja pastāv tikai viens projektēšanas mērķis jeb kritērijs, tad tas ir samērā vienkāršs optimāla risinājuma atrašanas uzdevums. Taču tiklīdz ievieš otro, pretrunīgo ar pirmo, kritēriju, projektēšanas process kļūst vairāk interesants un izaicinošs. Multikriteriālās optimizācijas metodes piedāvā metodoloģiju efektīvā lēmuma atrašanai, ņemot vērā vairākus, savā starpā pretrunīgus kritērijus. Multikriteriālā optimizācija ir nozīmīga sastāvdaļa mūsdienu lēmumu pieņemšanas vai projektēšanas procesos. Piemēram, veikalā, iegādājoties preci, mēs vēlamies, lai tā būtu pēc iespējas lētāka, un tajā pašā laikā, lai tās kvalitāte būtu pēc iespējas augstāka. Lielākoties, šie ir divi savstarpēji konkurējošie parametri. Smago kravas automobiļu kravas ietilpība un degvielas patēriņš - smagās kravas automašīnas spēj pārvadāt lielāku kravu, taču degvielas patēriņš tām arī ir lielāks, savukārt mazāka izmēra automašīnas dod lielāku degvielas patēriņa efektivitāti, taču pārvadājamās kravas tilpums ir krietni mazāks. Var atrast daudz citu multikriteriālās optimizācijas piemēru inženiertehniskajā jomā un ārpus tās.

Viens no šādu uzdevumu risinājumiem ir sekojošs: vienu no kritērijiem izvēlēties par noteicošo un pārējos kritērijus uzdot kā daļu no ierobežojumiem. Teorētiski šī pieeja var dot labu risinājumu, taču šādā veidā var pazaudēt daudzus labākus risinājumus, kuri neapmierina patvaļīgi uzliktos ierobežojumus. Piemēram, ja kādu kritēriju pārveido par ierobežojumu, tas būtiski ietekmē visas sistēmas raksturu – vietā, kur šī sistēma varēja būt elastīga, veidojas konstante. Tas neatspoguļo uzdevuma patieso risinājumu, kas ir nepietiekams sistēmas pilnīgai izskatīšanai. Turklāt, galīgais risinājums ir ļoti atkarīgs no izvēlētām ierobežojumu vērtībām, kas lielākoties pilnībā nav dotas kā fizikāli nepārkāpjamas robežas. Ja ierobežojumu kļūs arvien vairāk, tad šo ierobežojumu robežu izvēle kļūst par sarežģītu uzdevumu. Multikriteriālās optimizācijas metodes ļauj izvairīties no šiem sarežģījumiem. Viena no šīm metodēm ir Pareto metode [57]. To var definēt kā: Pareto optimālais risinājums ir tāds, kura jebkādi uzlabojumi pēc viena kritērija, sekmēs pasliktināšanos vismaz pēc viena cita kritērija[49].

Matemātiski punkts f^* tiek saukts par Pareto optimumu, ja neeksistē tāds punkts f^p iespējamā projektēšanas kritēriju telpā, ka $f_j^* \geq f_j^p$ pie jebkuriem $j = 1, \dots, n_f$, un ka $f_j^* > f_j^p$ vismaz vienam j . Šī matemātiskā definīcija nosaka, ka optimizācijas kritērija pēc iespējas mazāka vērtība ir vēlama - samazināšana līdz minimumam, 1.12. attēls.



1.12. att. Pareto robeža divu kritēriju optimizācijā

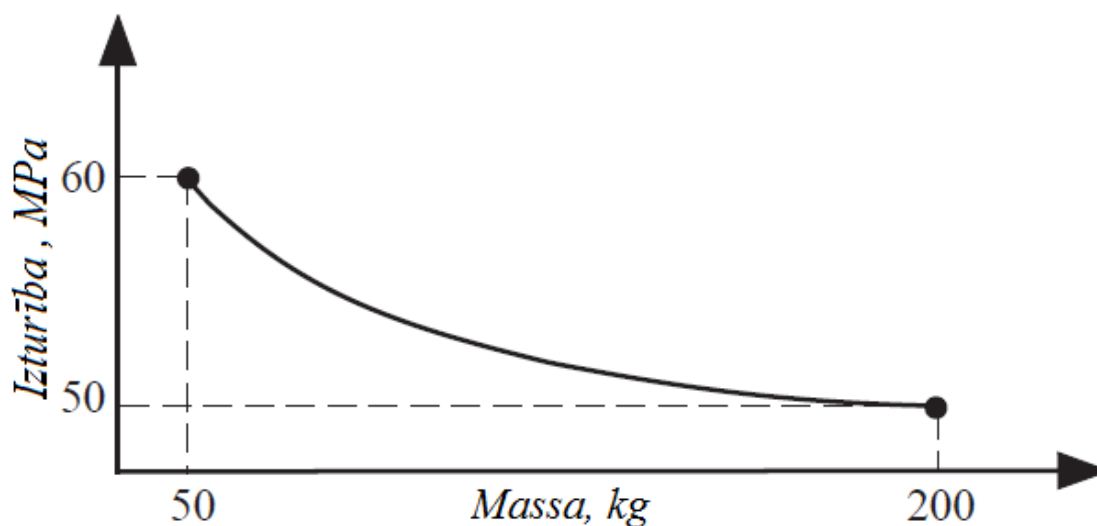
Kompromisa jēdziens ir noteicošākais multikriteriālā optimizācijā. Tas nozīmē, ka multikriteriālas problēmas optimāls risinājums ir tāds, kas veido optimālo kompromisu starp konfliktējošajiem kritērijiem. Vispārīgā gadījumā pastāv bezgalīgs Pareto atrisinājumu daudzums, kas tiek saukts par Pareto robežkopu [49].

1.12. attēls grafiski attēlo dominējošo laukumu (laukumu, kurā visi punkti atbilst ierobežojumiem). Punkti uz šīs telpas biezās robežlīnijas sastāda Pareto optimālo kopu. Atlikušais iekrāsotais laukums tiek dēvēts par dominējošo laukumu. Dominējošais punkts šajā laukumā ir punkts kritēriju telpā, kuram eksistē vismaz viens labāks punkts pēc kāda kritērija (zemāks minimizācijas gadījumā).

Izšķir globālo un lokālo Pareto optimumu. Globālais Pareto optimums ietver sevī visus derīgus punktus no dominējošā apgabala, bet lokālais Pareto optimums var būt tikai kāda maza daļa no šiem punktiem, t.i. tikai daži punkti no dominējošā apgabala. Multikriteriālās optimizācijas uzdevums ir noteikt globālā Pareto optimuma punktus [51].

Pareto robežu var veidot vai nu kritēriju vērtības kā attēlā 1.12., vai nu sistēmas/procesa mainīgās vērtības x . Pareto robežkopa ir visu Pareto optimālo risinājumu kopa. Neviens Pareto risinājums nav objektīvi labāks par citu risinājumu pēc to kritēriju kopvērtējuma, taču katram projektētājam ir jāizvēlas kāds viens vai vairāki risinājumi no Pareto robežkopas, lietojot papildus informāciju par projektējamo objektu.

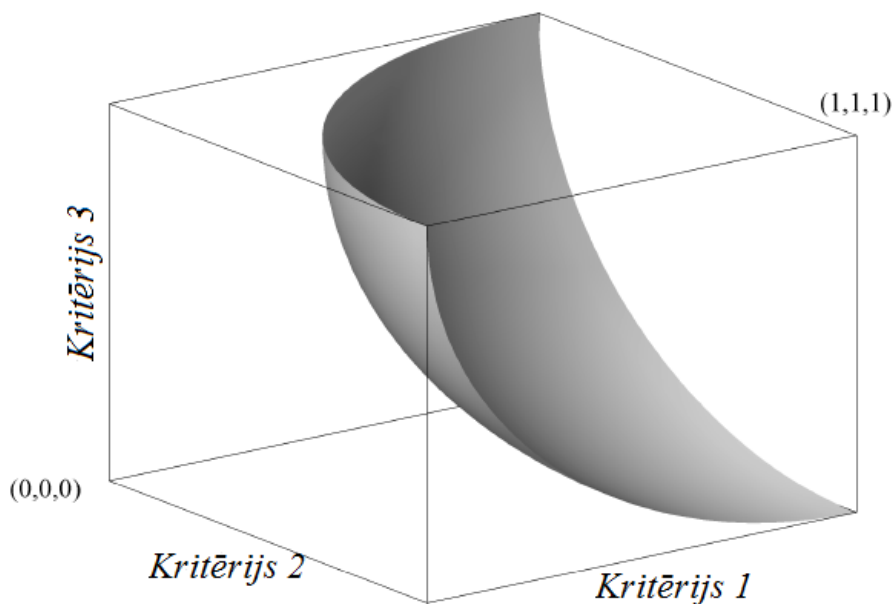
Pareto robeža sniedz projektētājam skaidru kompromisu raksturojuma ainu, kuru nosaka dažādi kritēriji.



1.13. att. Pareto robežas kompromisu risinājumi

1.13. att. redzama tipiskā Pareto robeža, kuru veido divi optimizācijas kritēriji: viens – kādas detaļas masa, otrs – izturība. Daudzkriteriālās optimizācijas uzdevums ir minimizēt masu, un maksimizēt (palielināt) izturību. Taču šie kritēriji savā starpā ir konkurējoši, jo samazinot detaļas masu, samazinās arī tās izturība. Pareto robeža dotajā gadījumā attēlo kompromisa risinājumu iespējas, no kurām projektētājam ir jāizvēlas viens, viņam pieņemams un derīgs risinājums.

Ja multikriteriālās optimizācijas kritēriji ir vairāk nekā divi, Pareto robežas vizuālizācija ir diezgan sarežģīts process. Ja optimizācijas kritēriji ir trīs, tad veidojas Pareto virsma. Tās piemēru var aplūkot 1.14. attēlā. Ja kritēriju ir vairāk par trim, tad nav iespējams attēlot atbildi vienā telpā. Pat izmantojot trīs dimensijas, ir diezgan sarežģīti un citreiz pat neiespējami vizuāli novērtēt kompromisu risinājumus starp kritērijiem [49].



1.14. att. Pareto virsma trīsdimensiju telpā

1.4. Dinamiskās sistēmas izvēle

Vārdu sistēma (grieķu valodā *systema*, *σύστημα* – sakopojums, sakārtojums) cilvēce jau sen lieto dažādu objektu apzīmēšanai, piemēram, Saules sistēma, atskaites sistēma, eļļošanas sistēma. Par sistēmu sauc tādu savstarpēji saistītu elementu vai daļu kopu, kas veido uz viena mērķa sasniegšanu virzītu vienotu veselumu. Tādējādi sistēmas jēdziena pamatā ir trīs nosacījumi:

- Ir savstarpēji saistītu elementu vai daļu kopa;
- Šī kopa veido vienotu veselumu;
- Šim veselumam ir kāds mērķis vai uzdevums, kas raksturīgs tieši šai elementu kopai, nevis kādai citai elementu kombinācijai.

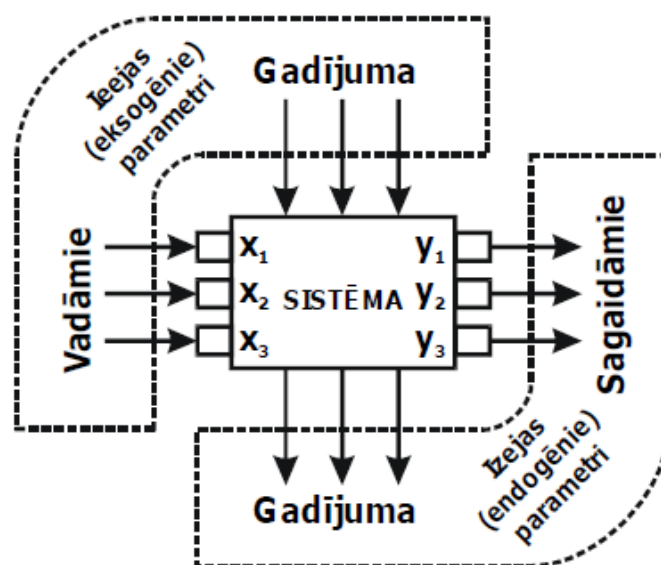
Piemērs – automobilis. Šīs sistēmas īpašības nevar raksturot ar tās atsevišķo daļu (riteņu, vārpstu, zobratu u.c.) īpašību summu. Automobilim piemīt īpašības (piemēram, spēja veikt kravu pārvadājumus lielos attālumos), kādu nav nevienam tās elementam.

Pētot jebkuru sistēmu, vispirms ir nepieciešams noskaidrot tās raksturojumus – funkciju, mērķi un struktūru. Sistēmas funkcija jāapraksta tāpēc, lai novērtētu sistēmas nozīmīgumu, tās attieksmi pret citām sistēmām, tās vietu sistēmu vidū. Ar sistēmas funkciju parasti saprot sistēmas darbības, kas izpaužas sistēmas stāvokļa maiņā. Sistēmas funkciju izpildīšanu sauc par sistēmas funkcionēšanu. Tādējādi sistēmas funkcionēšana ir tās pāreja no viena stāvokļa otrā.

Par sistēmas mērķi sauc tās izejas parametru noteikto vēlamu stāvokli.

Sistēmas struktūru nosaka tās elementu izvietojums un mijiedarbība, sistēmai funkcionējot. Parasti struktūra ir atkarīga no sistēmas lieluma un sarežģītības.

Katra sistēma funkcionē vidē, kas neietilpst sistēmā, bet tieši vai netieši uz to iedarbojas. Sistēmu principiāli nevar izanalizēt, ja ignorē tās mijiedarbību ar vidi.



1.15. att. Sistēmas shēma: x_1, x_2, x_3 – ieejas, y_1, y_2, y_3 – izejas

Attēlā 1.15. dota sistēmas shēma. Uz sistēmu iedarbojas ieejas jeb eksogēnie faktori $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ (attēlotajai sistēmai ir 3 ieejas. Daļa no tiem ir zināmi, regulējami, limitējami (vadāmie faktori), bet daļa – nezināmi, neregulējami, nejauši (gadījuma ieejas faktori).

Savukārt sistēma caur izejām iedarbojas uz vidi ar izejas jeb endogenajiem parametriem $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ (attēlotajai sistēmai ir 3 izejas). Tie var būt sagaidāmie un gadījuma parametri.

Pētot sistēmas, ne vienmēr ir iespējams un ne vienmēr ir lietderīgi reģistrēt visus ieejas un izejas parametrus, jo to skaits var būt tik liels un mērīšana tik sarežģīta, ka tas būtiski apgrūtina pētīšanu. Arī to ietekme uz pētījuma rezultātu var būt nenozīmīga. Tomēr pētniekam vienmēr rūpīgi jāapsver parametru ignorēšanas sekas un jāpēta būtiskākie parametri, kas nosaka sistēmas funkcionēšanu raksturīgākajos apstākļos.

Sistēmas var klasificēt dažādi. Vispārīgā veidā sistēmas var iedalīt materiālās un abstraktās sistēmās. Materiālās sistēmas ir materiālu objektu kopas. Pie tām pieskaitāmas dažādas mašīnas, aparāti, celtnes utt. Abstraktās sistēmas ir cilvēka domāšanas produkts. Pie tām pieder, piemēram, dažādas matemātiskas sistēmas, hipotēzes, teorijas u. c.

Ir vēl viena sistēmu klasifikācija. Ja sistēma laika gaitā praktiski nemainās un nekustas, tad to sauc par statisku, piemēram, dažādas celtnes, tilti u. tml. Ja sistēma laika gaitā mainās, kustas, tad to sauc par dinamisku. Dinamiskās sistēmas, piemēram, ir transporta līdzekļi, mašīnas, arī dzīvie organismi un sociāli ekonomiskie kompleksi.

Sistēmai funkcionējot, sakars starp ieejas un izejas parametriem $y = f(x)$ var būt viennozīmīgs, ciešs (funkcionāls) vai varbūtīgs. Atbilstoši izšķir determinētās un stohastiskās sistēmas.

Jebkuras sistēmas komponenti ir elementi, un to savstarpējie sakari ir saites. Elementus bieži vien var uzskatīt par patstāvīgām sistēmām un sadalīt sīkākos elementos.

Tādējādi katrai sistēmai var izdalīt savu hierarhisko struktūru. Lielām un sarežģītām sistēmām hierarhiskās struktūras augstāko pakāpienu ieņem t.s. supersistēma.

Elementu savstarpējo sakarus sistēmā raksturo saites. Izšķir:

- Vieliskās saites, t.i., kanālus, pa kuriem elementi apmainās ar kādām vielām, priekšmetiem, lietām, piemēram, degvielas un gaisa plūsma motora barošanas sistēmā;
- Enerģētiskās saites, t.i., kanālus, pa kuriem elementi apmainās ar dažāda veida enerģiju (mehānisko, siltuma, elektrisko), piemēram, strāvas ceļš motora aizdedzes sistēmā;
- Informatīvās saites, t.i., kanālus, pa kuriem pārvada vadības signālus vai ziņas par objekta un apkārtējās vides stāvokli, piemēram, regulatoru darbības impulsu pārraides kanāli motora automātiskās vadības sistēmā.

Visu triju veidu saites ir savstarpēji saistītas. Piemēram, mainoties dīzeļmotora noslogojumam (enerģētiskā saite), regulatora darbība (informatīvā saite) automātiski maina degvielas padevi (vieliskā saite).

Sistēmu sauc par vaļēju, ja tā ir aktīvi saistīta ar apkārtējo vidi un tātad saņem no tās vai atdod tai vielu, enerģiju vai informāciju. Pretējā gadījumā sistēma ir slēgta.

Dažās sistēmās bez tiešajām saitēm starp elementiem $x \rightarrow y$ pastāv arī atgriezeniskās saites $y \rightarrow x$. Atgriezeniskās saites ļauj pilnveidot sistēmu vadību. Sistēmas lielumu raksturo tās elementu un saišu skaits. Par lielu sistēmu uzskata tādu sistēmu, kuru praktiski nevar izpētīt, nesadalot apakšsistēmās. [20]

Šajā darbā pētīšanas objekts ir dinamiskas sistēmas. Par dinamisko sistēmu paraugu ir izvēlēts betona konstrukciju elementu formēšanas vibropresēšanas process. Izvēlētajās dinamiskās sistēmas eksogēnie parametri ir vadāmie un endogēnie parametri ir gan sagaidāmie, gan gadījuma.

Lai iepazītos ar dinamiskās sistēmas pētāmā materiāla raksturu, nākamajā apakšnodaļā ir neliels ieskats par betona struktūru un īpašībām.

1.5. Augstas stiprības betona tehnoloģijas un to attīstības perspektīvas

Veidojot betonu, jācenšas pēc iespējas pilnīgāk izmantot portlandcements vai jebkuras citas saistvielas hidro cietināšanas enerģiju, radot cementa akmeni ar optimālu mikrostruktūru. Parasti cenšas samazināt makroporas un paaugstināt cementa akmens un pildvielu kontakta zonu stiprību, kā arī noturību pret plaisu rašanos, izmantojot saistvielu hidroaktivitāti un piedevas ar regulējamu spriegumu enerģiju un vienlaicīgi nodrošinot intensīvu ražošanas tehnoloģiju [82].

Viens no plaši ražotajiem ir augstas kvalitātes un tehnoloģiskuma HPC (*High Performance Concrete*) betons, kas nodrošina augstas eksploatācijas īpašības, stiprību, ilgizturību, zemu difūzijas koeficientu un dilšanu, drošu tērauda armatūras aizsardzību, augstu ķīmisko un baktericīdo noturību un tilpuma stabilitāti. HPC [23] tiek veidoti no augsti kustīgiem, lejamiem betonu maisījumiem ar ierobežotu ūdens saturu, kas nodrošina spiedes stiprību pēc 2 diennaktīm 30 ... 50 MPa, bet pēc 28 diennaktīm 60 ... 150 MPa, salizturību F 600 un augstāku, ūdens necaurlaidību W 12 un augstāku, ūdens absorbciju 1 ... 2% no masas,

dilumizturību 0.3 ... 0.4 g/cm², regulējamu rukumu pēc cietēšanas un augstu gāzu necaurlaidību. Pašlaik ir vispāratzīts, ka augsti dispersu minerālo pildvielu izmantošana ir viena no ekonomiski izdevīgākajām un būtiskākajām rezervēm, lai paaugstinātu betona stiprību un uzlabotu tā tehnoloģiskās īpašības. Tomēr nav vienprātības par šo pildvielu ietekmi uz cementa akmens struktūru un īpašībām, ievadot inertas augsti dispersas minerālās piedevas. Darbā [82] norādīts, ka betonu minerālās piedevas un sasaistošās vielas ir dabiskas vai tehnoloģiski iegūtas pārsvarā neorganiskas vielas, kas nešķīst ūdenī (atšķirībā no ķīmiskajām piedevām) un kuru graudu izmērs ir mazāks par 0.16 mm (pildvielas ir ar lielākiem izmēriem). Parasti tie ir ogļu termoelektrostaciju vai tērauda, čuguna, ferosilīcija ražošanas metalurģisko krāšņu blakus produkti. Granulometriskā analīze jau 20. gadsimta 70. gados parādīja lielas rezerves ūdens cementa attiecības (\bar{U}/C) samazināšanā un hidratācijas reakcijas intensifikācijā. Tika izstrādāti tā sauktie DSP (*Densified with Small Particles*) kompozīti (blīvētas sistēmas ar homogēni izkliedētām ultra mazām daļiņām). Šie materiāli satur īpaši ar speciāliem tehnoloģiskiem paņēmieniem sagatavotu cementu, krameni (silīcija mikrodaļiņas), īpašas pildvielas un mikrošķiedras [23] pie $\bar{U}/C = 0.12 \dots 0.22$ ļauj sasniegt stiprību 270 MPa ar lielu korozijas noturību un mazu dilšanu. Formēšana ar spiedienu [23] 138 MPa pirms autoklāvēšanas ļauj cementa līmei samazināt \bar{U}/C līdz 0.06 un sasniegt cementa akmens stiprību līdz 330 MPa pēc 28 diennakšu normālas cietēšanas, bet aluminātu cementu un karstās presēšanas ar spiedienu 345 MPa izmantošana ļauj sasniegt 650 MPa stiprību.

Desmit gadus vēlāk tika izstrādāts MDF (Macro Defect Free) cements, proti, cements bez makrodefektiem. Pēc Berčela sniegtajiem datiem [23], kalandējot cementu un lietojot superplastifikatorus un gēla veidotājus (piemēram, polivinilacetātu) pie $\bar{U}/C=0.1 \dots 0.18$ var iegūt kompozītus ar ļoti blīvu mikrostruktūru praktiski bez kapilārajām porām. To lieces stiprība sasniedz 40 ... 150 MPa, Junga modulis 35 ... 50 GPa, spiedes stiprība 100 ... 300 MPa. Līdzīgi rezultāti var tikt iegūti, izmantojot ar strūklu maltu mālzemes cementu, superplastifikatorus un acetilātu polivinilspirtu. Tradicionālo betonu pakāpeniski aizstāj daudzkomponentu betons, kuros izmanto ķīmiskos struktūras un tehnoloģisko īpašību modifikatorus, tajā skaitā kompleksos modifikatorus, kas satur vairākus desmitus individuālu ķīmisko piedevu, aktīvās minerālās komponentes ar dažādu dispersiju (no 2000 līdz 25000cm²/g), kompozītās saistvielas, tai skaitā saistvielas ar zemu ūdens nepieciešamību,

neorganiskas un organiskas piedevas, dispersas šķiedru pildvielas [37] (metāla, oglekļa, stikla, polipropilēna, kevlara un augu izcelsmes šķiedras).

Vairāk kā 30 gadus tiek pētīts un pielietots SIFCON (Slurry Infiltrated Fiber CONcrete) [39] betons. Betona maisījuma daudzās komponentes ļauj vadīt struktūras veidošanu tehnoloģiskā procesa visos etapos un iegūt materiālus ar visdažādākajām īpašībām. Sevišķi augstas stiprības betonu izmantošanas sasniegumi doti darbā [62], tajā skaitā arī dati par RPC (Reactive Powder Concrete) betonu.

Neizbēgami paaugstinās prasības materiālu dozēšanai un maisīšanai, tā kā bieži vien maisījumā jāievada dažādi modifikatori nelielās devās un jāmaisā augsti dispersi pulveri (cementi + pildviela) līdz viendabīgas masas iegūšanai. To var nodrošināt tikai ar atbilstošu aprīkojuma izmantošanu. Neapšaubāmi, cik to ļaus enerģētiskās izmaksas, attīstīsies arī intensīvās betona tehnoloģijas, proti, izejvielu maisījumu ķīmiski mehāniskā aktivācija divkameru turbulentajos maisītājos, barotermiskas iedarbes, elektroimpulsu un viļņu agregāti, vibrotrecienformēšana [30], tehnoloģiju datorvadība, gatavo izstrādājumu un konstrukciju piesātināšana ar dziļi iekļūstošiem un cietējošiem kompozītiem, kuru īpašības un struktūra tuva betonam. Sagaidāma jaunu nanotehnoloģisko materiālu [23] izmantošana (iespējams, mikro silīciju aizstās nanosilikāti ar īpatnējo virsmu virs 180000 cm²/g). Lai realizētu efektīvas intensīvās tehnoloģijas, ir nepieciešama tādu iekārtu projektēšana, kas nodrošinātu nepieciešamās dinamiskās iedarbes. Līdz ar to liela nozīme ir adekvāta betona formēšanas tehnoloģiska modeļa ieguvei un tā ērtai izmantošanai iekārtu dinamiskajos aprēķinos.

Līdz šim plaši pētījumi ir veikti betona maisījumu reoloģijas jomā betona iestrādāšanas tehnoloģiskajai fāzei. Betona maisījumu reoloģiskie raksturojumi ietekmē cietēšanas procesā izveidojošos struktūru. Tāpēc šīs īpašības ir tik svarīgas ražošanas tehnoloģiskajā procesā.

Galvenie faktori, kas ietekmē šīs īpašības ir 1) pildvielu koncentrācija, granulometrija un daļiņu forma, 2) dinamiskās iedarbības uz maisījumu raksturs, 3) daļiņu kustības režīms, 4) tiksotropo īpašību parādīšanās pakāpe, 5) laika faktors un citi parametri. Dažādi autori kā svarīgākos min atšķirīgus faktorus. Piemēram, darbā [88] apgalvots, ka betona maisījuma reoloģiskās īpašības galvenokārt ietekmē 2 faktori, proti, mazāko (sīkāko) frakciju virsmas lielums un lielo frakciju masa. Darbā [16] faktori tiek klasificēti iekšējos un ārējos. Iekšējie ir 1) cementa līmes plūstamība, 2) pildvielas tips un 3) cementa līmes un pildvielas tilpumu attiecība. Cementa līmes plūstamību nosaka \bar{U}/C , cementa tips (tā īpatnējais virsmas laukums,

ģipša piejaukums, sārmu un C3A saturs) un piedevas. Pildvielas tipu nosaka daļiņu maksimālais izmērs, granulometriskais sastāvs, mazo ($<300\ \mu\text{m}$) daļiņu klātbūtne, porainība. Ārējie faktori ir 1) maisīšanas nosacījumi, maisījuma temperatūra un 2) laiks no ūdens pievienošanas momenta maisījumam līdz formēšanas momentam.

Darbā [55] norādīts, ka ķīmiskais un mineraloģiskais cementa sastāvs maz ietekmē cementa līmi (izņēmums ir cements ar regulējamu cietēšanas laiku, kura līmei ir paaugstināta viskozitāte). Palielinot \bar{U}/C , cementa līmes viskozitāte samazinās. Tas pats novērojams rupjāka maluma cementam un cementa līmes maisīšanai hidratācijas laikā. Darbā [10] atzīmēts, ka tecēšanas, slīdes un iekšējās berzes procesi ir atkarīgi no daļiņu savstarpējā pārvietojuma un ūdens stāvokļa starp cementa un pildvielas graudiem un uz to virsmas, proti, no tā sauktā „starp graudu ūdens”.

Liela nozīme ir cementa graudu ģeometrijai. Darbos [40], [47] norādīts, ka betona maisījuma plūstamību nosaka ūdens plēves biezums ap cementa daļiņām, kas darbojas kā smērviela un cementa līmes daudzumam, kurā aptver pildvielu daļiņas. Zinot betona maisījuma cietās fāzes graudu sastāvu, var aprēķināt tukšās telpas tilpumu, ko aizņem ūdens, bet hidratācijas procesā - cementa līme. Līdz ar to principā ir nosakāms ūdens plēves biezums, kura aptver cietās fāzes graudus. Hidratācijas rezultātā ūdens ap graudiem samazinās un maisījuma plastiskums samazinās. Darbos [10, 47] betona maisījuma reoloģiju nosaka 1) kohēzija (pamatā to ietekmē betona līmes kohēzija), 2) viskozitāte (pie vibroiedarbības) un 3) iekšējā berze. Kohēzijas lielumu nosaka galvenokārt ūdens daudzums, bet iekšējā berze atkarīga no pildvielu daudzuma un ģeometrijas. Nosauktie parametri atkarīgi no spēkiem, kas darbojas betona maisījumā, proti, berzes spēkiem, kapilārajiem Vandervalisa spēkiem, struktūras veidošanās koagulācijas spēkiem un koloīdās mijiedarbības spēkiem. Šo spēku relatīvo nozīmību nosaka graudu izmērs un attālums starp graudiem. Šie spēki ir mainīgi laikā, jo cementa daļiņas pakāpeniski reaģē ar ūdeni. Jo tie ir mazāki, jo vieglāk betonu formēt. Taču šo spēku pārlietu samazināšana noved pie maisījuma segregācijas un ūdens atdalīšanās, kas krasi pasliktina betona ekspluatācijas īpašības. To daļēji var novērst, papildus pievienojot cementu, bet tas savukārt var izsaukt plaisu parādīšanos rukuma deformāciju dēļ un papildus siltuma izdalīšanās dēļ.

No īsā apskata var secināt, ka aktuāla ir efektīvu intensīvo tehnoloģiju izstrādāšana, tai skaitā vibropresēšanas [89]. Reoloģiskie modeļi apraksta sarežģītos fizikāli ķīmiskos procesus

un apstrādājamās vides īpašības pārsvarā betona iestrādāšanas fāzē. Šajā darbā tiek veidoti metamodeļi vibropresēšanas tehnoloģiskai slodzei, izmantojot aproksimācijas, kas pietiekami viegli varētu tikt izmantotas, optimizējot vibropresēšanas iekārtas dinamiskās piedziņas mezglus. Šādi matemātiskie modeļi pēc relatīvi vienkāršiem eksperimentiem atļaus ātri ievērtēt konkrēto vietējo izejmateriālu elastīgi disipatīvās īpašības, lai noteiktu nepieciešamās dinamiskās iedarbes raksturojumus - intensitāti, lielumu un laiku.

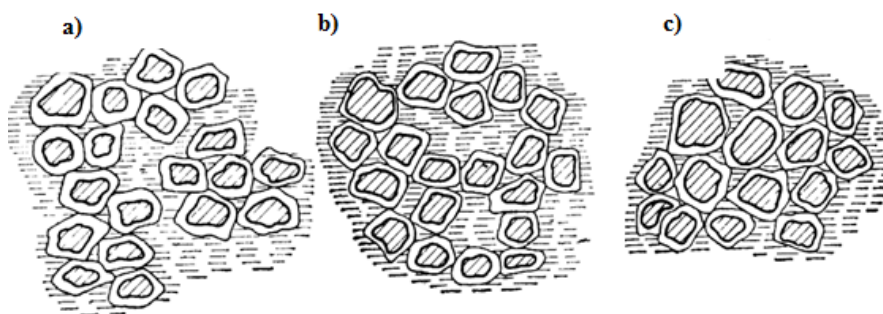
1.6. Beramu materiālu vibropresēšanas tehnoloģijas apskats

Vibropresēšanas procesu var raksturot kā materiāla pakļaušanu presēšanai un vibrāciju ietekmei vienlaicīgi. Vibropresēšanas procesu pielieto vairāku produktu formēšanas laikā [88]. Reaktplastu (termoreaktīvās plastmasas) ražošanā vibropresēšanas formēšana ļauj ietaupīt formēšanas laiku un paaugstināt reaktoplasta kvalitāti [91]. Aglomerātu ražošanā vibropresēšanas tehnoloģijas pielietošanas rezultātā tiek iegūti materiāli, kuriem mikroporas un starpfrakciju tukšumi ir pilnībā likvidēti [83]. Vibropresēšanu pielieto metalurģijā brekešu ražošanā [85], detaļu iepresēšanā [89], asfalta plākšņu ražošanā [21]. Vibropresēšanas tehniku plaši pielieto beramo materiālu sapresēšanā [90], [89], ka arī augstās izturības betona produktu izstrādē – sienu bloku, bruģakmens, apmales un cita veida betonu izstrādājumos.

Beramo materiālu, kuru sastāvā ir dažāda izmēra sīkas daļiņas jeb granulas, efektīvas kompaktēšanas galvenais uzdevums ir panākt, lai materiālam ir pēc iespējas lielāks blīvums, t.i., lai attālumi starp daļiņām ir pēc iespējas mazāki. Granulās un porās starp tām atrodas gaiss.

Kompaktēšanas jeb presēšanas pirmajā stadijā lielākas gaisa poras tiek pārvietotas iedarbības spēka virzienā, tādējādi, gaiss tiek daļēji izvadīts no materiāla. Nākamo kompaktēšanas stadiju var raksturot ar plastisko deformāciju - daļēju granulu formu izmaiņu un ar saskarsmes virsmu palielināšanu starp tām. Vienlaicīgi no granulām uz to saskarsmes virsmām tiek izspiests ūdens ar tajā izšķīdušajām cementa daļiņām, kā dēļ saķere starp daļiņām palielinās. Toties materiālā var palikt saspiests gaiss, kas nespēj izspiesties ārā. Ja paraugu ar šādu gaisu izņem ārā no presformas, gaisam izplešoties var notikt materiāla noslāņošanās, kas nav pieļaujama augstas izturības betona izstrādājumiem [86].

Vibrēšanas procesa ietekmē no betona tiek izvadīts ieslēgtais gaiss, kā rezultātā betona java tiek sablīvēta vairāk [80]. Aptuveno daļiņu izkārtojumu pirms un pēc sablīvēšanas var apskatīt 1.16. attēlā. *a* – betona javas granulometriskais attēls pirms presēšanas, *b* – pēc presēšanas jeb formēšanas, ar iespiesto gaisu, un *c* – granulometriskais attēls, ja gaiss ir izspiests ārā.



1.16. att. Beramā materiāla dažāda lieluma sastāvdaļu jeb graudu kompaktēšana

Ar vibrēšanu ieteicams ir apstrādāt betona javu ar zemo ūdens konsistenci, kas ļauj iegūt augstās izturības betonu pie zemāka cementa patēriņa [80].

Apvienojot presēšanu ar vibrēšanu, daļiņas tiek mehāniski ierosinātas un reizē saplacinātas. Tātad, gaisa ieslēgumi tiek izspiesti ārā, daļiņas tiek ciešāk saspīestas un līdz ar to palielinās to saķeres virsma, kas arī ir nepieciešams augstās izturības betonu iegūšanā [78].

1.7. Promocijas DARBA MĒRĶIS UN UZDEVUMA NOSTĀDNE

1. Dinamisku sistēmu eksperimentālas optimizācijas metodikas izstrāde.
 - 1.1. Dinamisku procesu atbildes funkcijas aproksimācija.
 - 1.2. Optimālo eksperimentu plānu izveide.
 - 1.3. Metamodeļu izveide atbildes funkcijas atkarībai no ieejas faktoriem.
 - 1.4. Multikriteriālā optimizācija.
2. Izstrādātās metodikas piemērošana betona vibropresēšanas tehnoloģijai.
 - 2.1. Vibropresēšanas procesa kompaktēšanas procesa vienkāršota metamodeļa izveide (līknes apraksts ar 3 parametriem).
 - 2.2. Eksperimentālās iekārtas izveide, eksperimentu izpilde.
 - 2.3. Pilna vibropresēšanas procesa metamodeļa izveide.
 - 2.4. Multikriteriālas optimizācijas mērķfunkciju un ierobežojumu formulējums, optimizācijas veikšana.
 - 2.5. Rezultātu verifikācija un validācija.

2. EKSPERIMENTU PLĀNOŠANA UN ANALĪZE

Izstrādājamajai metamodelēšanas metodikai jābūt pielietojamai plašai dinamisku sistēmu klasei, bet tās sastāvdaļas un to secību uzskatāmāk var parādīt kādas konkrētas sistēmas analīzē. Šajā darbā par dinamisku sistēmu ir izvēlēts betona paraugu formēšanas process – vibropresēšanas process. Lai izveidotu vibropresēšanas procesa modeli vai metamodeli, vispirms ir jāaplūko šī procesa būtība, tātad jāveic eksperimenti datu savākšanai.

Šajā nodaļā tiek izveidots vibropresēšanas procesa metamodelis, ir izveidots eksperimentu plāns. Lai realizētu eksperimentu plānu, bija nepieciešams uzprojektēt un izveidot eksperimentālo aprīkojumu ar programmatūras SolidWorks palīdzību, kas arī ir iekļauts šajā nodaļā. Tiek noteikts betona javas sastāvs visiem turpmākajiem eksperimentiem. Eksperimentu veikšanas laikā visi eksperimentu mērījumu dati tika savākti un apkopoti tabulās. Vispirms betona paraugi tika formēti, mainot vibropresēšanas procesa parametrus pēc izstrādāta eksperimentu plāna, katru mēģinājumu atkārtojot vismaz trīs reizes, tad pēc 28 dienām šie paraugi tika sagrauti. Tad visi eksperimenta laikā iegūtie dati tika apstrādāti ar mērķi izslēgt tos rezultātus, kas satur rupju kļūdu. To mērījumu vērtības, kas satur rupju kļūdu, stipri atšķiras no visiem pārējiem mērījumiem.

Atlasīto paraugu izturības vērtības pēc rezultātu apstrādes ļauj precīzāk saskatīt paraugus, kuri tika formēti pie vienādiem vibropresēšanas procesa parametriem. Tieši šīs vērtības kalpos par pamatu turpmākai šajā darbā metodikas izstrādei betona bloku vibropresēšanas procesa metamodelēšanai un optimizācijai.

2.1. Vibropresēšanas procesa modelis

Vibropresēšanas procesu var raksturot kā materiāla pakļaušanu presēšanai un vibrāciju ietekmei vienlaicīgi. Vibropresēšanas procesu pielieto vairāku produktu formēšanas laikā [88]. Reaktplastu (termoreaktīvās plastmasas) ražošanā vibropresēšanas formēšana ļauj ietaupīt formēšanas laiku un paaugstināt reaktoplasta kvalitāti [91]. Aglomerātu ražošanā vibropresēšanas tehnoloģijas pielietošanas rezultātā tiek iegūti materiāli, kuriem mikroporas un starpfrakciju tukšumi ir pilnībā likvidēti [83]. Vibropresēšanu pielieto metalurģijā brekešu ražošanā [85], asfalta plākšņu ražošanā [21], [89]. Vibropresēšanas tehniku plaši pielieto

augstās izturības betona produktu izstrādē – siena bloku, bruģakmens, apmales un cita veida betonu izstrādājumos.

Šajā darbā vibropresēšanas process tika realizēts laboratorijas apstākļos izmantojot Zwick un Instron testēšanas mašīnas. Par beramu materiālu, kas pakļauts vibropresēšanas formēšanai, tika lietota betona java ar nemainīgu konsistenci un ar zemu ūdens/cementa attiecību 0.33, kas ieteicama augstas izturības betona produktu iegūšanā. Java formējamajiem paraugiem ar masu 1 kg tika ievietota cilindriskā presformā ar diametru 8.4 cm.

Vibropresēšanas process tiek realizēts atbilstoši sakarībai:

$$f = f_0 + f_A \sin(2\pi\omega t) \quad (2.1)$$

kur f_0 – presēšanas spēks,

f_A – spēka amplitūda,

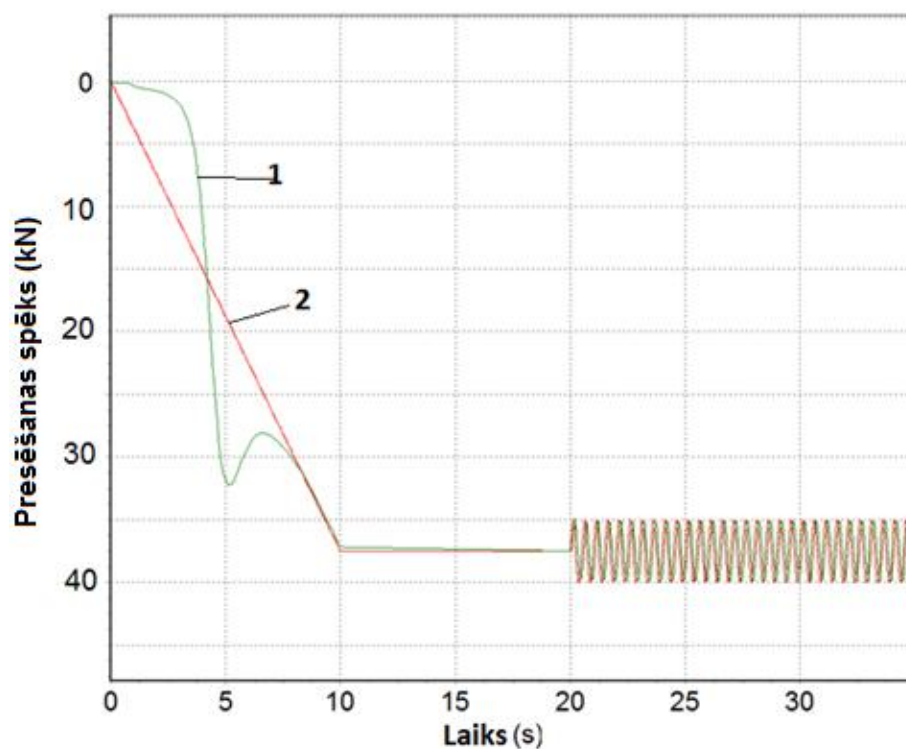
ω – vibrēšanas frekvence hercos.

Pēc Latīņu hiperkuba metodes tiek izstrādāts un realizēts eksperimentu plāns, variējot trīs iepriekšminētus mainīgos parametrus. Reģistrētie dati tiek apkopoti un analizēti, par tiem darbā tiek izklāstīts plašāk.

Tiek veiktas vairākas eksperimentu sērijas izmantojot Instron un Zwick testēšanas mašīnas. Tiek variēti trīs iepriekšminētie parametri, ar mērķi optimizēt vibropresēšanas procesu paraugu veidošanā. Rezultāti tiek analizēti ar EDAOpt programmatūru.

Vibropresēšanas process ir vizualizēts 2.1. attēlā. Instron testēšanas mašīna eksperimenta laikā reģistrē virzuļa pārvietojumu un presēšanas spēku. Pēc šiem datiem konstruētas attēlā redzamās līknes. Vispirms parauga betona java ar masu 1 kg cilindriskajā presformā tiek noslogota līdz uzdotajai spēkam f_0 , tad tiek realizēts papildus vibrācijas spēks ar amplitūdu f_A ar noteiktu frekvenci ω . Grafikā redzama pieliktās spēka izmaiņa laikā. Līkne 2 attēlo uzdoto režīmu (1), bet līkne 1 – realizēto. Pirmajā posmā līknēm nav sakritības, jo testēšanas mašīna nevar realizēt uzdotu spiešanas spēku, kad vēl irdenā java neizrāda pietiekamu pretestības spēku.

Iegūtie paraugi tiek sagrauti pēc 28 dienām, un to izturības robežas arī tika reģistrētas. Pirms tam visi paraugi tiek rūpīgi nosvērti un nomērīti. Tad ir meklētas sakarības ar EDAOpt programmatūras palīdzību starp uzdotajiem un iegūtajiem lielumiem. Respektīvi, tiek



2.1.att. Vibropresēšanas procesa vizuālizācija

meklētas tās vērtības, kuriem mainīgo parametru lielumiem atbilst visaugstākā paraugu kvalitāte, kā katrs no mainīgajiem uzdotajiem parametriem iespaido gatavo produkciju.

2.2. Naturālo eksperimentu plānošana

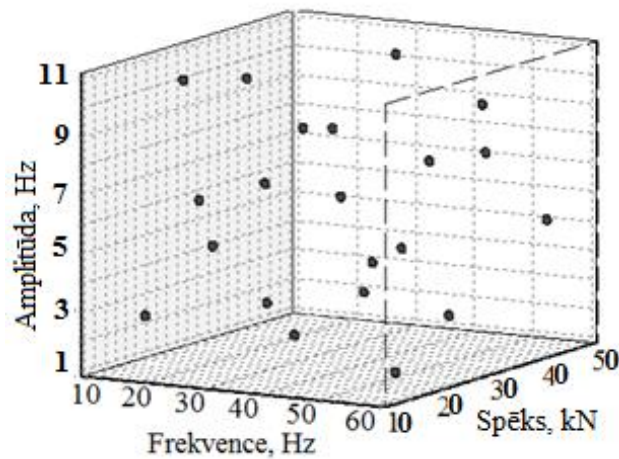
Eksperimentu plāns tiek sastādīts pēc Latīņu hiperkuba metodes [5] ar programmatūras EDAOpt palīdzību, ko var aplūkot 2.3. attēlā. Svārstību frekvence - ω tiek variēta intervālā no 10 Hz līdz 60 Hz, f_0 – presēšanas spēka jeb pieliktās slodzes intervāls ir no 10 kN līdz 50 kN, un f_A – spēka amplitūdas robežas ir no 1 līdz 11 kN. Datus var aplūkot EDAOpt skatlogā 2.2. attēlā zemāk.

Balstoties uz 2.2. attēlā redzamajiem robežnosacījumiem, ar programmatūras EDAOpt palīdzību tiek izveidots eksperimentu plāns pēc Latīņu Hiperkuba metodes. Telpisko trīsdimensiju kubu veido trīs asis, uz kurām ir atliktas vibropresēšanas procesa trīs mainīgie parametri – frekvence, spēka amplitūda un pieliktais presēšanas spēks.

Mne-	X 1	X 2	X 3
monic	frekvence, Hz	Amplitūda, kN	Slodze, kN
Levels	0	0	0
Min	10	1	10
Max	60	11	50

2.2. att. Eksperimentu plāna ievaddatu robežas programmatūrā EDAOpt

Ar EDAOpt programmatūras palīdzību izveidotā eksperimentu plāna pēc Latīņu Hiperkuba metodes telpisku attēlojumu var aplūkot 2.3. attēlā.



2.3. att. Eksperimentu plāns, sastādīts pēc Latīņu Hiperkuba metodes

Katrā punktā 2.3. attēlā tiek veikti vismaz 3 mēģinājumi (eksperimenti), kas atbilst uzdotajiem parametriem, parametri neatkārtojas un pēc iespējas minimāli un vienmērīgi izkliedēti Latīņu Hiperkuba telpā. Mainīgo parametru robežnosacījumus ietekmē betona javas formēšanas raksturīpašības un izmantoto testēšanas mašīnu iespējas.

2.3. Eksperimentālais aprīkojums

Pirms ķerties pie eksperimentu veikšanas, ir jāizveido betona javas presformas, kas ir pielāgotas izmantošanai Instron 8802 un Zwick testējamās mašīnās. Pirmās eksperimentu sērijas tika veiktas ar Instron 8802 testējamās mašīnas palīdzību.



2.4. att. Betona presforma, pielāgota Instron 8802 mašīnai

Tāpēc tika iepriekš izstrādāts 2.4. attēlā parādītais aprīkojums betona masas elastīgi disipatīvo īpašību eksperimentālai pētīšanai. Presformas cilindra iekšējais diametrs ir vienāds ar 150 mm. Tā izmēri tika izvēlēti tādi, lai maksimāli tuvinātos bloka faktiskajiem izmēriem.



2.5. att. Testēšanas iekārtas Instron 8802 hidrožokļos iestiprinātais testēšanas cilindrs (presforma)

Aprīkojums izprojektēts tā, lai nodrošinātu hermētiskumu un nebojātu dārgo testēšanas aparāturu.

Eksperimenti tika veikti, izmantojot testēšanas mašīnu Instron 8802 (skat. 2.5. attēlu) un

realizējot tās vadību gan pēc spēka, gan pēc pārvietojuma. Tie ir uzskatami par sākotnējiem eksperimentiem, kuros tika izmēģināts uzprojektētais un izgatavotais aprīkojums, kā arī izveidota eksperimentu metodika.

Betona cilindru paraugus, kas tika veidoti vibropresēšanas procesa rezultātā, izmantojot testēšanas mašīnu Instron 8802, var apskatīt 2.6. attēlā.

Taču eksperimentu kvantums lika samazināt betona cilindru paraugu izmērus, kas atvieglo pašu eksperimentu norises fizisko specifiku. Tas prasīja pilnīgi jaunas presformas izstrādi.



2.6. att. Testēšanas mašīnā Instron 8802 uzformētie betona cilindru paraugi

Betona javas sastāvs (skat. 2.7. att.) ir izvēlēts ļoti vienkāršs, bez piemaisījumiem, tajā ietilpst trīs galvenās komponentes:

ūdens 7% + cements 29% + smiltis ar šķembām 64%

Šī konsistence ar Ūdens/Cementa (turpmāk Ū/C) attiecību 0.25. Procentuālā attiecība ir masas mērvienībās.

Cements un ūdens ir betona galvenie komponenti. Faktiski tie pilda galveno funkciju – sasaitīt visus komponentus vienā monolītā struktūrā. Šo divu komponentu pareizās

proporcijas ievērošana (ūdens un cementa attiecība) ir betona ražošanas galvenais uzdevums. Runa iet ne tikai par ūdens un cementa daudzumu, kuri ir ievadīti betonā. Tieši ar to viss ir vienkārši. Ir svarīgi ņemt vērā visas nianšes: šķembu un smilts mitrumu, to mitruma uzsūci u.c. Cementam mijiedarbojoties ar ūdeni (cementa hidratācija), tas var saistīties un sacietēt, veidojot tā saucamo cementa akmeni. It kā pilnīgi patstāvīgs materiāls, bet tomēr tā nav. Sacietēšanās laikā cementa akmens deformējas. Tilpuma rukums sasniedz 2 mm/m. Šķiet, ka nav daudz, tomēr šo sarukuma procesu nevienmērīguma dēļ veidojas iekšējais spriegums, rodas mikroplaisas. Šīs mikroplaisas ir praktiski neredzamas, taču tās samazina cementa akmens stiprību un ilgizturību. Lai mazinātu šīs deformācijas, sastāvā tiek ievadītas pildvielas: Rupjās pildvielas: šķembas + Smalkās pildvielas: smilts.



2.7. att. Betona maisījums

Šo pildvielu loma ir izveidot struktūras karkasu, kurš uzņem rukuma spriegumu, kā rezultātā gatavais betons dod mazāku sarukumu. Tai pašā laikā palielinās betona stiprība un elastības modulis (konstrukcijas slodzes deformāciju samazināšanās), samazinās šļūde (kad betons neatgriezeniski deformējas ilgstošas slodzes ietekmē). Pildvielas būtiski palētina betona izmaksas, jo cements maksā krietni vairāk, nekā šķembas un smilts.

2.4. Eksperimentālā aprīkojuma izstrāde

Tika pieņemts, ka betona parauga masai jābūt 1 kg, un vibropresēšanas procesa laikā pieliktajam spēkam jārealizē līdz 50 kN, ņemot vērā testēšanas mašīnu tehniskās iespējas un uzbūvi. Presformas izstrādei bija jāņem vērā testēšanas mašīnas Zwick īpatnējo stiprinājuma žokļu uzbūvi un specifiku, materiāla iegādes iespējas. Jaunas presformas aprēķinā ir izmantotas sakarības (2.2) un (2.3):

$$p_{max} = (2 \times \sigma \times h) / (k \times d) \quad (2.2)$$

$$p = F/S \quad (2.3)$$

Iepriekšminēto sakarību raksturlielumi ir apkopoti presformas stiprības aprēķina tabulā 2.1., kur par pamatu tika ņemtas cauruļu aprēķinu modeļi, kas slogoti ar iekšējo spiedienu. Presforma izgatavota no tērauda S235 LVS, ar izturības tecēšanas robežu 235 MPa.

2.1. tabula

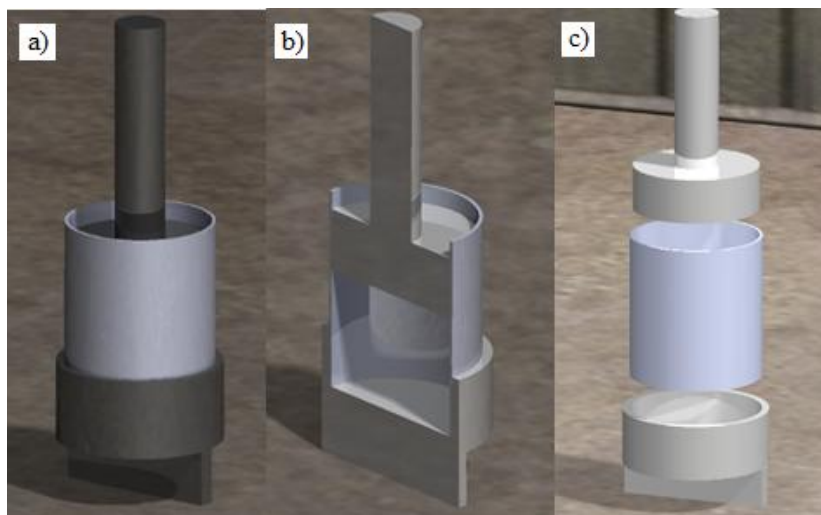
Cilindra stiprības aprēķins, kas slogots ar iekšējo spiedienu	
Cilindra iekšējais diametrs d, mm	86
Cilindra iekšējais laukums S, mm ²	5805.86
Cilindra sienas biezums h, mm	2
Tērauda izturības tecēšanas robeža σ , MPa	235
Rezerves koeficients k	1.2
Pieļaujamais iekšējais spiediens cilindrā p_{max} , MPa	9.11
Pieliktā spēks F, N	50000
Pieliktā slodze p, MPa	8.61

Pieļaujamais iekšējais spiediens cilindrā ir lielāks nekā plānotā maksimālā slodze. Pēc esošajiem aprēķiniem, presforma tika uzkonstruēta ar programmatūras SolidWorks palīdzību.

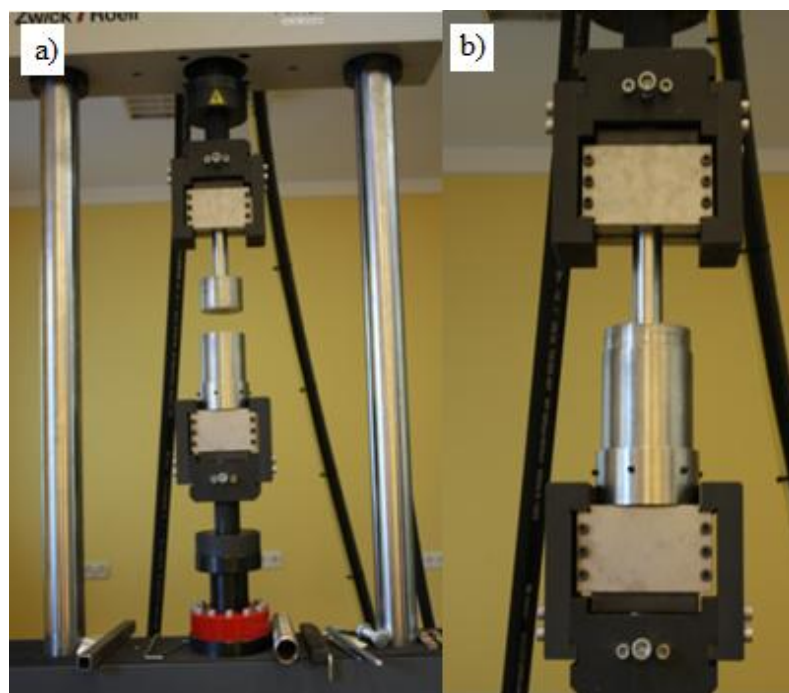
Vibropresēšanas procesa rezultātā tiek iegūti betona paraugi cilindriskajā presformā.

Katra parauga masa pirms formēšanas ir 1 kg un diametrs – 86mm. Presforma sastāv no apakšējā stiprinājuma Zwick žokļos, cilindra un virzuļa, tos var aplūkot 2.8. attēlā. Pēc katra

eksperimenta cilindrs ar betona paraugu ir jāizņem ārā un mehāniskā ceļā jāizspiež laukā paraugs. Presformu testēšanas mašīnā Zwick var aplūkot 2.9. attēlā.



2.8. att. Ar programmatūras SolidWorks palīdzību uzprojektēta presforma: a – presforma salikta, b – presformas šķērsgriezums, c – presforma izjaukta



2.9. att. Testēšanas mašīna Zwick ar izveidoto presformu iestiprinātu mašīnas žokļos: a – ar paceltu virzuli, b – ar nolaisto virzuli darba režīmā

Ar testēšanas mašīnas Zwick veidotie paraugi ir redzami 2.10. attēlā. Tie ir mazāki par iepriekšējiem, katrs sver 1 kg pirms formēšanas un ir 86 mm diametrā.



2.10. Testēšanas mašīnā Zwick uzformētie betona cilindru paraugi

2.5. Sagraušana

Paraugu sagraušana tiek veikta pēc 28 dienām pēc betona paraugu formēšanas. Sagraušanas eksperimenti tiek veikti betona ražošanas uzņēmumā „TMB elements” laboratorijas telpās (skat. 2.11. att.), ņemot vērā LVS EN 12390-3:2002 [45] valsts standartus. Šeit jāpiemin, ka katra parauga augšējais un apakšējais pamati tiek izlīdzināti pirms saspiešanas, un to virsmas apstrādātas ar sēru, lai iegūtu gludu virsmu. Tas nepieciešams precīzu datu iegūšanai sagraušanas testā, jo izlīdzināts paraugs tiek saspiests vienmērīgi.

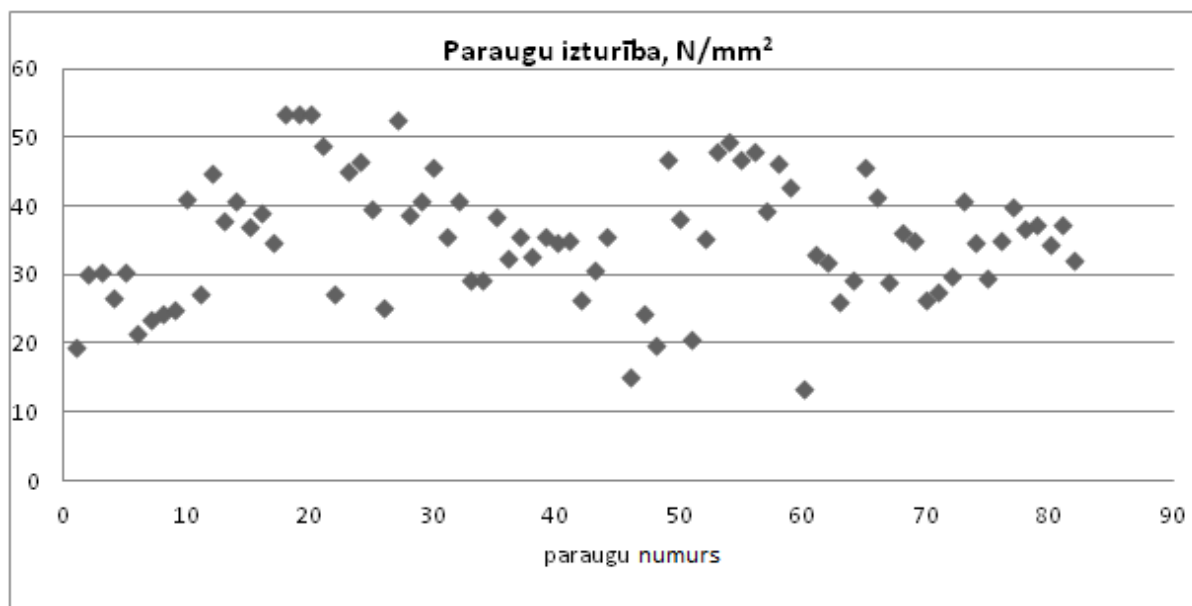
Katrs paraugs tika nosvērts, tam tika nomērīts diametrs d un augstums h pirms sagraušanas. Sagraušanas procesa rezultātā tika noteikta paraugu izturība p , N/mm². Visi dati

tika ierakstīti paraugu testēšanas protokolā. Visu paraugu izturības vērtības ir apkopoti grafikā, skat. 2.12. attēlā.



2.11. att. Paraugu sagraušanas iekārta (pa kreisi) un parauga izskats pirms (pa labi augšā) un pēc (pa labi apakšā) sagraušanas eksperimenta

Attēlā 2.12. var redzēt visu paraugu izturību, kuri iegūti vibropresēšanas procesā, mainot trīs vibropresēšanas procesa raksturparametrus (frekvenci, presēšanas slodzi un slodzes amplitūdu). Katrus 3, 4 vai pat 5 pēc kārtas esošus paraugus raksturo viena un tā pati formēšanas frekvence, presēšanas slodze un slodzes amplitūda. Dotajā attēlā var izšķirt šādus paraugus pēc stiprību sablīvējumu vietām, taču pastāv arī liela stiprības izkliede. Lai izvairītos no neprecizitātes, minimizētu kļūdas apgabalu, un palielinātu ticamību turpmākajām sakarībām un metamodeļiem, dati tiek apstrādāti.



2.12. att. Paraugu izturība

2.6. Rezultātu apstrādes gaita

1. No visiem N mērījumiem katrā sērijā (3, 4 vai 5 paraugi, kuru formēšanas procesā frekvence, presēšanas slodze un slodzes amplitūda ir vienādi) aprēķina \bar{x} vidējo aritmētisko vērtību:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.4)$$

2. Tad katrā mērījumu sērijā aprēķina s_x vidējo kvadrātisko kļūdu:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \quad (2.5)$$

3. Rezultātu, kas satur rupju kļūdu, jāizslēdz. To mērījumu vērtības, kas satur rupju kļūdu, stipri atšķiras no visiem pārējiem mērījumiem. Lai pārbaudītu, vai rezultāts tiešām ir ar rupju kļūdu, izmanto sekojošu matemātisku kritēriju [5]:

$$\frac{|x^* - \bar{x}|}{s_x(N)} > \tau_\beta(N) \quad (2.6)$$

kur $\tau_\beta(N)$ ir sadalījuma koeficients, kurš atkarīgs no mērījumu skaita N ,

s_x - vidējā kvadrātiskā kļūda,

x^* - aizdomīgais rezultāts.

Ja izteiksmes (2.6) kreisā puse ir lielāka par $\tau_\beta(N)$, tad aizdomīgais rezultāts satur rupju kļūdu un ir izslēdzams no aprēķiniem. Izvēlas ticamības varbūtības vērtību $\beta = 0,95$ un pie izvēlētajā β vērtības un veiktā mērījumu skaita atrod Stjudenta koeficienta vērtību $t_\beta(N)$.

4. Tātad, arī vidējo vērtību aprēķinot, šo rezultātu neņem vērā, un ir jāpārrēķina iepriekš iegūtā vidējā vērtība, kurā tika izmantots kļūdainais rezultāts.

5. Aprēķina Δx_s ticamības intervāla robežas (gadījuma kļūdu) pēc formulas:

$$\Delta x_s = s_x \tau_\beta(N) \quad (2.7)$$

6. Aprēķina rezultāta relatīvo kļūdu ε pēc formulas:

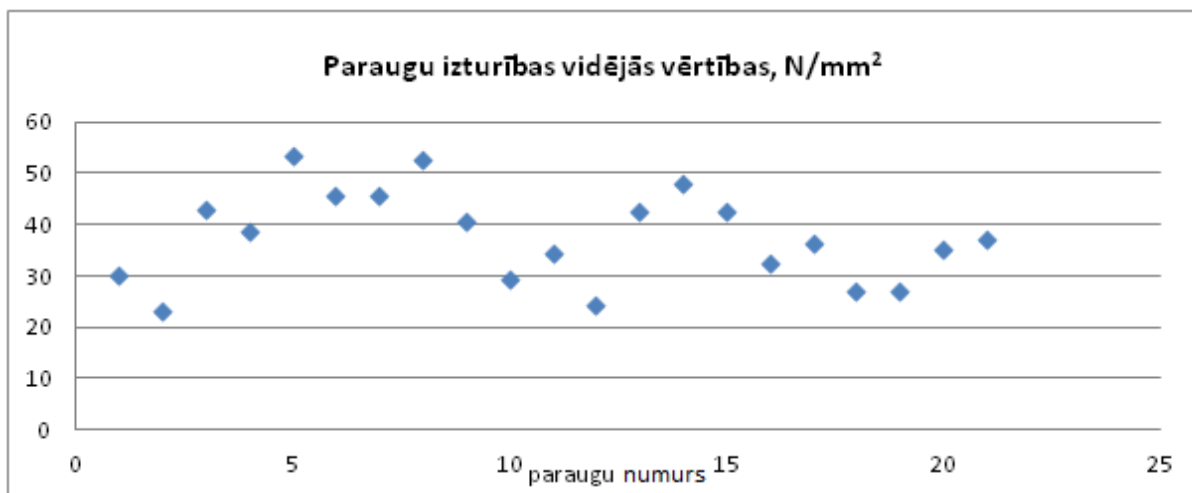
$$\varepsilon = \frac{\Delta x_s}{\bar{x}} 100\% \quad (2.8)$$

2.7. Paraugu sēriju izturības apstrāde

No visiem N mērījumiem katrai sērijai aprēķina \bar{p} izturības vidējo aritmētisko vērtību un s_p vidējo kvadrātisko kļūdu, tad rezultātus, kas satur acīmredzamo izkliedi, izslēdz. Tiek pārrēķināta izturības iepriekš iegūtā vidējā vērtība. Rezultāti apkopoti 2.13. un 2.14. attēlos.

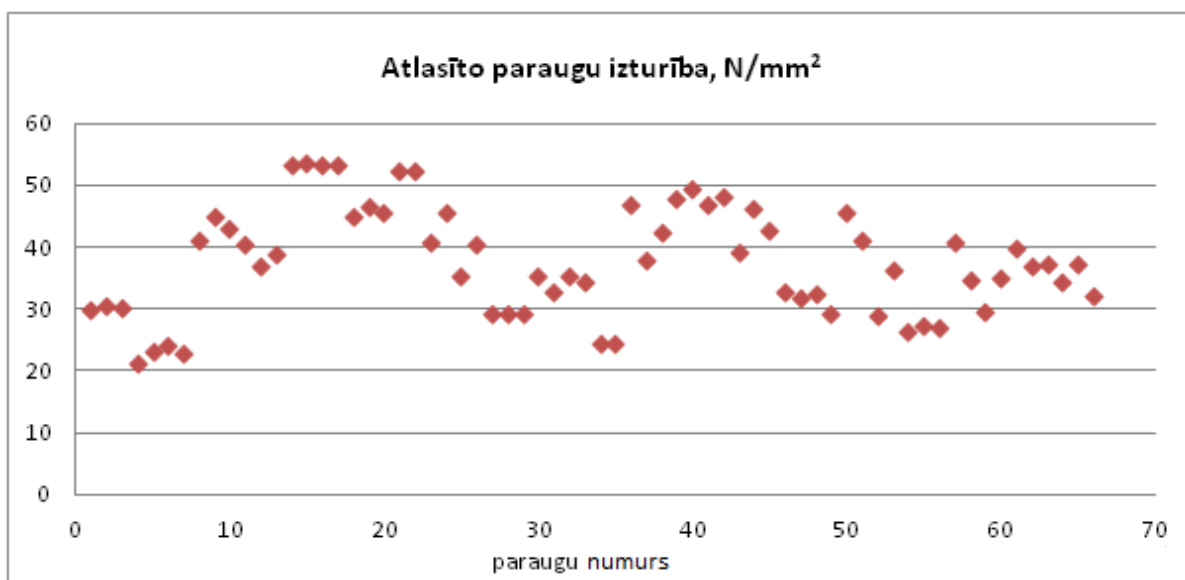
Atgriežoties pie eksperimentu plāna, kas izstrādāts pēc Latiņu Hiperkuba metodikas, (skat. 2.3. att.), var redzēt, ka plāns paredz 21 vibropresēšanas procesa sēriju ar dažādiem parametriem, t.i. katrā Latiņu Hiperkuba punktā, kuru veido slodzes, frekvences un slodzes amplitūdas vērtības, ir paredzēts izveidot vismaz trīs betona paraugus ar nemainīgu konsistenci. Kad paraugi ir izveidoti un notestēti, to vidējās vērtības ir apkopotas 2.13. attēlā.

Šis attēls parāda, ka paraugu stiprības svārstās no 23 N/mm² līdz 53 N/mm², kas apstiprina pieņēmumu, ka vibropresēšanas procesa parametri ietekmē paraugu izturību.



2.13. att. Paraugu izturības vidējās vērtības (izkliedes grafiki)

2.14. attēlā ir parādīta atlasītu paraugu izturība pēc rezultātu apstrādes.



2.14. att. Atlasīto paraugu izturība

Atlasīto paraugu izturības attēlojums pēc rezultātu apstrādes ļauj precīzāk saskatīt paraugus, kuri tika formēti pie vienādiem vibropresēšanas procesa parametriem. To paraugu stiprības vērtības, kuri tika formēti pie vienādiem vibropresēšanas procesa parametriem, atrodas tuvu viena otrai, ko var aplūkot 2.14. attēlā. Tieši šīs vērtības kalpos par pamatu turpmākai šajā darbā izstrādātās metodikas betona bloku vibropresēšanas procesa metamodelēšanai un optimizācijai.

2.8. Nodaļas kopsavilkums

Šajā nodaļā ir paveikts metamodelēšanas pielietojuma metodikas izstrādes dinamisko sistēmu analīzei pirmais posms. Nodaļas izstrādātās metodoloģijas posma algoritmu var apskatīt 2.15. attēlā. Darbā par dinamisku sistēmu ir izvēlēts betona paraugu formēšanas process – vibropresēšanas process.

Vispirms tiek izvēlēta dinamiskā procesa - vibropresēšanas procesa funkcija, kura ieejas faktori ir trīs mainīgie parametri: f_0 – presēšanas spēks, f_A – spēka amplitūda, ω – vibrēšanas frekvence, no kuriem ir atkarīga izgatavoto betona paraugu stiprība.

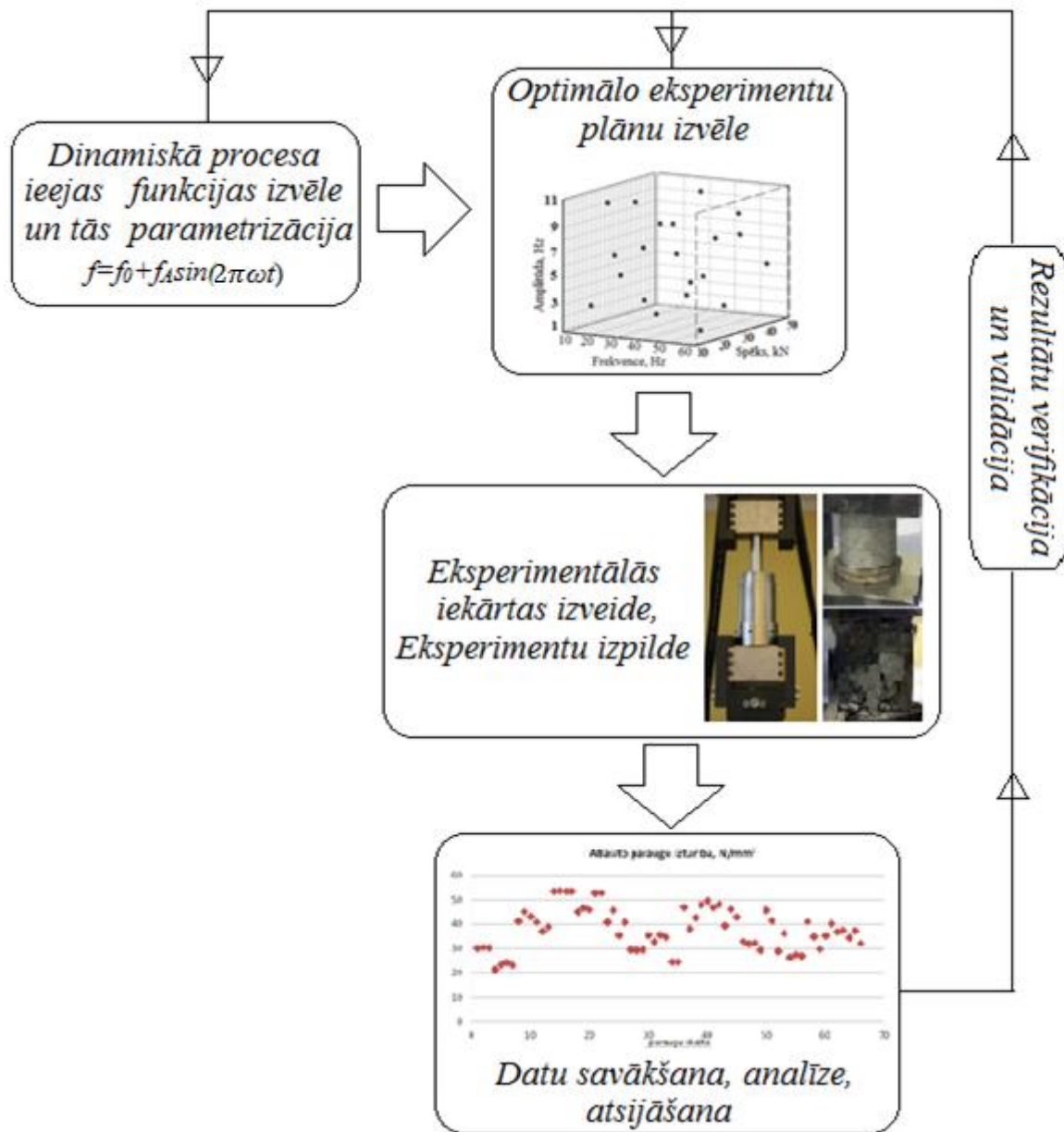
Tad pēc Latiņu hiperkuba metodes ir izveidots trīs dimensiju eksperimentu plāns, kura katra dimensija atspoguļo vibropresēšanas procesa mainīgo parametru.

Lai realizētu eksperimentu plānu ir uzprojektēts un izveidots eksperimentāls aprīkojums ar programmatūras SolidWorks palīdzību. Tiek noteikts betona javas sastāvs visiem turpmākajiem eksperimentiem. Vispirms betona paraugi tika formēti mainot vibropresēšanas procesa parametrus pēc izstrādāta eksperimentu plāna, katru mēģinājumu atkārtojot vismaz trīs reizes, tad pēc 28 dienām šie paraugi tika sagrauti.

Eksperimentu laikā visi eksperimentu mērījumu dati tika savākti un apkopoti tabulās. Tad visi eksperimenta laikā iegūtie dati tika apstrādāti ar mērķi izslēgt tos rezultātus, kas satur rupju kļūdu. Atlasīto paraugu izturības vērtības pēc rezultātu apstrādes ļauj precīzāk saskatīt paraugus, kuri tika formēti pie vienādiem vibropresēšanas procesa parametriem.

Izstrādātās metodikas algoritma pirmais posms paredz rezultātu verifikāciju un validāciju nepieciešamības gadījumā, augstākas precizitātes iegūšanai. Iespējams, ka ir nepieciešami uzlabojumi metamodela izveidē, eksperimentu plāna izmaiņas.

Šajā nodaļā ir paveikts: eksperimenta ieejas un izejas faktoru izvēle, eksperimentālās iekārtas izveide, atsijāšanas eksperimentu veikšana.



2.15. att. Nodaļas izstrādātās metodoloģijas posma algoritms

3. METAMODEĻU PIELIETOJUMS DINAMISKĀS SISTĒMAS ANALĪZĒ

Trešajā nodaļā ir izklāstīta metodika, pēc kuras tiek būvēti dinamiskā procesa metamodeli. Vispirms tika izveidots metamodelis, kas atspoguļo kompaktēšanas procesa parametru atkarību no tehnoloģiskā procesa parametriem. Tika piemeklētas konstantes, ar kurām matemātiskais modelis tiek visprecīzāk pielāgots reālajam procesam. Izveidotais aproksimācijas modelis jeb kompaktēšanas procesa metamodelis kalpos par pamatu turpmākās multikriteriālās optimizācijas veikšanai.

Tad tiek aplūkota katra vibropresēšanas procesa mainīgā parametra ietekme uz iegūto paraugu izturību, lai veidotos priekšstats par paša procesa raksturu, lai noskaidrotu, vai pastāv acīmredzamas sakarības starp ievadītajiem un iegūtajiem datiem.

Ir sarēķinātas paraugu blīvuma vērtības, lai pārbaudītu formēšanas procesa kvalitāti un salīdzinātu iegūtos lielumus ar informācijas avotos minētajiem datiem.

Ar programmatūras EDAOpt palīdzību ir izveidoti matemātiskie modeļi paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc kvadrātiskās polinomiālās regresijas un Kriginga aproksimācijas metodēm, rezultāti tika salīdzināti savā starpā. Ar MathCad programmatūras palīdzību ir pārbaudīta polinomiālās regresijas aproksimācijas modeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem pēc Fišera kritērija.

3.1. Metodika

Pēdējo divdesmit gadu laikā, lai risinātu globālās optimizācijas, daudzkriteriālās, multidisciplinārās robustas optimizācijas uzdevumus, tiek izmantotas metamodelēšanas metodes [70]. Galvenās priekšrocības, ko iegūst, pielietojot metamodelēšanu optimizācijā, ir:

- 1) optimizācijas procedūras nepieciešamā skaitļošanas laika samazināšana, izmantojot gan kritēriju, gan ierobežojumu aproksimācijas,
- 2) iespējama paralēla eksperimentu datu iegūšana,
- 3) aproksimācijas procesā var iegūt zināšanas par projekta faktoru nozīmīgumu un ietekmi uz optimālo risinājumu,
- 4) metamodelēšanas izmantošana ļauj strādāt gan ar nepārtrauktiem, gan diskrētiem mainīgajiem.

Metodes, ar kurām risina globālās optimizācijas problēmas, izmantojot metamodelēšanu, var iedalīt viena etapa un divu etapu metodēs [34] Viena etapa jeb adaptīvās metodes reizēm sauc par globālās metamodelēšanas optimizāciju un divu etapu metodes par metamodeļa bāzētu optimizāciju.

Vairums metamodelēšanas optimizācijas metožu ir divu etapu optimizācijas metodes [34]. Pirmajā pakāpē tiek izveidota aproksimācija, pieskaņojot nepieciešamos parametrus. Otrajā solī šīs aproksimācijas tiek uzskatītas par korektām un tiek precizēts meklēšanas apgabals un, ja nepieciešams precizēt rezultātus, tiek izdarīti papildus eksperimenti. Galvenais šādas pieejas trūkums ir tāds, ka pirmajā solī iegūtās aproksimācijas var nebūt pietiekami precīzas, tādējādi īstais optimums var neparādīties aproksimācijā un otrajā solī iegūtais optimums var nebūt globālais optimums [34] Šajās metodēs parasti jau pirmajā solī tiek pielietots diezgan liels eksperimentu plāns, lai iegūtu pēc iespējas precīzāku atbilžu aproksimāciju [39], [54] [73].

Šī pieeja vēsturiski ir radusies kā RSM metodikas sastāvdaļa agrāk par viena etapa metodēm. Divu etapu metodes, kas izmanto kriginga aproksimācijas, ir aprakstītas [34], [11], [17], u.c. Divu etapu metodēs parasti tiek pielietotas pēc iespējas vienkāršas globālās meklēšanas metodes, jo metamodeļa funkcijas vērtības var atrast salīdzinoši ļoti ātri un tādēļ nav jārūpējas par iterāciju skaita samazināšanu. Piemēram, RTU MMD laboratorijā izstrādātajā metamodelēšanas programmatūrā EDAOpt tiek izmantota gadījuma daudzkārtējo startu optimizācijas metode [30].

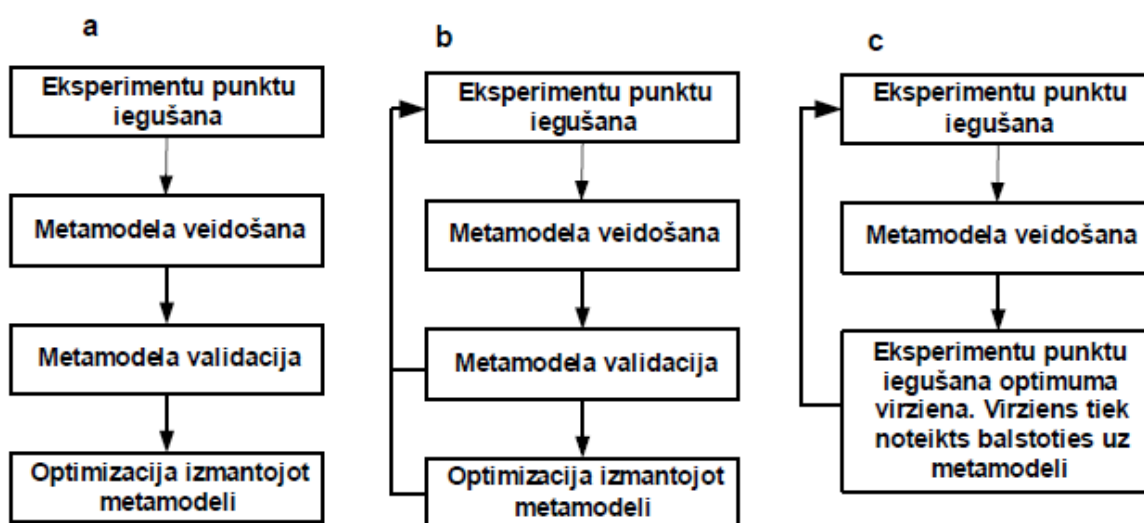
Viena etapa jeb adaptīvajās metodēs tiek izlaists divu etapu metožu pirmais solis. Tā vietā tiek izteikta hipotēze par globālā optimuma atrašanās vietu un papildus eksperimenti tiek veikti, lai pārbaudītu šo hipotēzi, balansējot papildus eksperimentu veikšanu metamodeļa uzlabošanai ar neizpētītu reģionu pārbaudi [34]. Pie šīm metodēm var pieskaitīt arī SQP metodi, kas balstās uz kvadrātisku polinomu aproksimāciju. Šīs metodes plašāk ir pētītas un pielietotas kriginga modeļiem, jo optimizācijas procesā ir ērti lietot aproksimācijas kļūdas novērtējumu, ko sniedz krigings [34], [64].

Galvenais viena etapa metožu trūkums ir tāds, ka metode ir piemērota tikai procesa optimizācijai un nav garantijas, ka atrodot optimumu, iegūtais metamodelis dos precīzu aproksimāciju visā eksperimentu telpā, lai varētu tikt izmantots citiem mērķiem. Otrs šo

metožu trūkums ir tāds, ka tas ir sarežģītāks - optimizācijas procesā tiek izmantoti aproksimācijas kvalitātes rādītāji, kā arī eksperimentālie punkti tiek iegūti secīgi.

Trešais optimizācijas veids balstās uz metamodeļiem, lai novērtētu nākamo eksperimentu punktu vietu, un tādējādi tuvotos globālajam optimumam, skat. [73]. Atšķirībā no iepriekšējiem diviem optimizācijas veidiem, metamodelis netiek lietots kā surogāts tipiskā optimizācijas procedūrā. Optimizācija tiek panākta, lietojot adaptīvo eksperimentu plānošanu un netiek izmantota formāla optimizācijas metode. Šī pieeja nav pietiekoši testēta daudzdimensiju problēmām [73].

Trīs dažādo metamodeļu bāzēto optimizācijas procedūru shēma parādīta attēlā 3.1.

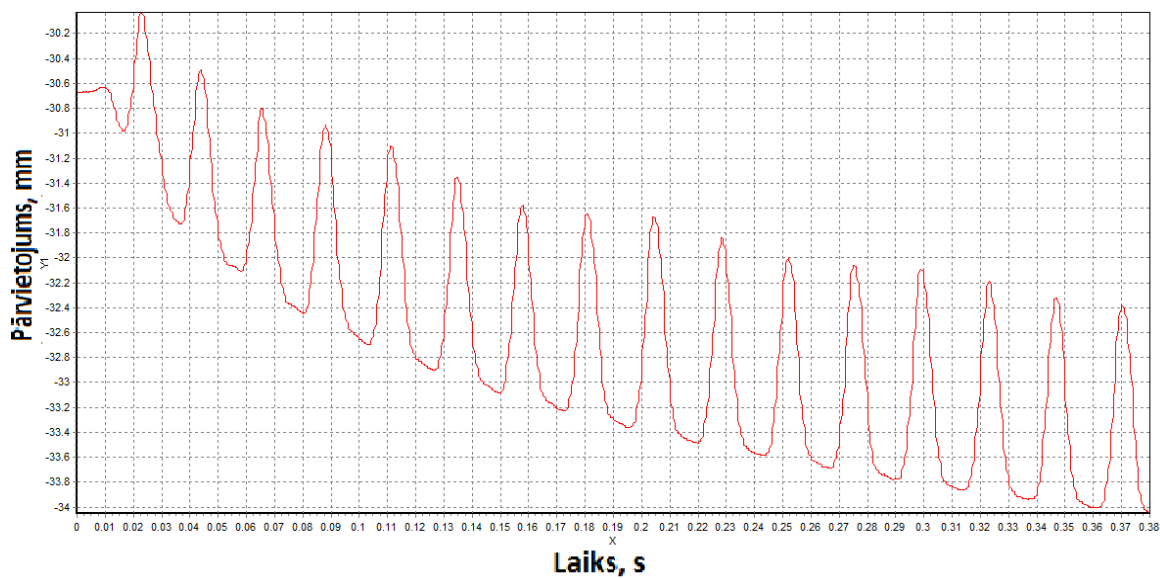


3.1. Uz metamodeļiem balstītas optimizācijas veidi. a – divu soļu metodes, b – viena soļa jeb adaptīvās metodes, c – adaptīvā eksperimentu plānošanas metode

Šajā gadījumā ir aplūkots dinamisks process. Eksperimentu atbilde ir nevis skaitlis, bet laika funkcija – kompaktēšanas process. To var aprakstīt vienkāršoti, piemēram ar dažiem Furjē rindas locekļiem (ja tas ir periodisks process), sadalot procesa funkciju pa gabaliem - ar lineārām funkcijām (kā K. Kalniņa darbā [35] spēka-deformācijas līknes), ar reoloģiskiem modeļiem [78] vai ar eksperimentu plānošanas un apstrādes rezultātā piemeklētām funkcijām, kas arī tiek darīts šajā darbā. Tikai tāpēc, ka pārejas procesa vietā, kurš aprakstāms ar bezgalīga skaita parametriem, ir lietotas tā aproksimācijas ar galīgu un mazu parametru skaitu, darbā izveidotos modeļus var saukt par metamodeļiem (modeļu modeļiem). Citādi tie būtu saucami vienkārši par modeļiem, kuri iegūti no rezultātu aproksimācijas.

3.2. Metamodeļu izveide kompaklēšanas procesa parametru atkarībai no tehnoloģiskā procesa parametriem

Testēšanas mašīna Zwick vibropresēšanas procesu vizualizēja ar virzuļa pārvietojumu līkni jeb ar parauga formēšanas līkni (skat. 3.1. attēlu).



3.2. att. Parauga formēšanas līkne

Pie uzdotās konstantās slodzes un vibrācijas slodzes amplitūdas, kuras parādītas 2.1. attēlā, ir redzams, ka parauga kompaklēšana notiek praktiski ar katru periodu redzamajā 3.2. attēlā laika posmā. Sākumā straujāk, un tad arvien mērenāk. Jo vairāk paraugs tiek saspīests, jo vairāk tas tiek sablīvēts. Parauga sablīvēšana pakāpe norāda uz parauga turpmāko izturību [6]. Visefektīvākais vibropresēšanas pielietojums betona paraugu formēšanā ir tajā posmā, kur parauga kompaklēšana notiek visstraujāk, jo vibropresēšanas process prasa lielus enerģijas patēriņus.

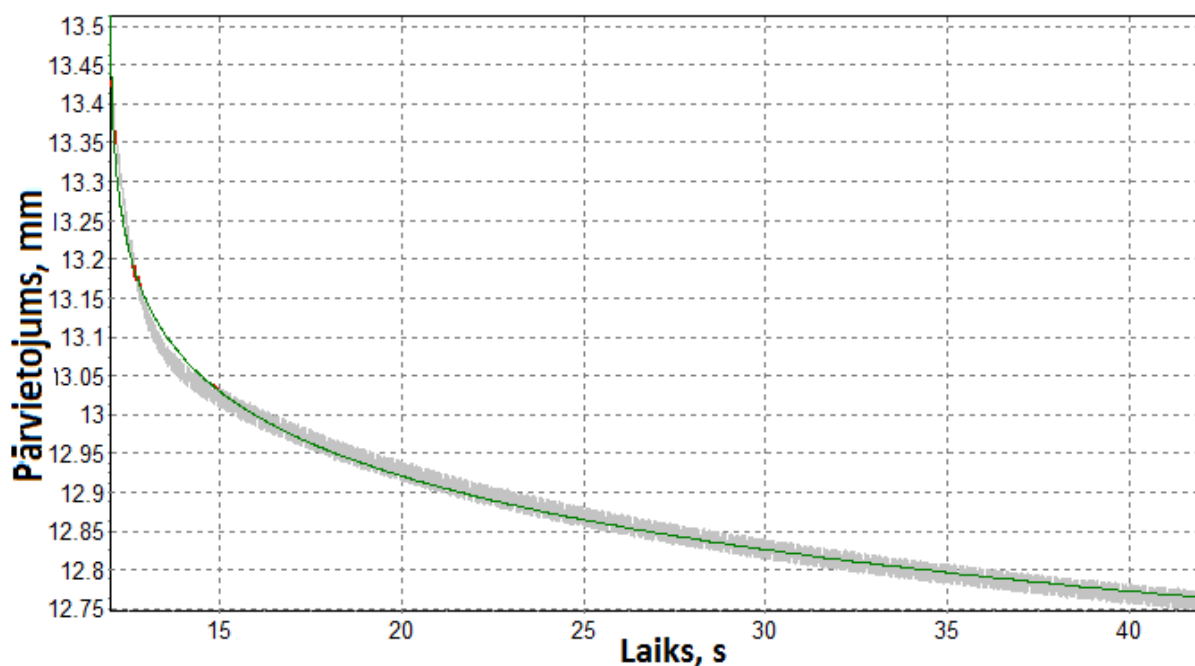
Analizējot parauga kompaklēšanas līkni, tai tiek meklēta funkcija, kas varētu aproksimēt iegūtos rezultātus, balstoties uz mazāko kvadrātu metodi, ar mērķi aprakstīt vibropresēšanas procesa kompaklēšanas uzvedību.

Pilna parauga kompaklēšanas līkne ir parādīta 3.3. attēlā.

Šādu tipisku parauga formēšanas līkni ir izdevies diezgan precīzi aproksimēt ar sekojošu funkciju:

$$x(t) = x_0 + R(t - t_0 + \Delta)^p \quad (3.1)$$

kurai ir četri parametri x_0 , R , Δ un p . Aproksimētās funkcijas līkni var apskatīt 5. attēlā.



3.3. att. Parauga kopmaktēšanas līkne un aproksimēta līkne

Raksturojot katru no parametriem, tiek iegūts, ka $x_0 = x(t_0)$, $\Delta = 0.02$, $p = 0.05$ ir parametri ar konstantām vērtībām, bet parametru R var variēt, pielāgojot kompaktēšanas līknei. Tātad, tieši parametra R atkarība no trim sākumā uzdotajiem mainīgajiem vibropresēšanas procesa parametriem $R=f(f_0, f_A, \omega)$ ļauj analizēt un optimizēt vibropresēšanas procesu [8].

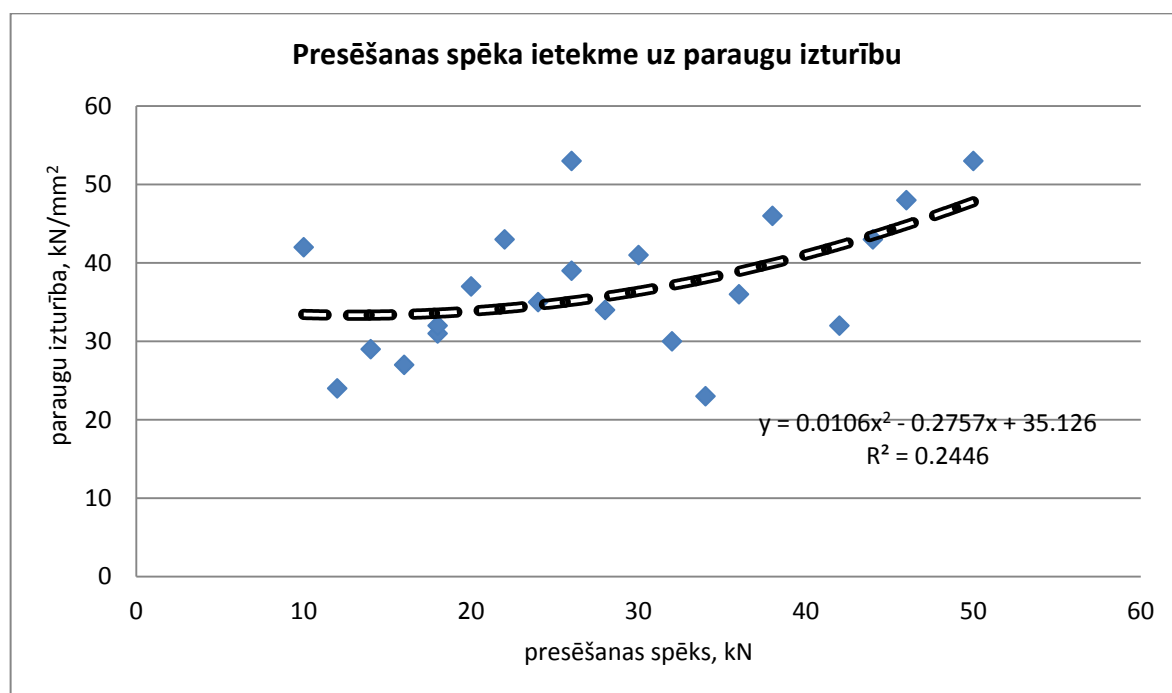
Izveidotais aproksimācijas modelis jeb kompaktēšanas procesa metamodelis kalpos par pamatu turpmākās multikriteriālās optimizācijas veikšanai.

3.3. Vibropresēšanas procesa parametru ietekme uz paraugu izturību

Atlasītajām vidējām sēriju vērtībām tika uzkonstruētas polinomiālas tendences līknes (izkliedes grafiki, *scatter plots*) atkarībā no trim mainīgajiem vibropresēšanas procesa parametriem. Veidojot izkliedes grafikus, atbildes tiek uzskatītas par viena argumenta funkcijām, kaut gan faktiski tās ir trīs argumentu funkcijas. Šādi grafiki ļauj vizuāli novērtēt katra ieejas faktora ietekmi – tendenci [53].

Kā redzams 3.4. attēlā, palielinoties presēšanas spēkiem apmēram līdz 40 kN, paraugu izturība būtiski nemainās, tomēr novērojama neliela tendence, ka paaugstinoties vibropresēšanas procesa slodzei virs 40 kN, pieaug arī paraugu izturība. Ja līdzīgu paraugu izturību var iegūt pie dažādām slodzēm, tad ir vēlams lietot mazāku slodzi, ietaupot patērēto enerģiju un palielinot iekārtu kalpošanas laiku.

R kvadrātiskā vērtība atspoguļo, cik tuvu tendenču līnijas novērtētās vērtības saskan ar reālajiem datiem (no 0 līdz 1). Tendenču līnija ir visuzticamākā tad, ja R kvadrātiskā vērtība ir 1 vai tuvu tam. To sauc arī par noteikšanas koeficientu [53].

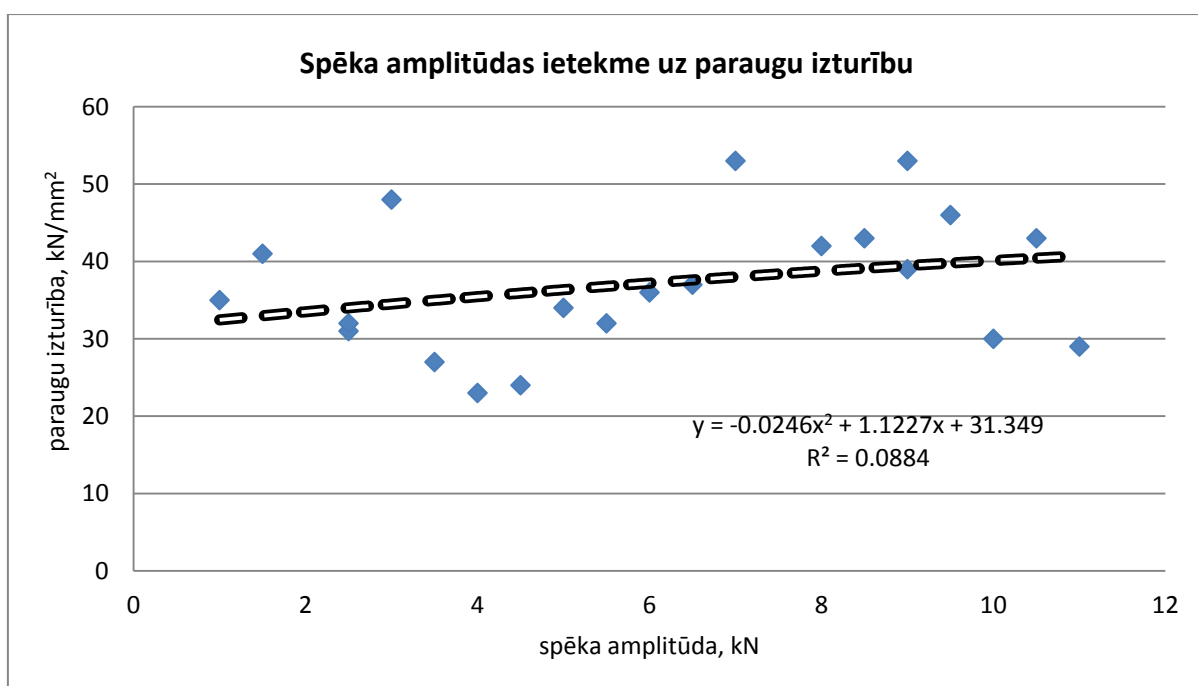


3.4. att. Presēšanas spēka ietekme uz paraugu izturību

Taču nedrīkst aizmirst, ka katrā 3.4. attēlā redzamajā punktā ir atšķirīgi vēl divi vibropresēšanas procesa parametri – spēka amplitūda un frekvence, kuriem arī ir ietekme uz formēšanas procesu.

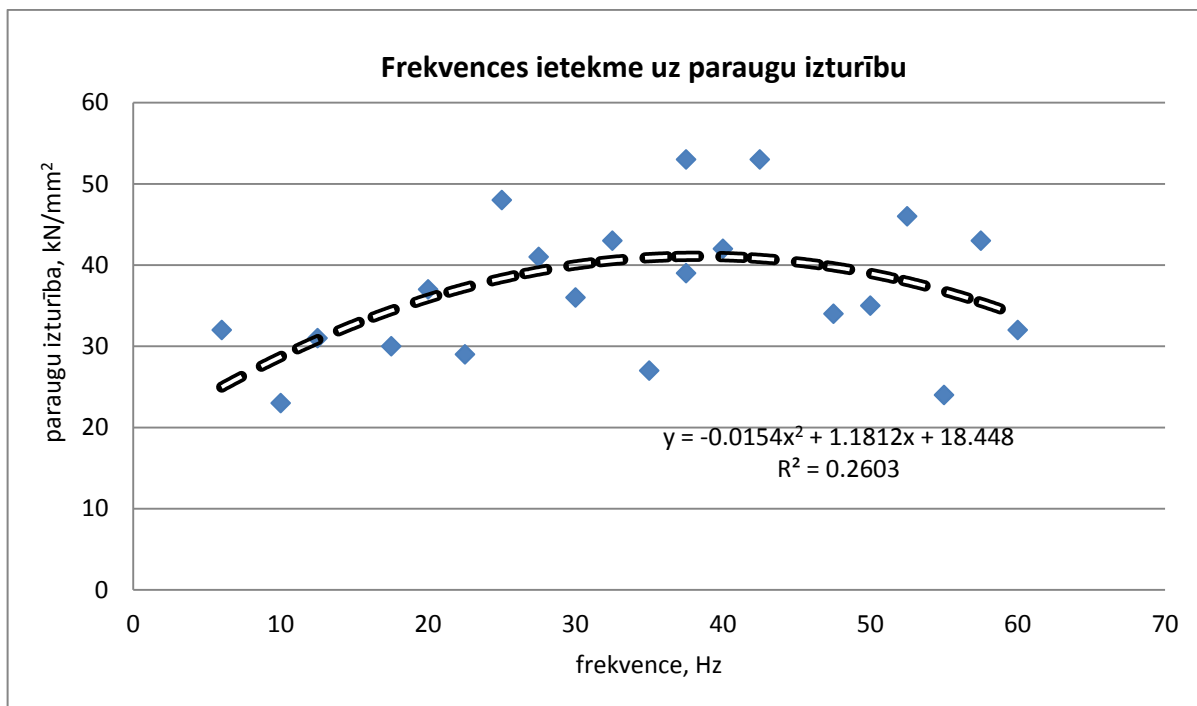
Nākamajā attēlā 3.5. ar parādīta spēka amplitūdas ietekme uz betona paraugu izturību.

3.5. attēls parāda, ka spēka amplitūda maz ietekmē paraugu izturību redzamajā diapazonā – no 1 līdz 11 kN, šīs tendences līknes noteikšanas koeficients ir tuvu nullei. Tā kā slodzes amplitūdas uzdotais lielums tika realizēts, ņemot vērā parauga saspiežamības robežas, iespējams, ka pie dažāda spēka amplitūdas lieluma tika rādītas līdzīgas mehānisko svārstību amplitūdas (mm).



3.5. att. Spēka amplitūdas ietekme uz paraugu izturību

Pētot frekvences tendences līkni, 3. 6. attēlā redzams, ka efektīvākus rezultātus dod paraugi, kuru vibropresēšanas procesa frekvences ir robežās no 30Hz līdz 45 Hz. Taču tas ir tikai virspusējs vibropresēšanas procesa mainīgo parametru apskats, kur tiek ņemtas vērā tikai vidējās vērtības. Precīzāka analīze tiek veikta zemāk, izmantojot lietojumprogrammas EDAOpt un MathCad. Turpmāk tiek strādāts ar atlasīto paraugu izturības datiem (2.14. att.).



3.6. att. Frekvences ietekme uz paraugu izturību

3.4. Betona paraugu izturības atkarība no blīvuma

Betona īpašības ietekmē tā blīvums un porainība. Betona tehniskās īpašības, kalpošanas ilgumu, salizturību un izturību dažādos apstākļos nosaka tieši porainības raksturs un tās ieņemtais tilpums betonā, ka arī betona sastāva komponentu attiecības (piem., \bar{U}/C). Vislielākā izturība piemīt betonam ar blīvu struktūru, [82], taču šeit savu lomu spēlē materiālu daļiņu lielums, pildvielas, saistvielas, to savstarpēja saķere, ka arī betona formēšanas tehnoloģijas. Visi paraugi tika izgatavoti pēc vienādas receptūras, kur \bar{U}/C attiecība ir nemainīga, kas ir aprakstīts šī darba 1. nodaļā.

Veicot paraugu analīzi, katrs paraugs pirms sagraušanas tika nomērīts un nosvērts, lai varētu noteikt tā blīvumu pēc sakarības:

$$\rho = \frac{m}{\pi \cdot d^2 \cdot h} \quad (3.2)$$

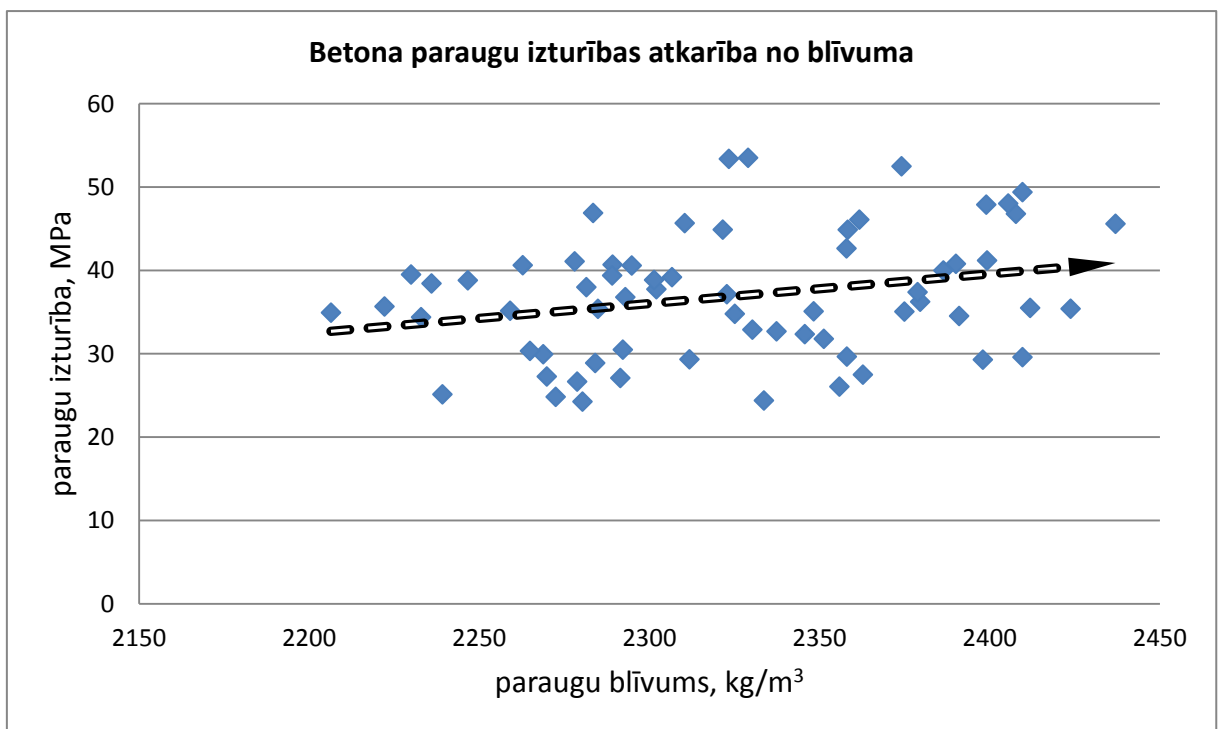
kur ρ – parauga blīvums, kg/m^3 ;

m – parauga masa, kg;

d – parauga diametrs, m;

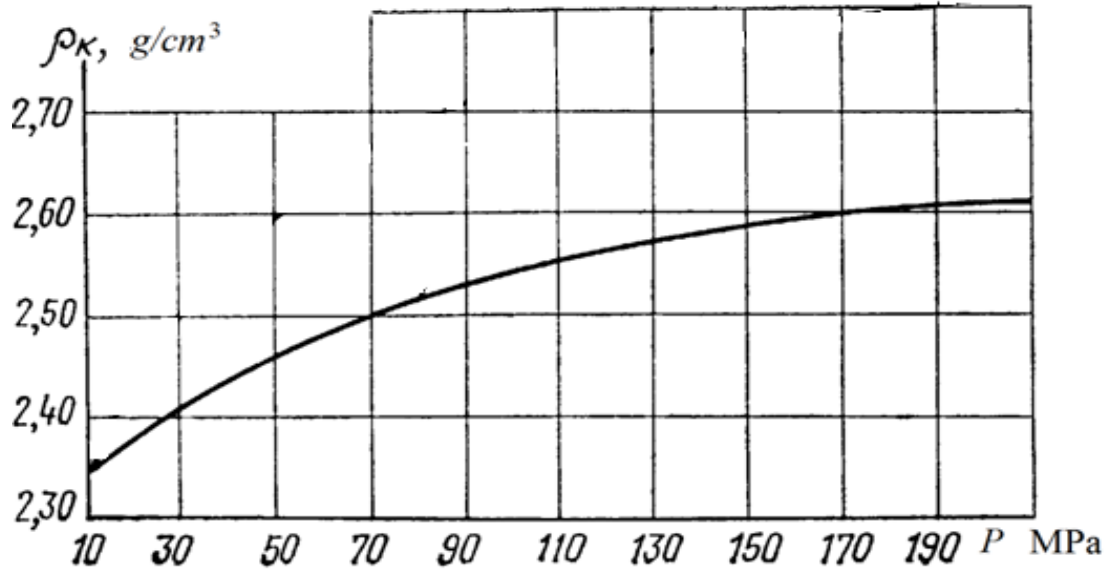
h – parauga augstums, m.

Atkarībā no vibropresēšanas režīma, tika izveidoti paraugi ar dažādiem blīvumiem. Paraugu blīvums svārstās apmēram no 2200 kg/m^3 līdz 2450 kg/m^3 , kas iekļaujas smago betonu grupā ($1800 - 2500 \text{ kg/m}^3$) [84]. Paraugu blīvumu atšķirību ietekmē vairāki faktori dotajā gadījumā, pirmkārt, formēšanas vibropresēšanas procesa mainīgie režīmi, otrkārt, jāatceras, ka šīs ir tikai aptuvenas blīvumu vērtības, kas dod priekšstatu par betona paraugu blīvuma un izturības sakarību. Kā redzams 3.7. attēlā, ir manāma tendence, ka palielinoties parauga blīvumam, pieaug to izturība, jo porainība paraugos ar lielāku blīvumu ir mazāka un tas sekmē daļiņu ciešāko saistību savā starpā [82]. Attēlā redzamajā situācijā ir manāma diezgan liela paraugu blīvumu izkliede, to noteica galvenokārt blīvuma mērījumu kļūda un iespējamais nevienmērīgais betona javas strukturālais sadalījums katrā paraugā.

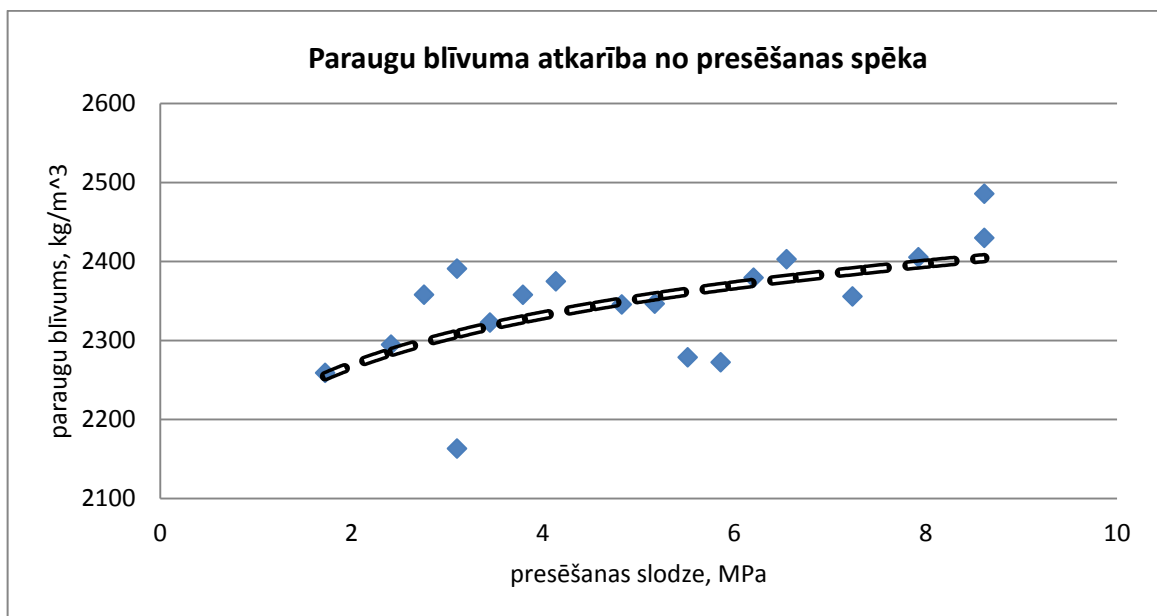


3.7. att. Betona paraugu izturība atkarībā no blīvuma

Salīdzinot līkni pēc Ahverdova [78] 3.8. attēlā parādīto līkni un 3.9. attēlā eksperimentu rezultātā iegūto līkni, kas attēlo paraugu blīvumu atkarībā no vibropresēšanas procesa



3.8. att. Blīvuma atkarība no presēšanas slodzes pēc Ahverdova analīzes

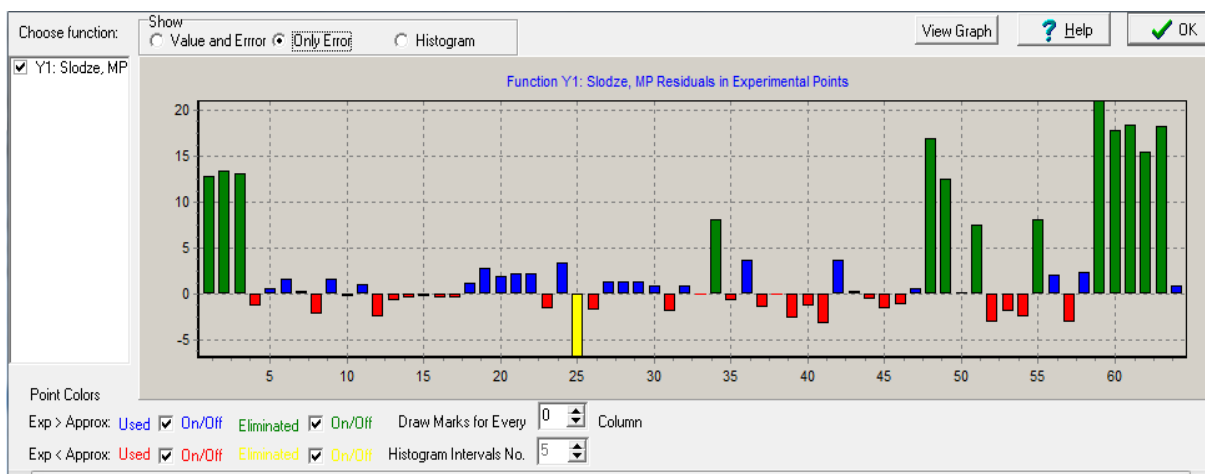


3.9. att. Blīvuma atkarība no presēšanas slodzes testējamiem paraugiem

presēšanas slodzes, redzams, ka abos gadījumos, palielinoties presēšanas slodzei, pēc Ahverdova [78] no 10 MPa līdz 190 MPa, un testējamiem paraugiem – no 2MPa līdz 9 MPa, betona paraugu blīvums pieaug – pirmajā gadījumā no 2350 kg/m³ līdz 2600 kg/m³ (t.i. par 10 % pieaug blīvums), un otrajā gadījumā – no 2250 kg/m³ līdz 2400 kg/m³ (t.i. apmēram par 7 % pieaug blīvums). Jāpiebilst, ka abos gadījumos betona maisījuma sastāvi un paraugu izmēri atšķiras, tāpēc ir atšķirīgas arī pieliktās slodzes vērtību diapazons, ka arī presēšanas procesa tehnika ir savādāka. Lielākas presēšanas slodzes izmantošanu ierobežoja testējamo mašīnu parametri un presforma, kas tika ņemts vērā sastādot (2.3. att.) eksperimentu plānu.

3.5. Metamodeļu izveide paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc polinomiālās regresijas aproksimācijas metodes

Lai izveidotu metamodeļus paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc kvadrātiskās polinomiālās regresijas aproksimācijas metodes, ir izmantotas programmatūras EDAOpt un MathCad. Vispirms ir veikta analīze ar programmatūru EDAOpt. Pēc eksperimentu plāna paraugu formēšanas mainīgo parametru vērtības un paraugu izturības vērtības tika pakļautas programmatūras EDAOpt apstrādei. Rezultāti aprakstīti zemāk.

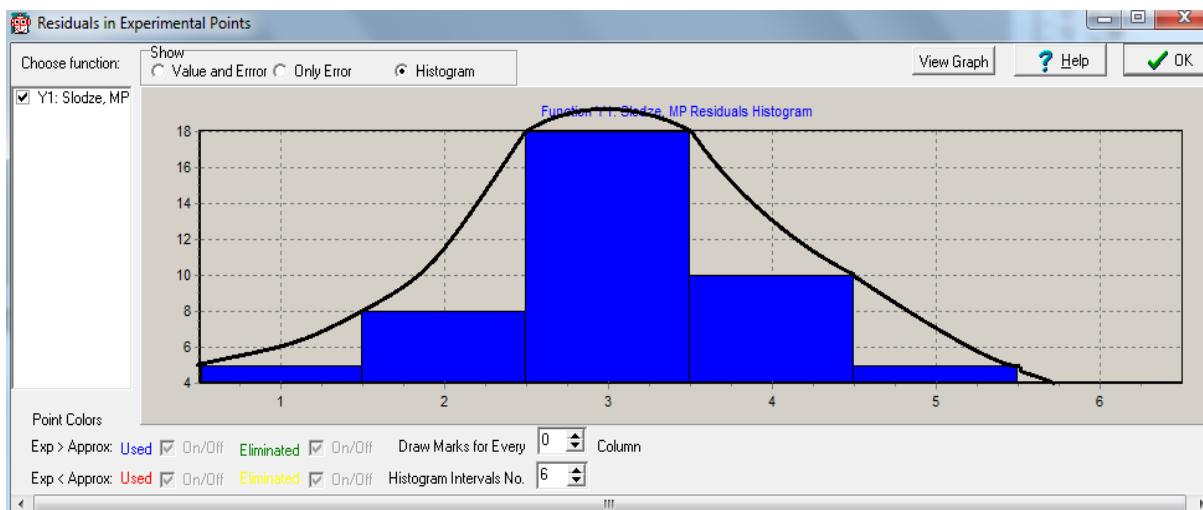


3.10. att. Atlikumu histogramma

Par atlikumiem sauc aproksimēto vērtību un nomērīto vērtību starpību. Atlikumi var būt izmantoti, lai izpētītu modeļa pielāgošanas kvalitāti attiecībā uz regresijas funkcijas un tās sastāvdaļu izvēli. Atlikumi arī var norādīt uz anomālu vērtību klātbūtni, kas prasa papildus izpēti.

Visbiežāk lietojamas vispārināto atlikumu formas ir Pīrsona un novirzes atlikumi.

Polinomiālās regresijas aproksimācijas rezultātā tiek iegūti atlikumi, ko var aplūkot histogrammas 3.10. attēlā. Ar zilu un sarkanu krāsu iezīmētas izmantotas vērtības, ar zaļu un dzeltenu – tās vērtības, kuras tika izslēgtas aproksimācijas gaitā, jo to vērtības nonāk kļūdas apgabalā.



3.11. att. Atlikumu sadalījuma histogramma

3.11. attēlā ir parādīta atlikumu sadalījuma histogramma. Redzams, ka sadalījuma forma ir zvanveidīga. Šāds varbūtības blīvuma sadalījums tiek saukts par normālo sadalījumu. Statistiķi to sauc arī par Gausa sadalījumu par godu matemātiķim, kas deva šī sadalījuma matemātisko aprakstu.

Gausa sadalījumu raksturo divi lielumi, proti, \bar{y} - vidējā vērtība (svītra virs mainīgā šeit un tālāk apzīmē vidējo vērtību) un s - standarta novirze (SN). Ļoti viegli ir aprēķināt skaitļu grupas vidējo vērtību, proti, sasummējot tos un iegūto summu izdalot ar to kopējo skaitu.

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.3)$$

Nedaudz sarežģītāk aprēķināt standarta novirzi s , kas raksturo cik plašs ir sadalījums:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.4)$$

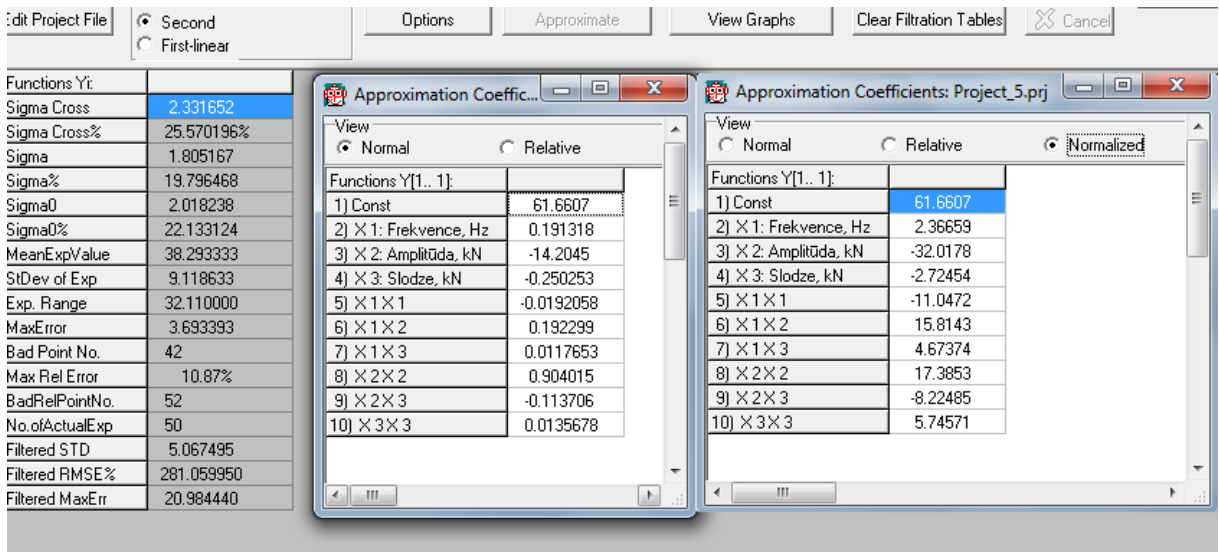
Sadalījums ir centrēts uz vidējo vērtību un plešas ± 2 standarta novirzes attiecībā pret šo centru[5]. Aproximācijas kvalitāte tiek novērtēta ar krosvalidācijas kļūdu:

$$\sigma_{cross} = 100\% \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{-i}(x_i) - y_i)^2}}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.5)$$

kur skaitītājā ir prognozes vidējā kvadrātiskā kļūda starp aproksimācijā iegūtajiem un eksperimentu ceļā iegūtajiem rezultātiem, bet saucējā ir atbildes novirze no tās vidējās vērtības; n ir pārbaudes punktu skaits un $\sum_{i=1}^n \hat{y}_{-j}(x_i)$ apzīmē atbilžu summēšanu, nelietojot atbildes vērtību j -tajā punktā [32].

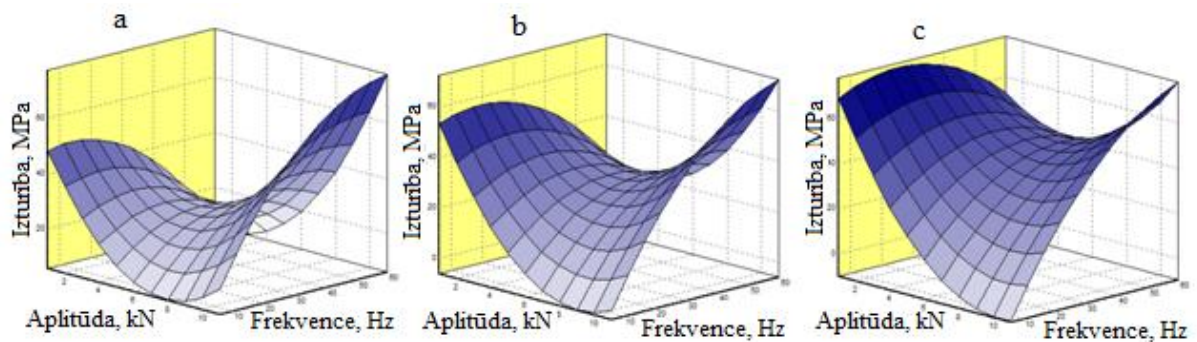
Izmantojot EDAOpt iegūto lokāli svērto polinomiālo aproksimāciju, tiek meklētas atbildes ar pēc iespējas minimālu attiecīgās atbildes krosvalidācijas kļūdu, kas 3.12. attēlā apzīmēta ar SigmaCross. Pie polinomiālās regresijas kvadrātiskās aproksimācijas (skat. 3.12. att.), krosvalidācijas kļūda ir apmēram 25.6%, ko var uzskatīt par pieļaujamu dotajā gadījumā, jo aplūkotajā dinamiskā procesā ir trīs mainīgie savā starpā neatkarīgie parametri. Relatīvās prognozes kļūdas novērtējums σ_{Cross} ir objektīvāks rādītājs nekā vienkārši vidējā kvadrātiskā prognozes kļūda σ , jo tas rāda, par cik aproksimācijas precizitāte ir labāka, salīdzinot ar vienkāršu funkcijas aproksimāciju ar tās vidējo vērtību eksperimenta mēģinājumu punktos. Ja $\sigma_{Cross} \geq 100\%$, tad jāuzskata, ka aproksimācija ir nederīga, jo labāks rezultāts iegūstams, lietojot aproksimācijas vietā konstanti [5].

Pēc 3.12. attēla var redzēt, ka paraugu izturības vidējā vērtība (MeanExpValue) eksperimentu punktos ir 38.3 MPa, ar standarta novirzi (StDev of Exp) 9.1 MPa un visu paraugu izturības vērtību intervāls (Exp. Range) ir 32.1 MPa.



3.12. att. Polinomiālās regresijas aproksimācijas raksturlielumi

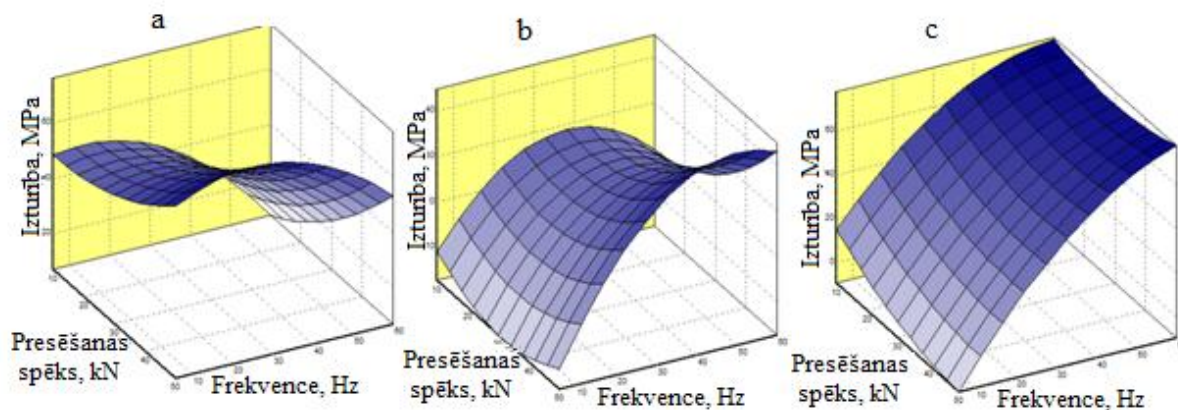
Atbildes virsmas ir iegūtas izmantojot EDAOpt iegūtos lokāli svērtās polinomiālās aproksimācijas – metamodeļus. Programmatūra EDAOpt ļauj apskatīt atbildes virsmas, fiksējot vienu no trijiem vibropresēšanas procesa mainīgajiem parametriem.



3.13. att. Fiksētais parametrs: slodze (a - min, b - vid, c - max)

3.13. attēlā ir redzamas polinomiālās aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru f_0 jeb vibropresēšanas procesa presēšanas spēku, kur a – atbildes virsma, ja presēšanas spēks (slodze) ir minimāls no izvēlētā diapazona, t.i. 10 kN; b – atbildes virsma, ja presēšanas

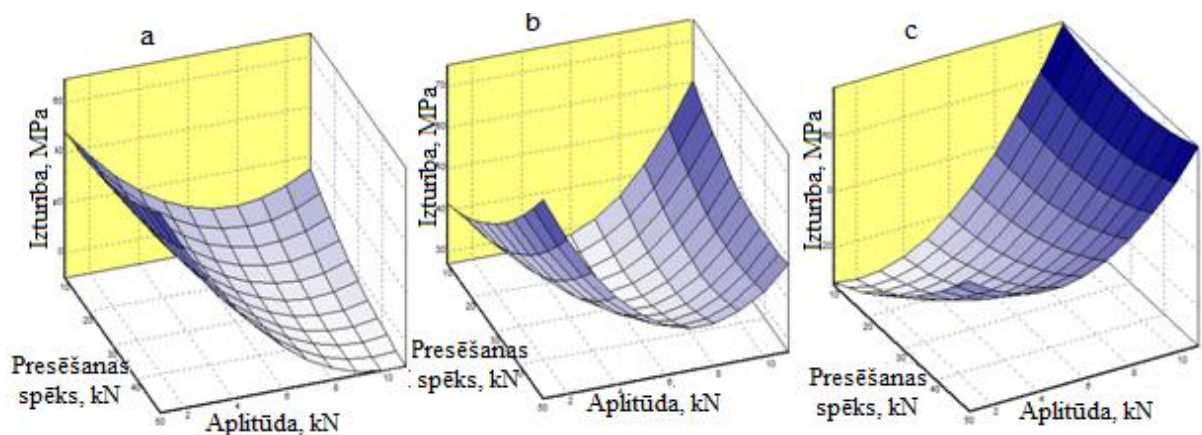
spēkam ir vidējā vērtība, t.i. 30 kN; c - atbildes virsma, ja presēšanas spēkam ir maksimālā vērtība, t.i. 50 kN. No šī attēla redzams, ka pieaugot vibropresēšanas procesa presēšanas spēkam f_0 , pieaug arī paraugu izturība. Dotais metamodelis atbilst iepriekš izveidotajam secinājumam paragrāfā 3.3.



3.14. att. Fiksētais parametrs: amplitūda (a - min, b - vid, c - max)

3.14. attēlā ir redzamas polinomiālās aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru f_A jeb vibropresēšanas procesa spēka amplitūdu, kur a – atbildes virsma, ja spēka amplitūda ir minimāla, t.i. 1 kN; b – atbildes virsma, ja spēka amplitūdai ir vidējā vērtība, t.i. 6 kN; c - atbildes virsma, ja spēka amplitūdai ir maksimālā vērtība, t.i. 11 kN. Analizējot šādus metamodeļus, var secināt, ka vibropresēšanas procesa spēka amplitūdai nav viennozīmīgas ietekmes uz paraugu izturību. Paragrāfā 3.3. arī nebija izteiktas likumsakarības starp vibropresēšanas procesa spēka amplitūdu un paraugu izturību. Bet ir redzams, ka pie maksimālas spēka amplitūdas vērtības (c) var iegūt paraugus ar vislielāko izturību pie augstas frekvences, iespējams tāpēc, ka spēka amplitūda summējoties ar presēšanas spēku veido vislielāko parauga sablīvējumu.

3.15. attēlā ir redzamas polinomiālās aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru ω jeb vibropresēšanas procesa frekvenci, kur a – atbildes virsma, ja frekvence ir minimāla, t.i. 10 Hz; b – atbildes virsma, ja frekvencei ir vidējā vērtība, t.i. 35 Hz; c - atbildes virsma, ja frekvencei ir maksimālā vērtība, t.i. 60 Hz. Analizējot šādus metamodeļus, var pieļaut, ka vibropresēšanas procesa frekvences minimālā vērtība ar minimālo spēka amplitūdas vērtību dod gandrīz tik pat labus betona paraugu izturības rādītājus kā frekvences maksimālā vērtība ar spēka amplitūdas maksimālo vērtību.



3.15. att. Fiksētais parametrs: frekvence (a - min, b - vid, c - max)

3.6. Polinomiālās regresijas aproksimācijas modeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem

Modeļa pielāgošana iegūtajiem datiem nozīmē vislabākās, t.i. visprecīzākās matemātiskās funkcijas piemeklēšanu, kas atbilst iegūtajiem datiem. Šādā veidā var saskatīt modeļa datu kopumu, prognozēt datu punktus, izprast saikni starp dažādiem faktoriem.

MathCad programmatūrai ir vairākas specializētas pielāgošanas funkcijas. Visbiežāk izmanto mazāko kvadrātu metodi, lai atrasti līkni, kas vislabāk atbilst datu kopumam.

Zemāk tiek aprakstīta polinomiālās regresijas aproksimācijas modeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem izmantojot programmatūru MathCad. Pielāgošanas kvalitāte (*quality of fit*) ir aprakstīta pa etapiem, atbilstoši MathCad programmatūras parametru uzdošanas un rēķināšanas tehnikai.

1) Vispirms tiek definēta matrica ar vibropresēšanas procesa datiem, kurā ietilpst svārstību frekvence – ω , kas tiek variēta intervālā no 10 Hz līdz 60 Hz, f – presēšanas spēks jeb pieliktā slodze intervālā no 10 kN līdz 50 kN, un f_A – spēka amplitūda robežās no 1 līdz 11 kN, atbilstoši eksperimentu plānam un iegūtas paraugu P – stiprības vērtības, MPa:

10	4	34	21.41
10	4	34	23.32
10	4	34	24.27
10	4	34	23
32.5	10.5	44	41.09
32.5	10.5	44	44.89
32.5	10.5	44	42.99
37.5	9	26	40.63
22.5	11	14	40.7
22.5	11	14	45.68
22.5	11	14	40.59

Data :=

47.5	5	28	29.34
47.5	5	28	29.31
47.5	5	28	29.325
35	3.5	16	26.4
35	3.5	16	27.5
35	3.5	16	26.95
50	1	24	34.8
50	1	24	29.6
50	1	24	35.0

$$v := \text{Data}^{(0)} \quad fA := \text{Data}^{(1)} \quad f := \text{Data}^{(2)} \quad P := \text{Data}^{(3)}$$

2) Uzdot polyfit funkciju, lai modelētu datus kā polinomiālo regresiju:

$$vx := \text{augment}(v, fA, f) \quad p := \text{polyfit}(vx, P, 2)$$

3) Aprēķināt stiprību katrai frekvences, spēka amplitūdas un presēšanas spēka vērtībai:

$$n := \text{length}(P)$$

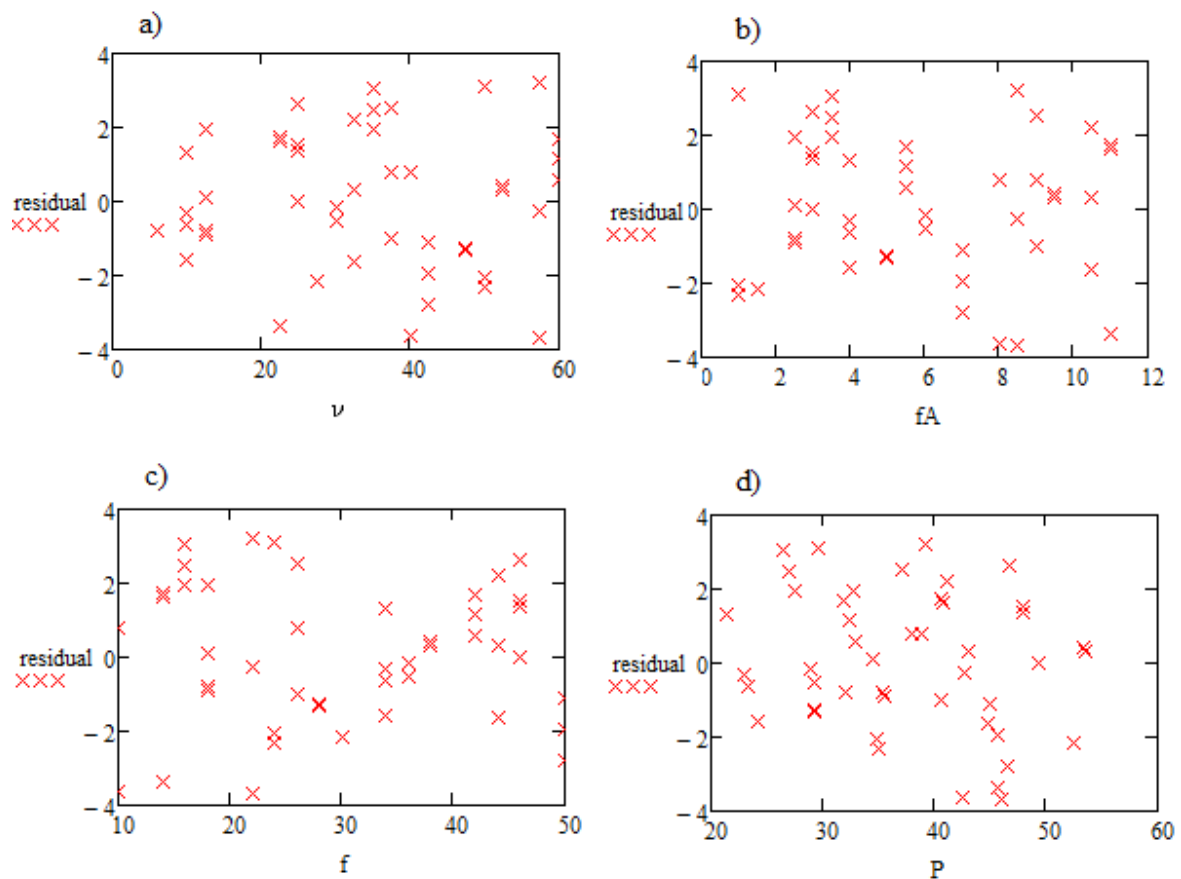
$$i := 0..n - 1$$

$$\text{pred}_i := p \left(\begin{pmatrix} v_i \\ fA_i \\ f_i \end{pmatrix} \right)$$

4) Aprēķināt atlikumus (starpības starp aprēķinātām modeļa vērtībām un eksperimentu gaitā nomērītājām vērtībām):

$$\text{residual} := \text{pred} - P$$

5) Tiek pārbaudīta atlikumu atkarība no ieejas parametriem. Atlikumu attēlošana (skat. 3.16. att.) atkarībā no vibropresēšanas procesa svārstību frekvences, spēka amplitūdas, presēšanas spēka un paraugu izturības:



3.16. att. Atlikumu izkārtojums atkarībā no: a) vibropresēšanas procesa svārstību frekvences, b) spēka amplitūdas, c) presēšanas spēka un d) paraugu izturības

Atlikumu izvietojuma apgabali norāda, ka nepastāv izteikta likumsakarība starp vibropresēšanas procesa raksturlielumiem un aproksimācijas atlikumu lielumiem, kas liecina par sekmīgu aproksimāciju.

6) Uzdot polyfitstat, lai aprēķinātu dažādas modeļa statistikas datus. Attēlot ANOVA matricu:

$$x := \text{polyfitstat}(vx, P, 2)$$

Dispersijas analīze jeb *ANOVA (Analysis of Variance)* ir statistikas metode, kas tiek izmantota, lai noteiktu, vai divu vai vairāku izlašu dispersijas (t.i. vērtību sadalījumi) ir statistiski nozīmīgi atšķirīgas. Ja tiek vienkārši salīdzināti divi vidējie, tad rezultāti būs tie paši, kas T testā. T tests ir parametriskajai statistikai raksturīga metode, kas nozīmē, ka izlasēm, kurās tiek veikti aprēķini, jāatbilst normālsadalījumam. Tomēr dispersiju analīze ir metode ar plašākām pielietošanas iespējām. Veicot līdzīgus aprēķinus kā T testa gadījumā, datus apstrādājot var sadalīt apakšgrupās un pētīt attiecības visu šo grupu starpā, neizdarot kompleksus aprēķinus. Ir vienfaktora dispersiju analīze, kurā apakšgrupas tiek dalītas pēc viena faktora, un daudzfaktoru dispersiju analīze (*MANOVA*), kurā apakšgrupas tiek dalītas pēc vairākiem faktoriem.

3.1. tabula

ANOVA matrica

	0	1	2	3
0	"Source"	"SSE"	"DF"	"MSE"
1	"Regression"	$3.995 \cdot 10^3$	9	443.838
2	"A"	17.067	1	17.067
3	"B"	$1.697 \cdot 10^3$	1	$1.697 \cdot 10^3$
4	"C"	8.26	1	8.26
5	"AB"	$1.811 \cdot 10^3$	1	$1.811 \cdot 10^3$
6	"AC"	107.414	1	107.414
7	"BC"	576.068	1	576.068
8	"AA"	548.493	1	548.493
9	"BB"	$1.808 \cdot 10^3$	1	$1.808 \cdot 10^3$
10	"CC"	96.277	1	96.277
11	"Residual "	162.931	40	4.073
12	" Lack of Fit"	64.449	7	9.207
13	" Pure Error "	98.482	33	2.984
14	"Total "	$4.157 \cdot 10^3$	49	...

ANOVA matricā tabulā 3.1. dispersiju avoti tiek sadalīti starp regresiju un atlikumu sastāvdaļām. Regresijas sastāvdaļa ir tālāk sadalīta starp katras regresijas koeficientiem. Dispersijas analīze ir viena no statistikas zinātnē izmantojamām metodēm, ar kuras palīdzību iespējams pētīt kādas noteiktas pazīmes datu vērtību sadalījumu. Tādējādi iespējams pārbaudīt

statistiskās hipotēzes, lai noteiktu vairāku izlašu (grupu) līdzību vai atšķirību, kā arī iespējams noskaidrot, vai izvēlētajā pazīmē ir statistiski būtiska [76]. Var tikt izšķirtas vienfaktora un daudzfaktoru dispersijas analīzes, ko nosaka vienlaicīgi pētāmo faktoru skaits [76]. Dispersijas analīzi visbiežāk lieto, lai pārbaudītu statistiskās hipotēzes un ar matemātiskiem aprēķiniem argumentētu secinājumus. Tā ļauj pārbaudīt hipotēzes par vairāku izlašu (grupu) līdzību vai atšķirību. Izdarīt dispersijas analīzi nozīmē sadalīt dispersiju sastāvdaļās jeb komponentēs un tās salīdzināt. Dispersiju analīze nosaka pētāmā faktora vai vairāku faktoru summārās iedarbības īpatsvaru. Dispersiju analīzē pētāmā faktora ietekmes būtiskumu noskaidro, pārbaudot nulles hipotēzi [38]. Vienfaktora dispersijas analīze izvērtē vienkāršu analītisku grupējumu, bet daudzfaktoru dispersijas analīze izvērtē kombinētu analītisku grupējumu. Parasti dispersijas analīze tiek pielietota šādos gadījumos [25]:

- sakarību pētīšanai starp neatkarīgo un atkarīgo mainīgo (jeb starp faktoriālo un rezultātīvo pazīmi);
- vairāk nekā trīs grupu aritmētisko vidējo salīdzināšanai, lai noteiktu, vai tie atšķiras statistiski nozīmīgi.

3.2. tabula

Aproksimācijas koeficientu matrica

	0	1	2	3
0	"Term"	"Coefficient"	"Std Error"	"95% CI Low"
1	"Intercept"	61.661	3.668	54.247
2	"A"	0.191	0.093	$2.42 \cdot 10^{-3}$
3	"B"	-14.204	0.696	-15.611
4	"C"	-0.25	0.176	-0.605
5	"AB"	0.192	$9.12 \cdot 10^{-3}$	0.174
6	"AC"	0.012	$2.291 \cdot 10^{-3}$	$7.135 \cdot 10^{-3}$
7	"BC"	-0.114	$9.561 \cdot 10^{-3}$	-0.133
8	"AA"	-0.019	$1.655 \cdot 10^{-3}$	-0.023
9	"BB"	0.904	0.043	0.817
10	"CC"	0.014	$2.791 \cdot 10^{-3}$...

$x_{7,1} =$

Aproksimācijas koeficienti, kas redzami tabulā 3.2., precīzi atbilst EDAOpt programmatūras polinomiālās regresijas aproksimācijas koeficientiem, kas redzami 3.12. attēlā. Jāpiebilst, ka EDAOpt aproksimācijas koeficienti ir nedaudz precīzāki.

Tomēr nevar atšķirt pielāgošanas trūkumus un tīru atlikumu kļūdu, kamēr eksperimentiem nav atkārtojumu rezultātu. Lai veiktu dispersijas analīzi, ir nepieciešams ievērot, ka novērojumu rezultāti ir neatkarīgi gadījuma lielumi, kas pakļaujas normālam sadalījumam un tiem ir vienādas dispersijas. Dispersijas analīzes aprēķinu darbības ir šādas [26] [38]:

- noviržu kvadrātu summas sadalīšana sastāvdaļās;
- brīvības pakāpju skaita sadalīšana sastāvdaļās;
- dispersiju aprēķināšana — noviržu kvadrātu summas tiek dalītas ar attiecīgo brīvības pakāpju skaitu;
- dispersiju attiecības F aprēķināšana;
- F kritiskās vērtības atrašana matemātiskajās Fišera tabulās;
- empīriskās F attiecības salīdzināšana ar kritisko robežu un lēmuma pieņemšana.

1) Noviržu kvadrātu summas parasti tiek rēķinātas ar noviržu metodi (SSE):

$$SSE := \sum \text{residual}^2 = 162.931$$

SSE ir vienāds ar χ^2 un ir galvenais pielāgošanas mērs. Novirze ir rādītājs, cik labi modelis atbilst datiem. Tas parāda, cik daudz šī novirze nav izskaidrojama ar regresiju.

2) Definē brīvības pakāpes kļūdai df_{error} , ņemot vērā kopējo brīvības pakāpju skaitu df_{total} un parametru brīvības pakāpes df_{param} :

$$df_{\text{total}} := n - 1$$

$$df_{\text{param}} := 2$$

$$df_{\text{error}} := df_{\text{total}} - df_{\text{param}}$$

3) Definē kvadrātu summa, ņemot vērā regresijas (SSR) attiecību pret kopējo kvadrātu summu (SST):

$$\mathbf{Error} \quad SST := \sum (P - \text{mean}(P))^2$$

$$\mathbf{Total} \quad SSR := SST - SSI$$

4) Nosaka vidējo kvadrātisko kļūdu (MSE) un regresijas vidējais kvadrātisko (MSR). Brīvības pakāpju skaita sadala sastāvdaļās:

$$MSE := \frac{SSE}{df_{\text{error}}}$$

$$MSR := \frac{SSR}{df_{\text{param}}}$$

5) Veido tabulu ar pielāgošanas raksturojuma datiem:

	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Factor
Regression	$SSR = 3.995 \times 10^3$	$df_{\text{param}} = 2$	$MSR = 1.997 \times 10^3$	$F_0 := \frac{MSR}{MSE} = 576.143$
	$SSE = 162.931$	$df_{\text{error}} = 47$	$MSE = 3.467$	
	$SST = 4.157 \times 10^3$	$df_{\text{total}} = 49$		

3.3. tabula

Dispersijas analīzes rezultātu tabula

	0	1	2	3
0	"Source"	"SSE"	"DF"	"MSE"
1	"Regression"	$3.995 \cdot 10^3$	9	443.838
2	"A"	17.067	1	17.067
3	"B"	$1.697 \cdot 10^3$	1	$1.697 \cdot 10^3$
4	"C"	8.26	1	8.26
5	"AB"	$1.811 \cdot 10^3$	1	$1.811 \cdot 10^3$
6	"AC"	107.414	1	107.414
7	"BC"	576.068	1	576.068
8	"AA"	548.493	1	548.493
9	"BB"	$1.808 \cdot 10^3$	1	$1.808 \cdot 10^3$
10	"CC"	96.277	1	96.277
11	"Residual "	162.931	40	4.073
12	" Lack of Fit"	64.449	7	9.207
13	" Pure Error "	98.482	33	2.984
14	"Total "	$4.157 \cdot 10^3$	49	...

6) Novērtē, cik labi modelis atbilst datiem:

$$R^2 := 1 - \frac{SSE}{SST}$$

$$R^2 = 0.961$$

Tas liecina, ka 96,1% no vibropresēšanas procesa mainīgajiem parametriem ir aprakstāmi ar polinomiālās regresijas modeli.

7) Definē nozīmības līmeni:

$$\alpha = 5$$

8) Aprēķina F kritisko vērtību:

$$F_C := qF(1 - \alpha, df_{\text{param}}, df_{\text{error}}) = 3.195$$

9) Pie noteikta nozīmības līmeņa (α) F tabulās atrasto kritisko vērtību salīdzina ar F aprēķināto vērtību, lai pārbaudītu, vai modelis atbilst datiem :

$$F_0 > F_C = 1$$

Tādējādi var spriest, vai nulles hipotēzi ir iespējams noraidīt un kāds ir meklēto faktoru mijiedarbības statistiskais nozīmīgums. Nulles hipotēze nosaka, ka gradācijas klases pieder vienai ģenerālkopai. Ja F aprēķinātā vērtība ir lielāka par F tabulās atrasto vērtību, nulles hipotēzi var noraidīt ar varbūtību α . Ja F aprēķinātā vērtība ir mazāka par F tabulās atrasto vērtību, nulles hipotēzi nevar noraidīt ar varbūtību α . Ja kāda faktora iedarbība nav būtiska, tad būtiska nav arī starpība starp šī faktora gradācijas klasēm un nulles hipotēze netiek noraidīta [2]. Ja faktora iedarbība ir būtiska, nulles hipotēze tiek noraidīta: gradācijas klases nepieder vienai ģenerālkopai. Starp gradācijas klašu iespējamajām starpībām vismaz viena vai vairākas ir būtiskas. Tātad F kritērijs parāda, vai atšķirības starp grupu vidējiem lielumiem ir statistiski nozīmīgas pie izvēlēta varbūtības līmeņa [38]. Dotajā gadījumā hipotēze apstiprinājās un var prognozēt paraugu izturību izmantojot izveidoto polinomiālo aproksimāciju – metamodeli.

Izmantojot polinomiālās aproksimācijas koeficientus, vibropresēšanas procesa metamodelis izskatās šādi:

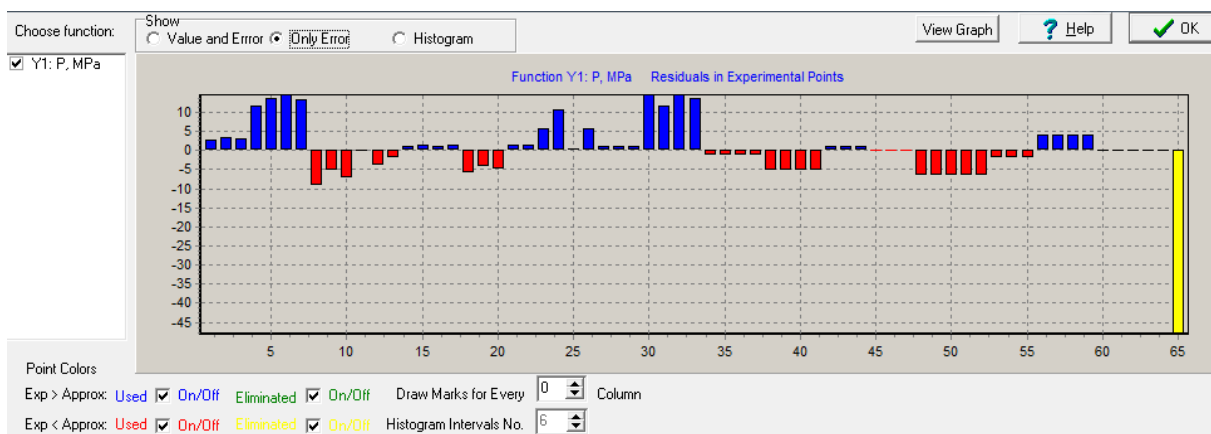
$$P(v, f_A, f_0) = 0.19v - 14.2f_A - 0.25f_0 + 0.19vf_A + 0.012vf_0 - 0.114f_0f_A - 0.019v^2 + 0.9f_A^2 + 0.014f_0^2 \quad (3.6)$$

Šis metamodelis arī tiek izmantots darba 4. nodaļā vibropresēšanas procesa optimizācijā.

3.7. Metamodeļu izveide paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc Kriginga aproksimācijas metodes

Krigings daudzos gadījumos dod ļoti precīzas aproksimācijas, kuras ir precīzākas nekā citu metožu lietošanas gadījumos. Lielas priekšrocības šai metodei izpaužas stipri nelineāru atbildes funkciju gadījumos. Metodes priekšrocība ir arī tā, ka atbilstoši izejas pieņēmumiem, diezgan vienkārši ir izskaitļojama iespējamā prognozes kļūda, pieņemot kādu fiksētu ticamības intervālu, piemēram, 95%.

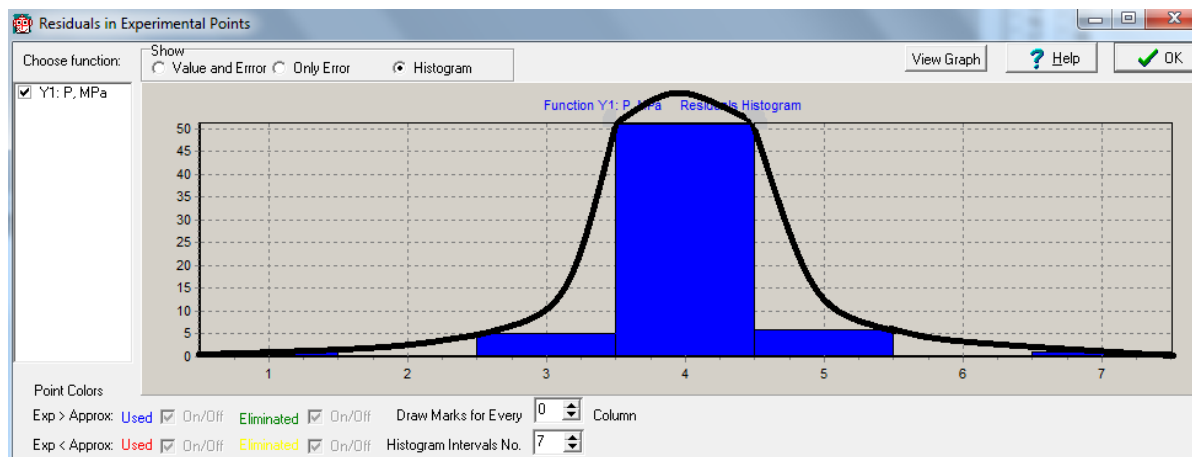
Kā redzams 3.17. attēlā, Kriginga aproksimācijā piedalās gandrīz visas vibropresēšanas procesa parametru vērtības, ar dzelteni krāsu ir iezīmēts tikai viens stabiņš – tas nozīmē, ka tikai šī eksperimenta vērtība ir atmešta. Atlikumu sadalījuma diagramma vizuāli labi atspoguļo Gausa sadalījuma likumu attēlā 3.18.



3.17. att. Atlikumu histogramma

Pēc 3.19. attēla var redzēt, ka paraugu izturības vidējā vērtība (MeanExpValue) eksperimentu punktos ir 19.9 MPa, ar standarta novirzi (StDev of Exp) 20.5 MPa un visu paraugu izturības vērtību intervāls (Exp. Range) ir 53.5 MPa.

Kriginga aproksimācijas dod ar sarežģītiem izliekumiem atbildes virsmas. 3.20. attēlā ir redzamas Kriginga aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru f_A jeb vibropresēšanas procesa spēka amplitūdu, kur a – atbildes virsma, ja spēka amplitūda ir minimāla, t.i. 1 kN; b – atbildes virsma, ja spēka amplitūdai ir vidējā vērtība, t.i. 6 kN; c - atbildes virsma, ja spēka amplitūdai ir maksimālā vērtība, t.i. 11 kN.



3.18. att. Atlikumu sadalījuma histogramma

Experiment No. Total=65

Approx Order: Custom Kriging Third Second First-linear

Local Approx

Buttons: Calculate Point, View Coefficients, Save Result, Options, Approximate, View Graphs, Clear Filtration Tables

Functions Yi:	P, MPa
Sigma Cross	1.501639
Sigma Cross%	7.331266%
Sigma	1.098245
Sigma%	5.361824
Sigma0	1.134262
Sigma0%	5.537669
MeanExpValue	19.885026
StDev of Exp	20.482672
Exp. Range	53.520000
MaxError	-5.193335
Bad Point No.	25
Max Rel Error	200.00%
BadRelPointNo.	34
No.ofActualExp	64
Filtered STD	
Filtered RMSE%	
Filtered MaxErr	

Approximation Coefficients: Project_5.prj

View: Normal Relative Normalized Relative Normalized

Functions Y[1.. 1]:	P, MPa
1) Const	93.5157
2) X 1: frekvence, Hz	-1.49416
3) X 2: Amplitūda, kN	-22.679
4) X 3: Slodze, kN	0.125487

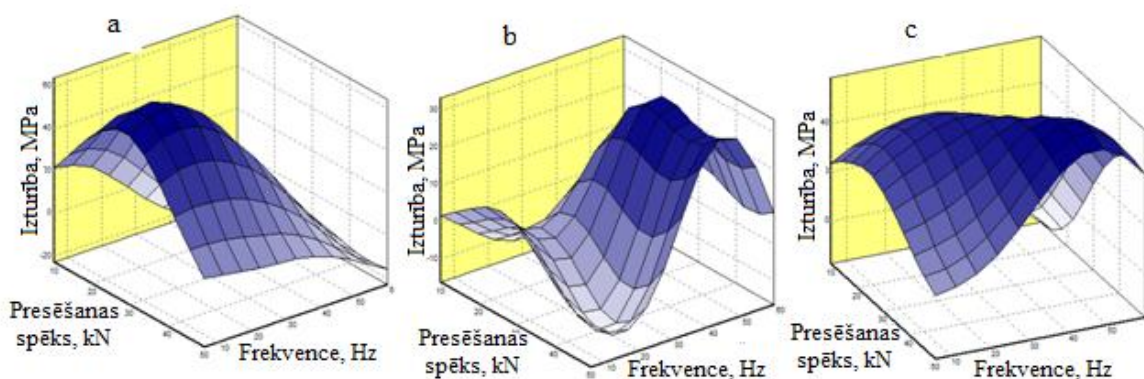
input No to Filter Experiment for Each Function Separately: Residuals Automatic Elimination View Elimination Graphs

No.ofFilteredExp:	1
1)	65
2)	

3.19. att. Kringinga aproksimācijas raksturlielumi

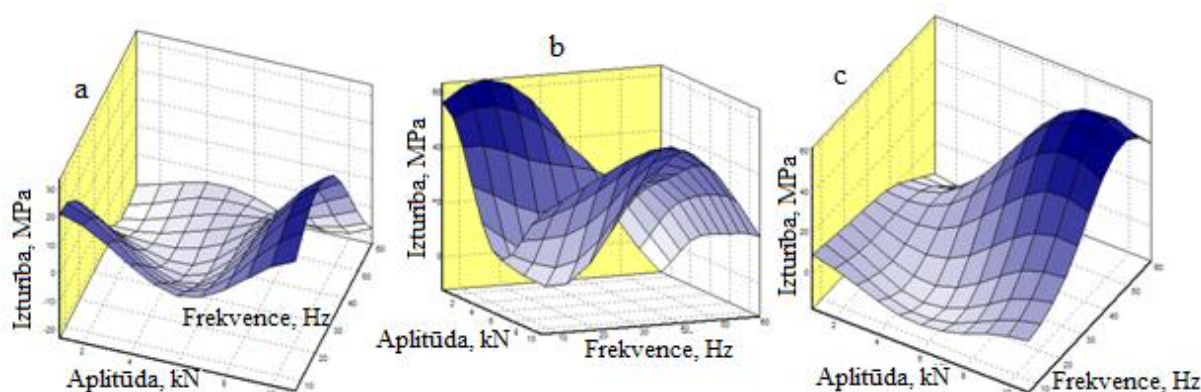
Aplūkojot 3.20. attēlu, var konstatēt, ka metamodeļiem a un b un polinomiālās regresijas aproksimācijas attēlā 3.14. a un b ir līdzīgie paraugu izturības vērtību maksimumi, taču pie

fiksētas amplitūdas maksimālas vērtības modeļi atšķiras. Ņemot vērā krosvalidācijas kļūdas vērtību Kriginga aproksimācijai – 7.3% (3.20. att.) un polinomiālās regresijas krosvalidācijas kļūdu - 25.6% (3.14. att.), attēlā 3.20. attēlotais metamodelis c ir tuvāk reālajai situācijai.

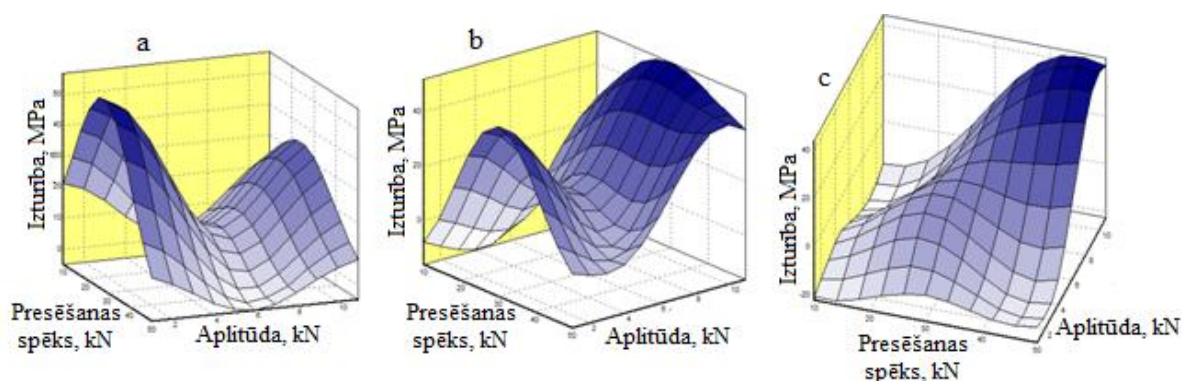


3.20. att. Fiksētais parametrs: amplitūda (a - min, b - vid, c - max)

3.21. attēlā ir redzamas Kriginga aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru f_0 jeb vibropresēšanas procesa presēšanas spēku, kur a – atbildes virsma, ja presēšanas spēks (slodze) ir minimāls no izvēlētā diapazona, t.i. 10 kN; b – atbildes virsma, ja presēšanas spēkam ir vidējā vērtība, t.i. 30 kN; c - atbildes virsma, ja presēšanas spēkam ir maksimālā vērtība, t.i. 50 kN. Salīdzinot šos metamodeļus ar polinomiālās regresijas aproksimācijām attēlā 3.13., līdzīgi kā iepriekšējā gadījumā, pie fiksētas slodzes minimālās un vidējās vērtības atbilžu virsmām a un b ir līdzīgi izliekumi, bet pie fiksētas slodzes maksimālas vērtības atbilžu virsmu maksimumi atšķiras.



3.21. att. Fiksētais parametrs: slodze (a - min, b - vid, c – max)



3.22. att. Fiksētais parametrs: frekvence (a - min, b - vid, c - max)

3.22. attēlā ir redzamas Kriginga aproksimācijas atbildes virsmas ar fiksēto parametru ν jeb vibropresēšanas procesa frekvenci, kur a – atbildes virsma, ja vibropresēšanas procesa frekvence ir minimāla, t.i. 10 Hz; b – atbildes virsma, ja frekvencei ir vidējā vērtība - 35 Hz; c - atbildes virsma, ja frekvencei ir maksimālā vērtība, t.i. 60 Hz. Salīdzinot rezultātus ar polinomiālās regresijas rezultātiem attēlā 3.15., redzams, ka pie fiksētas vibropresēšanas procesa minimālās frekvences vērtības gadījumā a, atbildes virsmas maksimumi sakrīt. c gadījumos, pie fiksētas maksimālās frekvences vērtības arī var atrast kopīgus maksimumus, taču b gadījumos – pie vidējām frekvences vērtībām, abu aproksimāciju atbilžu virsmas maksimumi ir atšķirīgi. Ņemot vērā krosvalidācijas kļūdas vērtību Kriginga aproksimācijai – 7.3% (3.22. att.) un polinomiālās regresijas krosvalidācijas kļūdu - 25.6% (3.15. att), attēlā 3.22. esošais metamodelis b tiek pieņemts par labāko aproksimāciju.

Kriginga aproksimācija daudzos gadījumos dod precīzāku modeli ar mazāko prognozes kļūdu, taču turpmāka Kriginga aproksimācijas pielietošana saistīta ar dažām problēmām, šādu modeli praktiski nav iespējams pārnest uz citām programmām. Dažos gadījumos ir ērti, kad rezultāts ir pierakstīts analītiskajā veidā, jo šāda veida pieraksts ļauj veikt turpmāko datu analīzi, optimizāciju. Programmatūra EDAOpt ļauj veikt turpmāku datu analīzi izmantojot Kriginga aproksimāciju, kas arī tiek darīts šajā darbā, jo ņemot vērā krosvalidācijas kļūdu, Kriginga aproksimācijai ir labāks rezultāts par polinomiālās regresijas aproksimāciju.

3.8. Nodaļas kopsavilkums

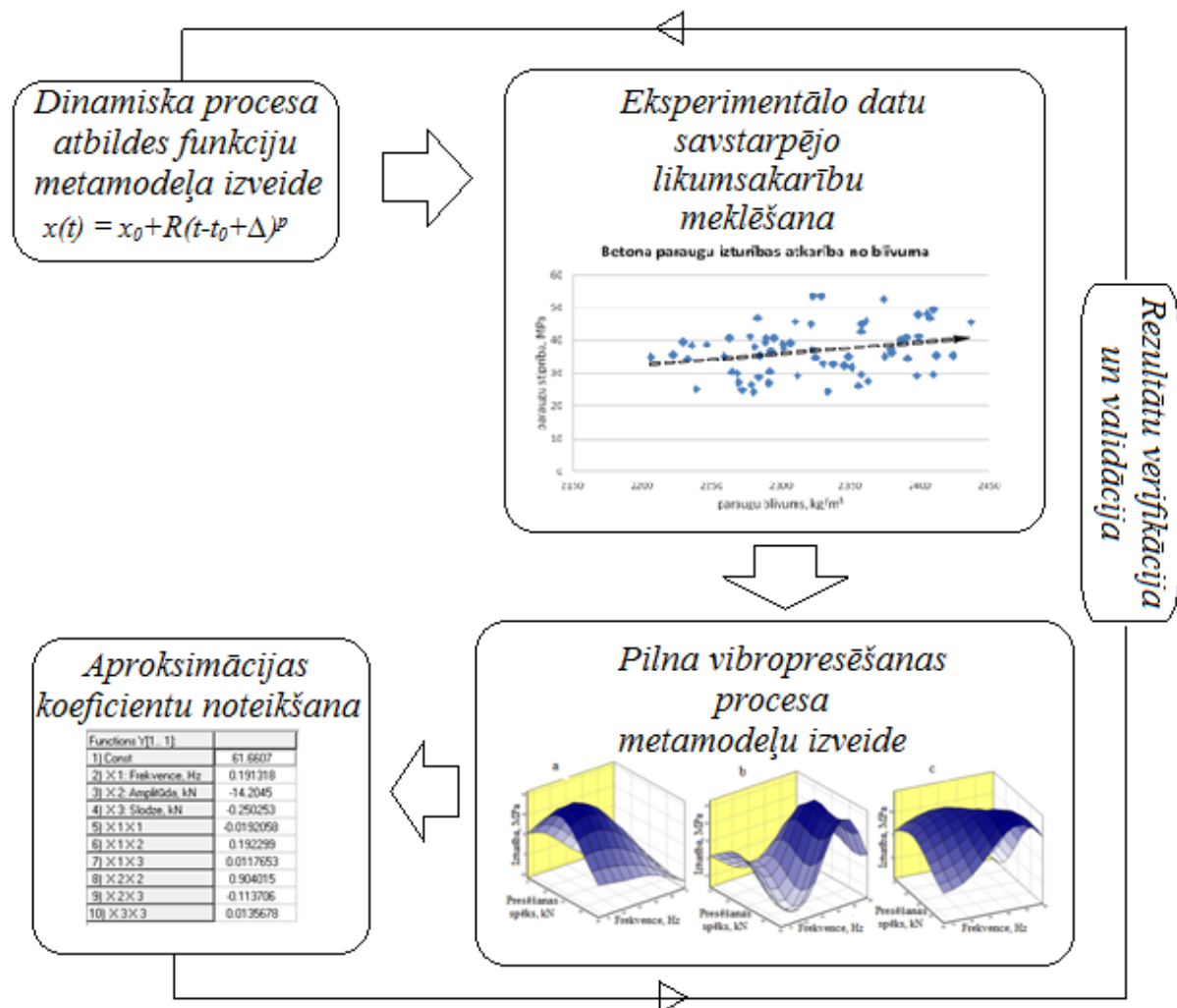
Balstoties uz iegūtajiem eksperimentu datiem, tika izveidots dinamiskā procesa atbildes funkciju metamodelis.

Tad tiek aplūkota katra vibropresēšanas procesa mainīgā parametra ietekme uz iegūto paraugu izturību, lai veidotos priekšstats par paša procesa raksturu, lai noskaidrotu, vai pastāv acīmredzamas sakarības starp ievadītajiem un iegūtajiem datiem.

Ar programmatūras EDAOpt palīdzību ir izveidoti metamodeļi paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem pēc polinomiālās regresijas kvadrātiskās un Kringinga aproksimācijas metodēm, rezultāti tika salīdzināti savā starpā. Ar MathCad programmatūras palīdzību ir pārbaudīta polinomiālās regresijas kvadrātiskās aproksimācijas metamodeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem pēc Fišera kritērija.

Ir noteikti aproksimācijas koeficienti, kas nepieciešami turpmākās multikriteriālās optimizācijas veikšanai.

Nodaļas izstrādātās metodoloģijas posma algoritmu var apskatīt zemāk, 3.23. attēlā.



3.23. att. Nodaļas izstrādātas metodoloģijas posma algoritms

4. DAUDZKRITERIĀLĀS OPTIMIZĀCIJAS PIELIETOJUMS, IZMANTOJOT METAMODELĒŠANAS PIIEEJU

Daudzkriteriālajai optimizācijai darbā tika izmantota RTU Dinamikas problēmu laboratorijā izstrādātā programmatūra EDAOpt [5].

Programmatūra EDAOpt satur trīs pamata daļas:

1) naturālo un skaitlisko eksperimentu plānošana (tiek lietoti speciāli RPI zinātnieku radītie Latīņu hiperkubu plāni),

2) eksperimentu analīze un matemātisko modeļu izveide, balstoties uz eksperimentu rezultātiem,

3) pētāmās sistēmas optimizācija, balstoties uz izveidotajiem matemātiskajiem modeļiem. Līdz šim optimizācijas etapā bija iespējams izmantot tikai vienu kritēriju (mērķa funkciju). Vairāku kritēriju gadījumā vienīgā iespēja bija izvēlēties vienu no tiem, pārējās izmantojot kā ierobežojumus ar fiksētām vērtībām. Tāpēc tika izveidoti algoritmi t.s. Pareto optimālo kopu atrašanai, kas ļauj vizuāli novērtēt atrasto risinājumu kvalitāti pēc vairākiem kritērijiem vienlaicīgi. Sakarā ar to, ka optimizēti tiek aproksimāciju rezultātā iegūti matemātiskie modeļi, tika radīti speciāli algoritmi Pareto kopu ģenerācijai. Izveidotā daudzkriteriālās optimizācijas apakšsistēma tika pielietota ribotu profilu optimizācijā (pēc masas, stiprības, cenas), dzelzceļa vagona pastiprinošo elementu optimizācijā (pēc masas, stiprības, svārstību frekvencēm), betona vibrotrecienpresēšanas tehnoloģiskā procesa optimizācijā, kas tiek aprakstīts zemāk.

Šajā nodaļā ir risināti dinamiskās sistēmas – vibropresēšanas procesa multikriteriālās optimizācijas uzdevumi. Ir aprakstītas iegūtas Pareto atbildes robežas un virsmas.

4.1. Daudzkriteriālās optimizācijas mērķfunkciju un ierobežojumu noteikšana

Lai optimizētu vibropresēšanas procesu, tiek izvirzīti sekojošie kritēriji:

1. Procesā ilgums, $(t, s) \rightarrow \min:$

$$T = t_1 - t_0 \quad (4.1)$$

Īsākā vibropresēšanas laikā testēšanas mašīna tiek izmantota lietderīgāk, jo vibropresēšanas procesu efektīvi ir pielietot pie parauga straujas kompaktēšanas, mašīnas produktivitāte pieaug.

2. Patērētā enerģija, $(W, J) \rightarrow \min$:

$$W = \int_{t_0}^{t_1} \dot{x}(t)(f_0 + f_1 \sin \omega t) dt \quad (4.2)$$

Dotajā gadījumā aproksimētā pārvietojuma funkcija nevar tikt izmantota. Taču ir zināms, ka kopējā patērētā enerģija ir tieši proporcionāla spēka amplitūdai, frekvencei un procesa ilgumam:

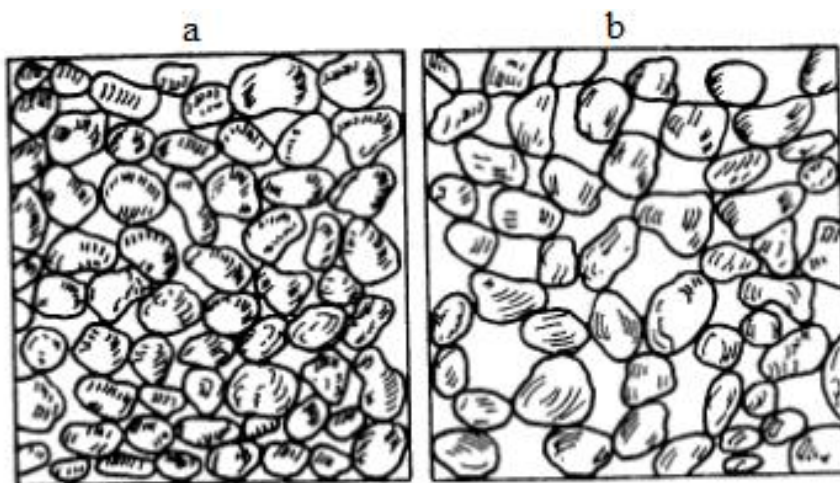
$$W = \omega f_1 (t_1 - t_0) \quad (4.3)$$

Jāatzīmē, ka izteiksme (4.3) attēlo absorbētās enerģijas kopējo vērtību. Kopā patērētā enerģija var būt ievērojami lielāka, jo, piemēram, presformas virzulis prasa papildus enerģiju stadijā, kad tā ātrums ir pretējs spēka virzienam, kā tas ir gadījumā ar Instron un Zwick testējamām mašīnām. Protams, jo mazāk patērē enerģiju, jo labāk.

Ja pie dažāda enerģijas patēriņa paraugu stiprība ir vienāda, tad noteikti ir jāizvēlas minimāla patērētā enerģija, kas nodrošina paraugu stiprību. Patērēto enerģiju ietekmē trīs parametri f_0, f_A, ω ievadītie procesa sākumā, kā arī vibropresēšanas procesa ilgums.

3. Kompaktēšanas raksturlielums, $(C_r, mm) \rightarrow \max$:

$$C_r = R \left[(t_1 - t_0 + \Delta)^p - \Delta^p \right] \quad (4.5)$$



4.1. att. Betona javas blīvs (a) un vaļīgs (b) kompaktējums [75]

Jo vairāk paraugs tiek saspiests, jo mazāks ir tā augstums h , jo lielāks ir parauga blīvums (4.1. att.), kas noved pie lielākas parauga stiprības [60, 61, 62]. Taču C_r ierobežo granulometriskās betona javas fizikālās īpašības, un kompaktēšanās raksturlielums nekādā ziņā nevar sasniegt cilindra augstumu h .

4. Presēšanas spēks $f_0 \rightarrow \min$:

Mazāks presēšanas spēks ir labāks, ja tas nodrošina pietiekamu paraugu kompaktēšanos, jo tas samazina konstrukcijas kopējo svaru un noteikti palielina iekārtas kalpošanas laiku.

5. Paraugu izturība pēc 28 dienām, P (MPa) $\rightarrow \max$:

Vibropresēšanas procesa realizācija ļauj paaugstināt paraugu stiprību pie nemainīga betona javas sastāva. 4.2. attēlā – betona parauga izturības pārbaudes tests.



4.2. att. Betona parauga izturības pārbaudes tests

Tā kā paraugu stiprība (pie nemainīgas betona masas receptūras) ir praktiski lineāri pieaugoša atkarībā no masas kompaktēšanās [78], tad daudzkriteriālās optimizācijas kritērijs var būt arī tikai viens no diviem (stiprība vai blīvums).

6. Produkta izmaksas (L_s) $\rightarrow \min$:

Efektīvs vibropresēšanas procesa pielietojums ļauj ietaupīt enerģētiskos resursus un mazināt cementa un plastifikatoru piedevu daudzumu betona maisījuma sastāvā (4.3. att.), kas kopumā noved pie produkta izmaksu samazinājuma. Pildvielas būtiski palētina betona izmaksas, jo cements izmaksā krietni vairāk, nekā šķembas un smilts.



4.3. att. Betona maisījuma sastāva izejvielas

Jāpiebilst, ka šī metodika ir līdzīga kompozītmateriālu paneļu deformācijas uzvedības metamodelēšanas paņēmienam [35]. Vispirms iegūtas vērtības tiek aproksimētas ar nelielu parametru skaitu, un tad tiek būvēti modeļi, kas atspoguļo šo parametru atkarību no ieejas faktoriem. Zinot kompaktēšanas līknes parametra R atkarību no mainīgajiem parametriem f_0 , f_1 , ω var noteikt iepriekš minētos kritērijus, kas kalpo multikritēriālas optimizācijas veikšanai. Šādi kritēriji tika iesaistīti vibropresēšanas procesa optimizācijā.

Mainīgo parametru jeb malu ierobežojumus galvenokārt noteica pieejamas testējamās mašīnas, citos laboratorijas apstākļos varēja būt arī plašāks šo kritēriju diapazons:

$$10kN \leq f_0 \leq 50kN \quad (4.6)$$

$$1.1kN \leq f_1 \leq 11kN \quad (4.7)$$

$$10Hz \leq \omega \leq 60Hz \quad (4.8)$$

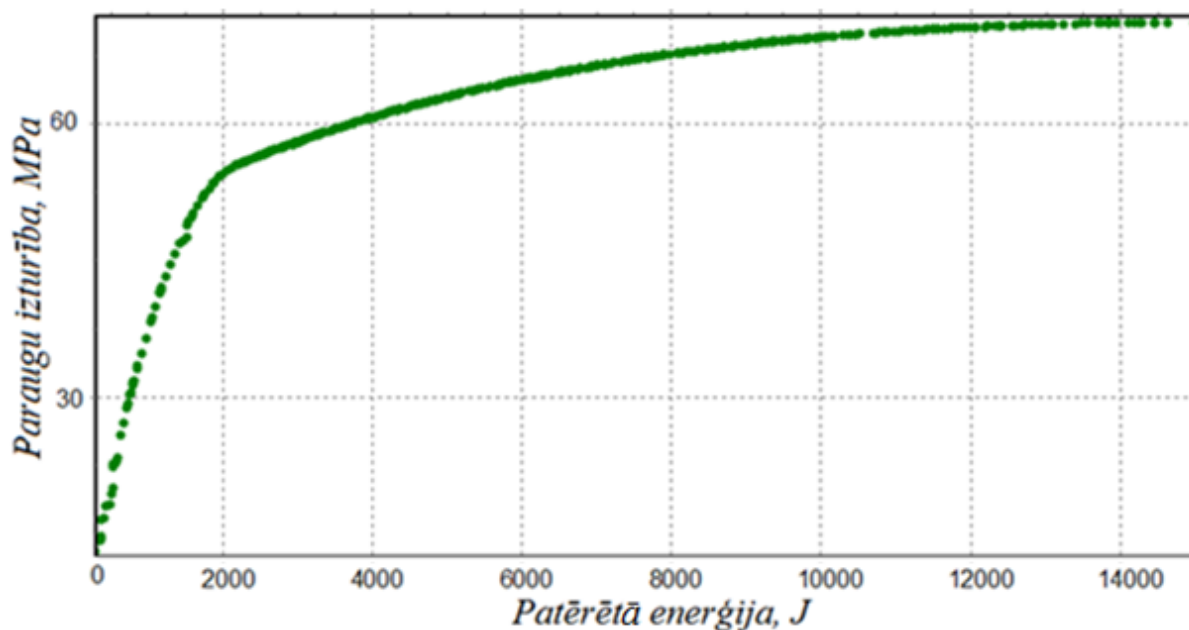
4.2. Divu kritēriju optimizācijas uzdevuma atrisinājuma Pareto robeža

Lai analizētu eksperimentu datus un īstenotu multikritēriālo optimizāciju, tika izmantota programmatūra EDAOpt. Šī programmatūra izmanto vairākas aproksimācijas metodes (polinomiālās regresijas, radiālās bāzes funkcijas, lokāli svērtās polinomiālās aproksimācijas, kriginga) un ļauj paveikt daudzkritēriālo optimizāciju, balstoties uz aproksimācijas mērķi un ierobežojumu funkcijām. Programma izmanto vienkāršas modifikācijas [38], darbojas ļoti ātri un droši atrod globālo ekstrēmu pateicoties ātrai aproksimēto funkciju rēķināšanai.

Izmantojot kriginga aproksimācijas rezultātā iegūto metamodeli, tika veikta vibropresēšanas procesa daudzkritēriālā optimizācija. Tās rezultātu var aplūkot 4.4. attēlā.

Dotajā gadījumā izvēlētie kritēriji ir savstarpēji konkurējošie. Par vienu kritēriju ir pieņemta paraugu izturība (MPa), par otru - vibropresēšanas procesa laikā patērētā enerģija (J). Aplūkotajā optimizācijas uzdevumā ir vēlams iegūt pēc iespējas izturīgākus betona paraugus, patērējot pēc iespējas mazāku enerģiju. Taču, kā zināms, paraugu izturība pieaug, ja tiek panākts pēc iespējas lielāks šo paraugu blīvums, tātad, paraugi ir maksimāli saspiesti, lai izvairītos no gaisa ieslēgumiem un panāktu labāku betona javas sastāvdaļu saķeri, kā minēts šī darba 1.5. un 1.6. apakšnodaļās. Paraugu šādā veidā formējot, tiek patērēta enerģija. Tā kā paraugu nevar saspiegt līdz bezgalībai, tad pēc kāda noteikta laika parauga saspiešanai pieliktā enerģija vairs netiks pielietota lietderīgi.

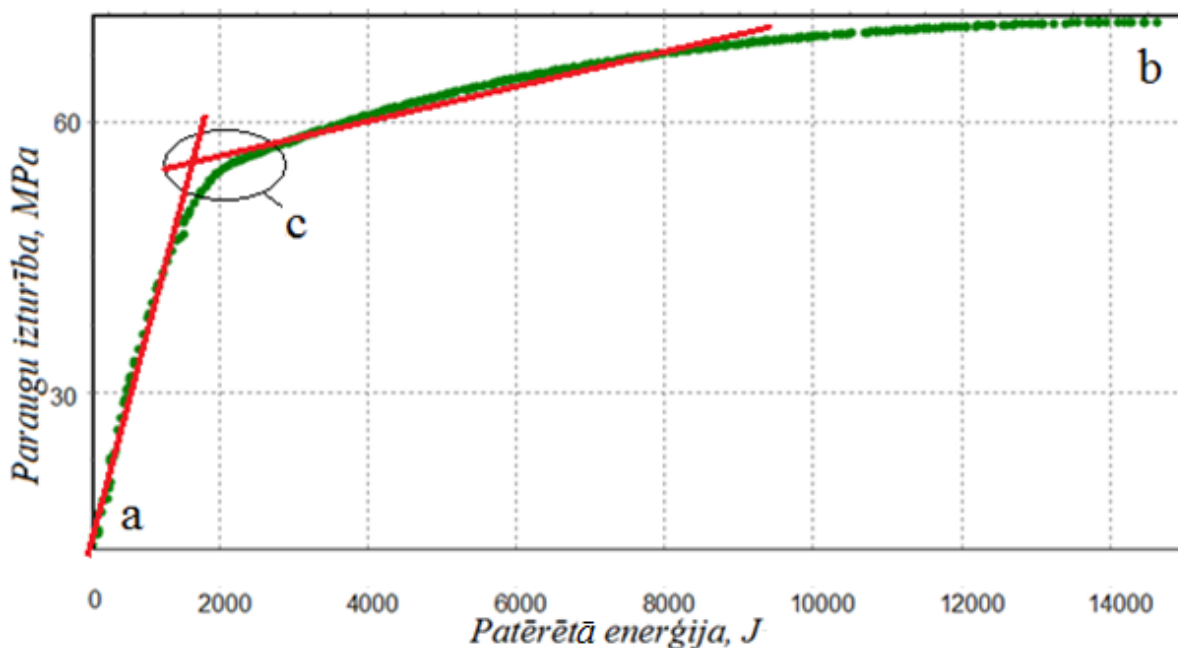
Lai izvairītos no pārlietas enerģijas patērēšanas un visefektīvāk izmantotu vibropresēšanas procesu kā betona paraugu formēšanas procesu, ar programmatūras EDAOpt palīdzību tika iegūta šo divu kritēriju (paraugu izturības un patērētas enerģijas) Pareto robeža. vispiemērotākos aplūkotajam vibropresēšanas procesam. Redzams, ka praktiski nemaz



4.4. att. Pareto robeža divu kritēriju plaknē

nepielietojot enerģiju paraugu formēšanai (skat. 4.5. att.) punktā *a* un tuvu tam, t.i., ļaujot betona javai vienkārši sacietēt, paraugu izturība nebūs nulle, bet būs apmēram 15 MPa, bet tas neapmierinās ražotāju pēc citiem svarīgiem kritērijiem – parauga forma, īpašības,

pielietojamība. Tāpēc šajā gadījumā jāmeklē citu kompromisa risinājumu. Pareto robežas punktā *b* un tuvu tam, redzams, ka patērējot enerģiju 1400 J, 1200 J, 1000 J paraugu izturība



4.5. att. Pareto robežas analīze

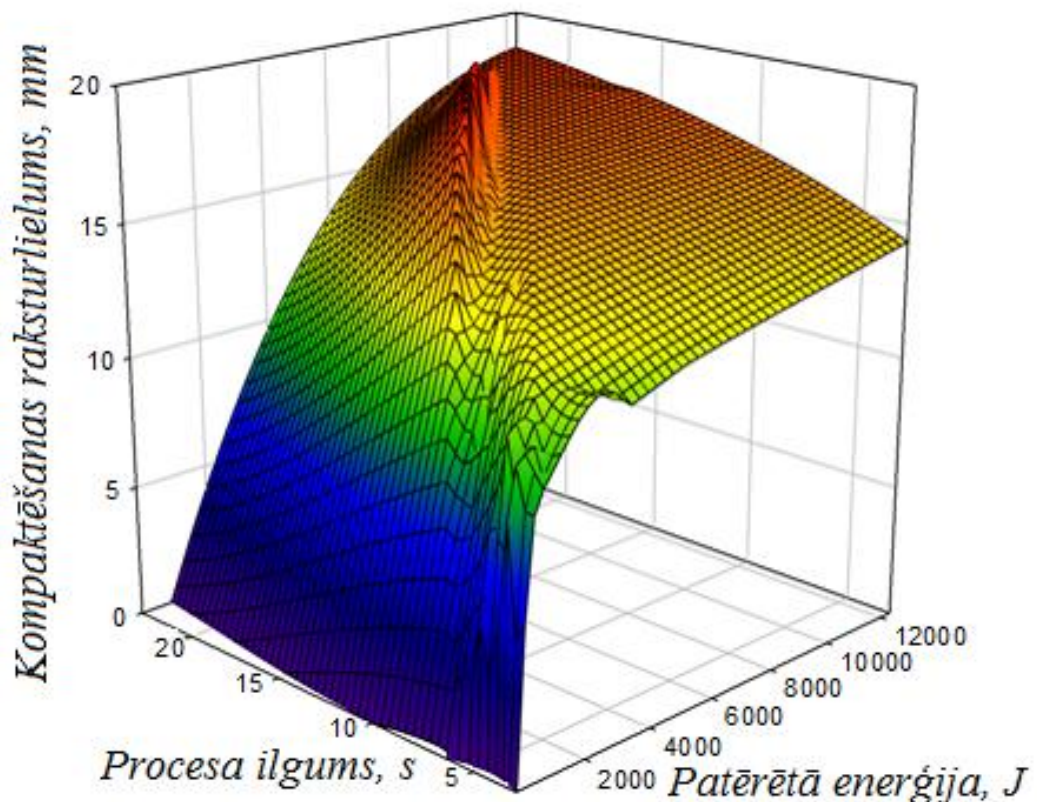
būtiski nepieaug, kas liecina par to, ka dotajā apgabalā enerģija tiek patērēta neefektīvi, ja nav konkrēts uzdevums sasniegt paraugu izturību ap 70 MPa. Jāpiebilst, ka enerģijas vērtības šajā piemērā ir relatīvas (precīzi nezināmā iekšējās berzes koeficienta dēļ), taču tās ļauj izveidot kopējo priekšstatu par procesu kopumā.

Pareto optimālais risinājums ir tāds, kura jebkādi uzlabojumi pēc viena kritērija, izsauks pasliktināšanos vismaz pēc viena cita kritērija. Analizējot 4.5. attēlu tālāk, var konstatēt, ka iegūtā Pareto robeža apgabalā *c* krasi maina savu slīpumu, paliek lēzenāka. Tieši šajā apgabalā var iegūt betona paraugu izturību, kas vienāda ar apmēram 55 MPa (pēc ГОСТ 26633-91 atbilst M550 betona markai pēc izturības) [84], kas ir par 44% lielāka par paraugu vidējo vērtību (3.19. att.), nepatērējot enerģijas daudzumu lielāku par 2000 J. Tālāk, palielinot paraugu izturību tikai par 5 MPa ir jāpatērē papildus 2000 J lielu enerģiju, kas nav visai efektīvi. Tāpēc ir ieteicams betona paraugu formēšanas vibropresēšanas procesu noregulēt tā, lai tas darbotos apmēram 4.5. attēlā redzamajā apgabalā *c*, nepārsniedzot 2000 J lielu enerģijas patēriņu.

4.3. Trīs kritēriju optimizācijas uzdevuma atrisinājuma Pareto virsma

Ja multikriteriālās optimizācijas kritēriji ir vairāk nekā divi, Pareto robežas vizuālizācija ir diezgan sarežģīts process. Ja optimizācijas kritēriji ir trīs, tad veidojas Pareto virsma. To var aplūkot 4.6. attēlā. Ja kritēriju ir vairāk par trim, tad nav iespējams attēlot atbildi vienā telpā. Pat izmantojot trīs dimensijas, ir diezgan sarežģīti un citreiz pat neiespējami novērtēt kompromisu risinājumus starp kritērijiem.

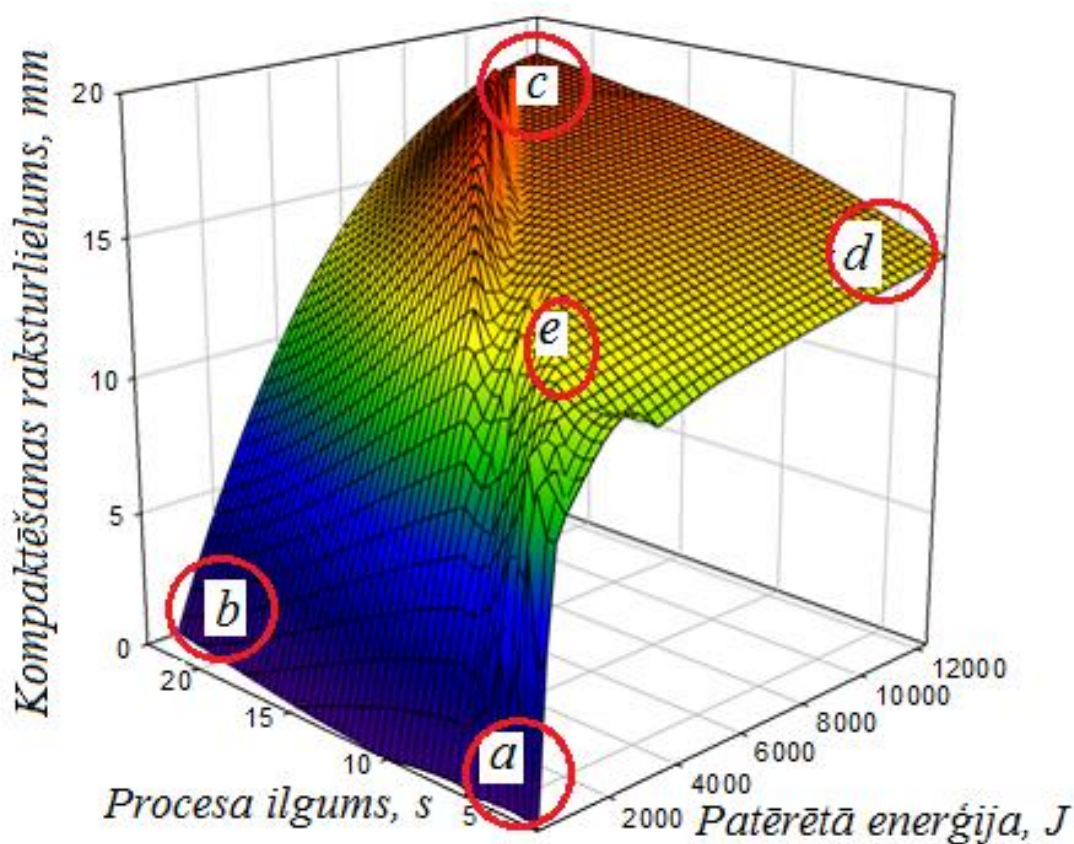
Nākamajā attēlā 4.6. var aplūkot iegūto Pareto virsmu, kas balstās uz trijiem izvēlētajiem kritērijiem. Viens no kritērijiem raksturo patērēto enerģiju (J) līdzīgi kā iepriekšējā gadījumā, otrs raksturo vibropresēšanas procesa ilgumu (s) un trešais – kompaktēšanas raksturlielums (mm), no kura ir atkarīgs paraugu blīvums, tātad arī paraugu izturība. Daudzkriteriālās optimizācijas uzdevums šajā gadījumā ir panākt pēc iespējas lielāku kompaktēšanas raksturlielumu, pēc iespējas minimizēt enerģijas patēriņu, un minimizēt formēšanas laiku.



4.6. att. Pareto virsma trīs kritēriju telpā

Savstarpēji konkurējošie kritēriji šajā gadījumā ir patērētā enerģija un kompaktēšanas raksturlielums, jo patērējot vairāk enerģijas ir iespējams panākt lielāku paraugu sablīvējumu. Procesa ilgums ir kritērijs, kurš nosaka vibropreses ražīgumu, jo īsākā laikā tiek izgatavots viens paraugs (viena paraugu sērija), jo vairāk paraugu varēs saražot darba laikā un tas ļaus iegūt lielāku peļņu.

Pareto virsmas analizēšanai uz tās tiek atzīmēti ar burtiem *a*, *b*, *c*, un *d* galējie apgabali, 4.7. att. Punkti, kas atrodas tuvu apgabalam *a* parāda, ka nepatērējot enerģiju un laiku,



4.7. att. Pareto virsmas analizēšana

paraugs netiks saspīests nemaz. Pareto virsmas punkti, kas atrodas tuvu apgabalam *b*, ļauj izdarīt secinājumu, ka, ja patērētā enerģija nepārsniedz apmēram 500 J 23 sekunžu laikā, tad arī paraugs netiek saspīests. Diezgan loģiski, ka patērējot no dotā intervāla maksimāli pieļaujamo enerģiju 12000 J maksimālā laikā - 23 sekundēs, tiks panākts vislielākais paraugu sablīvējums, jo punktos apgabala *c* ir vislielākais kompaktēšanas raksturlielums – apmēram

19 mm. Taču netērējot laiku gandrīz nemaz, bet uzreiz noslogojot paraugu ar lieliem spēkiem, un patērējot maksimāli pieļaujamo enerģiju 12000 J, paraugs tiek saspiests par gandrīz 15 mm, ko var novērot apgabalā *d*. Sanāk, ka procesa ilgums 23 sekundēs uzlabo kompaktēšanas raksturlielumu tikai par 4 mm, kas acīmredzami nav efektīvākais kompromisa risinājums. Šāda veida analīze ļauj saskatīt Pareto virsmas dotajā gadījumā attēloto kompromisa risinājumu iespējas, no kurām ir jāizvēlas vienu, pieņemamu un derīgu risinājumu.

Dotajā gadījumā, ņemot vērā daudzkriteriālās optimizācijas uzdevuma uzdotos kritērijus, ir jāatrod tāds risinājums, kas atbilstu pēc iespējas mazākam enerģijas patēriņam un laikam, un pēc iespējas lielākam kompaktēšanas raksturlielumam. Pētot Pareto virsmu, tiek izvēlēti punkti apgabalā *e*. Kā kompromisa risinājums varētu būt šāds – patērētā enerģija ir apmēram 3000 J, vibropresēšanas procesa kopējais ilgums 7 sekundes, parauga kompaktēšanas raksturlielums – apmēram 14 mm.

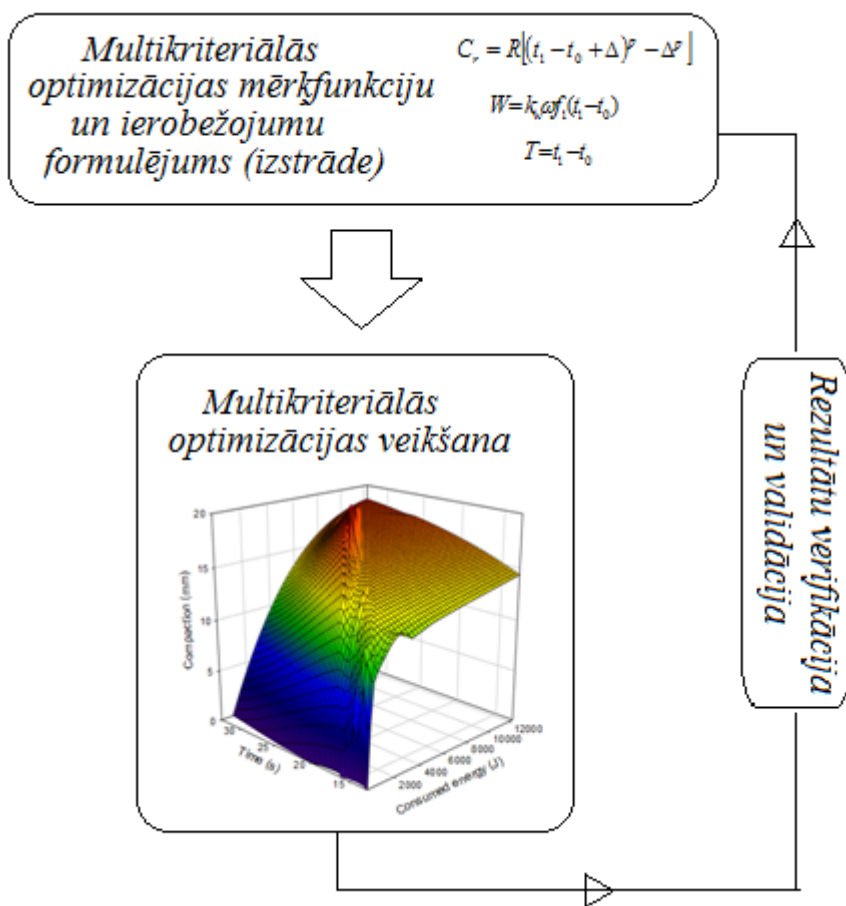
4.4. Nodaļas kopsavilkums

Balstoties uz izvēlētā dinamiskā procesa raksturparametriem, ņemot vērā vibropresēšanas procesa īpašības, betona sastāvu, tika noteikti multikriteriālās optimizācijas mērķfunkcijas un ierobežojumi.

Ar programmatūras EDASOpt palīdzību tika atrasti multikriteriālās optimizācijas uzdevumu atrisinājumi Pareto robežas un Pareto virsmas interpretācijā.

Izmantojot metamodelēšanas pieeju, ir veikta vibropresēšanas procesa daudzkriteriālā optimizācija kā rezultātā var saskatīt, pie kādiem minimālajiem enerģijas patēriņiem var panākt paraugu stiprību par 44% lielāku par paraugu stiprības vidējo vērtību.

Nodaļas izstrādātas metodoloģijas posma algoritmu var aplūkot 4.8. attēlā. Šajā algoritmā arī ir paredzēta rezultātu verifikācija un validācija, nepieciešamības gadījuma mērķfunkciju un ierobežojumu uzlabošanai, precizēšanai vai izmaiņai.



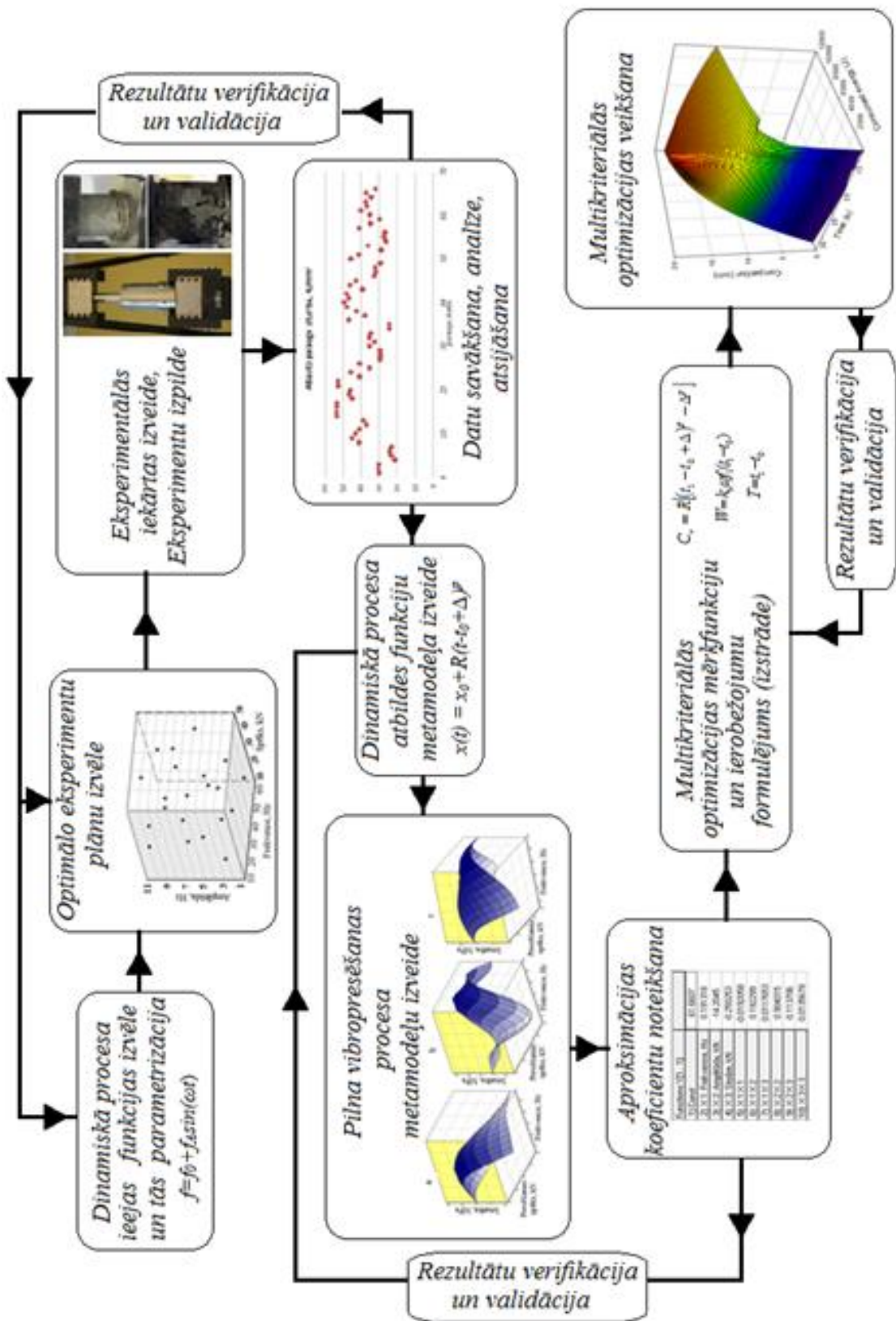
4.8. att. Nodaļas izstrādātās metodoloģijas posma algoritms

5. DINAMISKU SISTĒMU ANALĪZES UN OPTIMIZĀCIJAS METODIKA, LIETOJOT METAMODELĒŠANAS PIEEJU

Šajā nodaļā ir apskatīta kopumā metamodelēšanas pielietojuma metodika dinamisku sistēmu analīzē un optimizācijā. Ir izveidots metodikas algoritms (5.1.), balstoties uz iepriekšējām nodaļām, un aprakstīta izstrādātas metodikas gaita.

Dinamisku sistēmu galvenā īpatnība ir tā, ka fizikālo un matemātisko eksperimentu reģistrētās atbildes ir laika funkcijas. Tādēļ viens no dinamisku sistēmu metamodelēšanas etapiem ir šo atbildes funkciju vienkāršots apraksts ar galīga skaita parametriem. Tas var būt gan pārejas procesa raksturojums ar rimšanas koeficientiem, gan funkcijas aproksimācijas ar lineāriem posmiem, gan periodisku režīmu aproksimācija ar nedaudziem Furjē rindas locekļiem, gan reoloģiskie modeļi u.c. Vadāmās sistēmās arī ieejas faktori var būt nevis skaitļi, bet laika vai sistēmas koordināšu funkcijas, kas dod klasiskos optimālās vadības uzdevumus [88]. Šajā gadījumā arī metamodelēšanas pieejā arī ieejas (meklējamā optimālā vadība) var tikt aprakstītas, piemēram, ar gabaliem konstantām funkcijām [79]. Metamodelēšanas pieeja vislabāk demonstrējama ar konkrētas dinamiskas sistēmas piemēru. Šajā darbā par dinamisku sistēmu ir izvēlēts betona paraugu formēšanas process – vibropresēšanas process. Arī vibropresēšanas eksperimentu atbilde ir nevis skaitlis, bet laika funkcija – kompaktēšanas process. To var aprakstīt vienkāršoti, dotajā gadījumā - ar eksperimentu plānošanas un apstrādes rezultātā piemeklētām funkcijām. Arī preses vadība varētu būt laika vai presformas pārvietojuma funkcija. Konkrētā gadījumā tika pielietots vienkāršs sinusoidālu spiediena svārstību likums, kuru apraksta trīs parametri. Teorētiski varētu lietot arī laikā mainīgu svārstību frekvenci un amplitūdu, attiecīgi palielinot ieejas faktoru skaitu. Tikai tāpēc, ka procesa vietā, kurš aprakstāms ar bezgalīga skaita parametriem, ir lietotas tā aproksimācijas ar galīgu un mazu parametru skaitu, darbā izveidotos modeļus var saukt par metamodeliem (modeļu modeļiem). Citādi tie būtu saucami vienkārši par modeļiem, kuri iegūti no rezultātu aproksimācijas.

Metamodelēšanas pielietojuma algoritms dinamisku sistēmu analīzē un optimizācijā sastāv no trim posmiem, katrā posmā ietilpst vairāki bloki jeb soļi.



5.1. att. Metamodelēšanas pielietojuma algoritms dinamisku sistēmu analizē un optimizācija

Pirmajā posmā ietilpts četri bloki. Metamodelēšanas pielietojuma algoritmā pirmajā blokā (5.1. att.) izvēlēta dinamiskā procesa ieejas funkcija, kas ir aprakstāma ar trim mainīgajiem parametriem, veikta tās parametrizācija.

Nākamajā solī ir izveidots eksperimentu plāns. Eksperimenta plāns balstās uz izveidota dinamiskās sistēmas metamodela. Tas nosaka ieejas mainīgo skaitu. Ar programmatūras EDAOpt palīdzību tika izveidots eksperimentu plāns pēc Latīņu Hiperkuba metodes. Telpisko trīsdimensiju kubu veido trīs asis, uz kurām ir atliktas vibropresēšanas procesa trīs mainīgie parametri – frekvence, spēka amplitūda un pieliktais presēšanas spēks. Mainīgo parametru robežnosacījumus ietekmē betona javas formēšanas raksturīpašības un izmantoto testēšanas mašīnu iespējas.

Lai realizētu eksperimentu plānu, bija nepieciešams uzprojektēt un izveidot eksperimentālo aprīkojumu ar programmatūras SolidWorks palīdzību, kas ir iekļauts metamodelēšanas pielietojuma dinamiskās sistēmas analīzē un optimizācijā algoritma trešajā blokā. Tiek noteikts betona javas sastāvs visiem turpmākajiem eksperimentiem.

Eksperimentu veikšanas laikā visi eksperimentu mērījumu dati tika savākti un apkopoti tabulās. Vispirms betona paraugi tika formēti mainot vibropresēšanas procesa parametrus pēc izstrādāta eksperimentu plāna, katru mēģinājumu atkārtojot vismaz trīs reizes, tad pēc 28 dienām šie paraugi tika sagrauti. Visi eksperimenta laikā iegūtie dati tika apstrādāti ar mērķi izslēgt tos rezultātus, kas satur rupju kļūdu. To mērījumu vērtības, kas satur rupju kļūdu, stipri atšķiras no visiem pārējiem mērījumiem. Atlasīto paraugu izturības vērtības pēc rezultātu apstrādes ļauj precīzāk saskatīt paraugus, kuri tika formēti pie vienādiem vibropresēšanas procesa parametriem. Tieši šīs vērtības kalpo par pamatu turpmākai šajā darbā metodikas izstrādei betona bloku vibropresēšanas procesa metamodelēšanai un optimizācijai. Algoritma 4. bloks atspoguļo datu savākšanu, atsijāšanu un analīzi.

Vadoties pēc paraugu kvalitātes, eksperimentu datiem, šis algoritma posms paredz nepieciešamības gadījumā korekcijas metamodela izveidē vai/un eksperimentu plāna izstrādē, lai rezultāti būt pēc iespējas precīzāki.

Izstrādātās metodikas algoritma pirmais posms sastāv no četriem blokiem un paredz rezultātu verifikāciju un validāciju nepieciešamības gadījumā, augstākas precizitātes iegūšanai. Iespējams, ka ir nepieciešami uzlabojumi metamodela izveidē, eksperimentu plāna izmaiņas.

Nākamais algoritma posms sastāv no trim blokiem. Tātad piektajā solī, izmantojot iepriekš iegūtos datus, tika izveidots metamodelis, kas atspoguļo kompaktēšanas procesa parametru atkarību no tehnoloģiskā procesa parametriem. Tika piemeklētas konstantes, ar kurām izdevies visprecīzāk pielāgot šo metamodeli reālajam procesam. Izveidotais aproksimācijas modelis jeb kompaktēšanas procesa metamodelis kalpo par pamatu turpmākās multikriteriālās optimizācijas veikšanai.

Algoritma sestais bloks paredz ar programmatūras EDAOpt palīdzību metamodeļu paraugu izturības atkarībai no kompaktēšanas procesa parametriem izveidošanu. Aplūkotajā gadījumā metamodeļi ir iegūti pēc polinomiālās regresijas kvadrātiskās un Kriginga aproksimācijas metodēm, rezultāti tika salīdzināti savā starpā. Ar MathCad programmatūras palīdzību ir pārbaudīta polinomiālās regresijas kvadrātiskās aproksimācijas metamodeļa pielāgošanas kvalitāte iegūtajiem datiem pēc Fišera kritērija. Balstoties uz iegūtajiem eksperimentu datiem, šajā solī ir veikta dinamiskā procesa atbildes funkciju metamodeļa izveidošana.

Nākamais solis – algoritma septītais bloks, atspoguļo aproksimācijas koeficientu noteikšanu, kas ir nepieciešami turpmākās multikriteriālās optimizācijas veikšanai. Arī šajā posmā ir paredzēta rezultātu validācija un verifikācija dinamiskā procesa atbildes funkciju metamodeļa uzlabošanai nepieciešamības gadījumā.

Pēdējais algoritma posms sastāv no diviem blokiem (5.1. att.). Astotajā solī, balstoties uz izvēlētajā dinamiskā procesa raksturparametriem, ņemot vērā vibropresēšanas procesa īpašības, betona sastāvu, ir noteikti multikriteriālās optimizācijas mērķfunkcijas un ierobežojumi.

Visbeidzot, izstrādātā algoritma pēdējais devītais bloks paredz multikriteriālās optimizācijas veikšanu. Multikriteriālajai optimizācijai darbā tika izmantota RTU Dinamikas problēmu laboratorijā izstrādātā programmatūra EDAOpt [5]. Ar programmatūras EDAOpt palīdzību ir atrasti multikriteriālās optimizācijas uzdevumu atrisinājumi Pareto robežas un Pareto virsmas interpretācijā, kas ļauj vizuāli novērtēt atrasto risinājumu kvalitāti pēc vairākiem kritērijiem vienlaicīgi. Arī šajā posmā, vadoties pēc iegūtajām atbildēm, ir iespēja uzlabot mērķfunkcijas un ierobežojumus nepieciešamības gadījumā.

Promocijas darbā ir izstrādāts metamodelēšanas pielietojuma algoritms dinamisku sistēmu analīzē un optimizācijā, ko var aplūkot 5.1. attēlā. Par dinamisko sistēmu tiek pieņemts betona paraugu formēšanas vibropresēšanas process ar trim mainīgajiem

parametriem. Atsevišķi algoritma ķēdes posmi tika izstrādāti šī darba otrajā, trešajā un ceturtajā nodaļās.

Izmantojot metamodelēšanas pieeju, tika veikta vibropresēšanas procesa daudzkriteriālā optimizācija, kā rezultātā var saskatīt, pie kādiem minimālajiem enerģijas patēriņiem var panākt paraugu stiprību par 44% lielāku par paraugu stiprības vidējo vērtību.

Jebkuru citu dinamisku procesu ir diezgan vienkārši analizēt un optimizēt izmantojot metamodelēšanas pieeju, balstoties uz šajā darbā izstrādāta algoritma soļiem (5.1. att.). Piemēram, līdzīgi var pakļaut apstrādei tādu dinamisku procesu kā automašīnas bremzēšanas procesu (par ievaddatiem izvēloties automašīnas masu, sākotnējo ātrumu un berzes koeficientu, par izeju – bremzēšanas ceļa garumu un laiku, piem.), izšautās lodes aerodinamiku (par ievaddatiem izvēloties lodes masu, izmērus, izšaušanas jaudu, par izeju – lidošanas trajektoriju un laiku, piem.), u.c.

SECINĀJUMI

1. Promocijas darbā veikta vispusīga literatūras analīze par dinamisko sistēmu metamodelēšanu, eksperimentu plānošanu un analīzi, par tās optimizāciju un daudzkriteriālo optimizāciju, kā arī par augstās stiprības betonu formēšanas tehnoloģiskajiem procesiem
2. Izstrādāta metamodelēšanas metodika dinamisko sistēmu analīzei, kura satur 1) dinamiskā pārejas procesa vienkāršota modeļa izveidi ar galīga skaita parametriem, 2) dinamiskā procesa ieejas faktoru izvēli, 3) naturālo un skaitlisko eksperimentu plāna izveidi un izpildi, 4) procesa modeļa izveidi, pielietojot parametriskās un neparametriskās aproksimācijas metodes, 5) procesa daudzkriteriālās optimizācijas veikšanu, 6) rezultātu verificāciju un validāciju.
3. Veikts izstrādātās metodikas pielietojums betona vibropresēšanas procesa analīzei un optimizācijai.
4. Veikti betona vibropresēšanas formēšanas eksperimenti ar materiālu dinamiskās testēšanas iekārtām un noteikta paraugu stiprība.
5. Ir izstrādāti dinamiskā (vibropresēšanas) procesa formēšanas sakarību metamodeļi.
6. Ir izstrādāti metamodeļi, kas raksturo kompaktēšanas procesa parametru atkarību no tehnoloģiskā procesa parametriem.
7. Izmantojot metamodelēšanas pieeju, ir veikta vibropresēšanas procesa daudzkriteriālā optimizācija kā rezultātā var saskatīt, pie kādiem minimālajiem enerģijas patēriņiem var panākt paraugu stiprību par 44% lielāku par paraugu stiprības vidējo vērtību.
8. Turpmākā darba virzieni – metamodelēšanas metodikas attīstīšana citiem dinamiskiem procesiem, kuriem eksperimentu atbildes ir stacionāri un nestacionāri procesi.

LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] Anderson M. J. and Whitcomb P. J., *RSM Simplified: Practical Tools for Effective Experimentation*. Productivity Press, 2005
- [2] Arhipova I., Bāliņa S. „Statistika ar Microsoft Excel ikvienam 1”, Rīga: Datorzinību Centrs, 1999.; 114.lpp
- [3] Atkinson C., Kühne T., "Model-Driven Development: A Metamodeling Foundation" *IEEE Software*, vol. 20, no. 5, Sep/Oct, 2003, p. 36-41
- [4] Auzins J. (2004). *Direct optimization of experimental designs*. Proc. of 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization conf ., Albany, NY, 2004, CD edition, AIAA paper No: 2004-4578
- [5] Auzins J., Janusevskis A. (2007). *Eksperimentu plānošana un analīze*, Rīga, RTU, ISBN 97-9984-32-157-8
- [6] Audze P. and Eglājs V. (1977). *New approach to the design of multifactor experiments*. *Problems of Dynamics and Strengths* 35, Zinatne Publishing House, Riga, 104-107
- [7] Barry R. P. and Ver Hoef, J. M. (1996). *Blackbox kriging: spatial prediction without specifying variogram models*. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics* 1, 297-322
- [8] Bernardo M. C, Buck, R. J., Liu, L., Nazaret, W. A., Sacks, J. and Welch, W. J. (1992). *Integrated circuit design optimization using a sequential strategy*. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design* 11, p. 361-372
- [9] Bézivin, J., "In Search of a Basic Principle for Model Driven Engineering," *Upgrade*, vol. 5, no. 2, 2004, p. 21-24
- [10] Bombléd J.B. *Rheologie du beton frais, Cim. beton, plâtres, chaux*. -1978, No 1, p. 27-29
- [11] Booker, A. J., Dennis, J. E., Jr., Frank, P. D., Serafini, D. B., Torczon, V., and Trosset, M. W. (1999). *A Rigorous Framework for Optimization of Expensive Function by Surrogates*. *Structural Optimization* , 17, 1–13
- [12] Butler N. A. (2001). *Optimal and Orthogonal Latin Hypercube Designs for Computer Experiments*. *Biometrika* 88, 847-857
- [13] Cleveland W. S. (1979). *Robust locally-weighted regression and smoothing scatterplots*. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 829-836

- [14] Cleveland W. S., Devlin S. J., and Grosse E. (1988). *Regression By Local Fitting*. *Journal of Econometrics*, 37, 87-114
- [15] Cleveland W. S., and Grosse E. (1991). *Computational Methods for Local Regression*. *Statistics and Computing*, 1, 47-62
- [16] Colleparidi M. *The Influence of Admixtures on Concrete Rheological Properties // In: Cemento -1982, No 4 –p. 217-242*
- [17] Cox D.D., John S. (1997). *SDO: A statistical method for global optimization. Multidisciplinary Design Optimization: State of the Art*, p. 315–329. SIAM, Philadelphia
- [18] Djuric, D., Gašević, D., Devedžić, V.,: "The Tao of Modeling Spaces", in *Journal of Object Technology*, vol. 5. no. 8, November-December 2006, pp. 125-147
- [19] Drakos N., *Computer Based Learning Unit, University of Leeds, 1996*
- [20] Dukulis I., *Sistēmas un to analīze inženierdarbībā. Sistēmas un apkārtējā vide. Inženierdabā pamati, llu*
http://www2.llu.lv/tf/Ilmars_Dukulis/idp_faili_2011/Lekcija_Nr4.pdf
- [21] *Energy Citations Database*
http://www.osti.gov/energycitations/product.biblio.jsp?osti_id=5286106
- [22] Fan J. and Gijbels I. (1996). *Local Polynomial Modelling and Its Applications*. Chapman & Hall, London
- [23] Fishman G. *Manufacturing Technique of Carrying Elements from Easy Constructional Concrete. Doctoral Thesis – TUM, 2006 - p.166*
- [24] Förster F. (1937). *Ein neues Messverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Dämpfung*. *Zeitschrift für Metallkunde*, Vol. 29, pp. 109–115
- [25] Goša Z. *Statistika, Latvijas Universitāte, Rīga.*, 2007., 365. lpp.
- [26] Goša Z. *Statistika, Latvijas Universitāte, Rīga.*, 2007., 367. lpp.
- [27] Härdle W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press, Cambridge
- [28] Iman R. J. and Shortencarier M. J., (1984). *A FORTRAN77 Program and User's Guide for Generation of Latin Hypercube and Random Samples for Use with Computer Models*. NUREG/CR-3624, SAND83-2365, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM
- [29] Jin R., Chen W., Simpson, T. W. (2000). *Comparative Studies of Metamodeling Techniques Under Multiple Modeling Criteria*. AIAA-2000-4801, presented at the 8th

AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA.

[30] Januševskis A., Auziņš J., Onževs O., Pfafrods J. Simulation of Dynamics of Molding Assembly // In: Scientific Proceedings of RTU: Transport and Engineering.Mechanics. Series 6, Vol. 24 - Riga, Riga Technical University, 2007 – p. 174 -182

[31] Janushevskis, J. Auzins, T. Akinfiev, A.Boyko, A comparative analysis of global search procedures Proc. Estonian Acad. Sci. Eng., 2004, Vol.10, No.4, 235-250

[32] Januševskis A, Januševskis J, Meļņikovs A, Geriņa-Ancāne A, Plānsienu konstrukciju formas optimizācijas metodika <https://ortus.rtu.lv/science/en/publications/10755/fulltext.pdf>

[33] Januševskis J. Metamodelēšanas metožu izstrāde un pielietojums mehānisku sistēmu analīzē un optimizācijā, Rīga, 2008

[34] Jones D.R. (2001). A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. Journal of Global Optimization, 21.p. 345–383

[35] Kalniņš K. Response surface method for optimal design of composite stiffened panels disertācija, Rīga, 2006

[36] Kennedy M. C. and O'Hagan A. (2001). Bayesian Calibration of Computer Models (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society B 63, 425-464

[37] Krasnikovs A., Lapsa V., Eiduks M. Non-Traditional Reinforcement for Concrete Composites – State of the Art. Scientific Proceedings of RTU: Transport and Engineering. Mechanics. Series 6. Vol. 24 - Riga, Riga Technical University, 2007 – p. 191-199.

[38] Krastiņš O. Statistika un ekonometrija. Latvijas Republikas Centrālā statistikas pārvalde, Rīga, 1998.

[39] Koehler J. R. and Owen A. B. (1996). Computer experiments. In Handbook of Statistics, Vol. 13., eds. S. Ghosh and C. R. Rao., Elsevier, p. 261-308.

[40] Lane R.O., Best J.F. Properties and Use of Fly Ash in Portland Cement Concrete// In: Concrete International -1982, Vol.4, No 7 –p. 81-92.

[41] Lankard D.R. Slurry Infiltrated Fiber Concrete (SIFCON): Properties and Applications. Materials Research Society. Vol. 42 - Pittsburgh, 1985 - p. 227 -286.

[42] Laslett G. M. (1994). Kriging and Splines: An Empirical Comparison of Their Predictive Performance in Some Applications. Journal of the American Statistical Assotiation 89, 391 - 400

- [43] Lauwagie T. (2005). *Vibration-Based Methods for the Identification of the Elastic Properties of Layered Materials*. Doctoral thesis, University of Leuven.
- [44] Levin D., (1998). *The approximation power of moving least-squares*. *Mathematics of Computation*, October, Vol. 67, No. 224, p.1517-1531
- [45] LVS EN 12390-3:2002. *Sacietējuša betona testēšana - 3.daļa: Testa paraugu spiedes stiprība*
- [46] Marler R.T., Arora J.S. *Survey of multi-objective optimization methods for engineering* *Struct Multidisc Optim* 26, 369–395 (2004)
- [47] Matsufuji Y., Kohhata H., Harada S. *Strength Characteristic of Mixtures with Ultrafines* // In: *CAJ Proc. Cem. and Concr.* -1991, No 45 – p. 264-269
- [48] Mattson C. A., Mullur A.A. and Messac A. *Smart Pareto filter: Obtaining a minimal representation of multiobjective design space*. *Engineering Optimization*, 36(6):721–740, 2004
- [49] Mattson C.A. and Messac A. *Pareto frontier based concept selection under uncertainty, with visualization*. *Optimization and Engineering*, 6(1):85–115, 2005
- [50] Messac A., Mullur A., *MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION: CONCEPTS AND METHODS OPTIMIZATION OF STRUCTURAL AND MECHANICAL SYSTEMS 2007* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224
- [51] McKay M. D., Beckman R., J., Conover W., J. (1979) *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from computer code*. *Technometrics* 21, 239-245
- [52] Moore R., *Mathematics Department, Macquarie University, Sydney, 1999*
- [53] Montgomery D. C. (2005), *Design and Analysis of Experiments*, 6th ed., John Wiley & Sons, New York
- [54] Myers R. H., and Montgomery D. C. (2002). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. New York, New York: John Wiley & Sons, Incorporated
- [55] Okajima Tatsuo, Ishikawa Tokyo. *The Effect of Moisture Content on the Strength of Hydrated Cement and its Relation to the Surface Energy* // In: *Rev.35th Gen. Meet. Cem. ASSoc. Jap. Techn. Sess.* - Tokyo, 1981 – p. 75-77

- [56] Owen, A. B. (1992). *Orthogonal Arrays for Computer Experiments, Integration and Visualization. Statistica Sinica, Vol.2, p. 439-452*
- [57] V. Pareto. *Manuale di Economica Politica. Societa Editrice Libreria, Milano, Italy, 1906. Schwier, A. S., Manual of Political Economy, Macmillan, New York, 1971 (English translation)*
- [58] Park J.-S., (1994). *Optimal Latin-Hypercube Designs for Computer Experiments. Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 39, No. 1, p. 95-111*
- [59] Pickett. G. (1945). *Equations for computing elastic constants from flexural and torsional resonant frequencies of vibrating prisms and cylinders. Proceedings ASTM, Vol. 45, p.846–865*
- [60] Popovics S., *A review of the concrete consolidation by vibration, Materials and Structures,6, (6), 453-463, 1973*
- [61] Popovics S., *Strength and Related Properties of Concrete: A Quantitative Approach, Wiley, 1998*
- [62] Rahman S., Molyneaux T., Patnaikuni I. *Ultra High Performance Concrete: Recent Applications and Research // In: Australian Journal of Civil Engineering. Vol.2, Issue 1, 2006 - p. 13-20*
- [63] Rasmussen C.E.and Williams K.I. (2006). *Gaussian Processes for Machine Learning, The MIT Press, Cambridge, England*
- [64] Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P. (1989). *Design and analysis of computer experiments. Statistical Science 4, 409-423*
- [65] Santner, T. J, Williams B. J, Notz W. I. (2003).*The Design and Analysis of Computer Experiments. Springer-Verlag, New York*
- [66] Seifert B., Brockmann M., Engel J., Gasser T. (1994) *Fast algoritms for Nonparapetric curve Estimation. Journal of Computatuional and Graphical Statistics, 3, 192-213*
- [67] Simpson T.W., (1998). *A Concept Exploration Method for Product Family Design, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology*
- [68] Simpson, T. W. (1998b). *Comparison of Response Surface and Kriging Models in the Multidisciplinary Design of an Aerospike Nozzle. NASA/CR-1998-206935, ICASE Report No. 98-16*

- [69] Spinner S. un Teft W. E. (1961). A method for determining mechanical resonance frequencies and for calculating elastic moduli from these frequencies. *Proceedings ASTM*, Vol. 61, p. 1209–1221
- [70] Stein M., L. (1999) *Interpolation of Spatial Data: some theory for kriging*. Springer-Verlag, New-York
- [71] Tang B. (1993). Orthogonal array-based Latin hypercubes. *Journal of the American Statistical Association* 88, p. 1392-1397
- [72] Thomas Wheise, *Global optimization algorithms – Theory and Appilcation*, 2007, p.703
- [73] Wang G., Shan S. (2007). Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 129, Issue 4, p. 370-380
- [74] Wheise T., *Global optimization algorithms – Theory and Appilcation*, 2007, p.703
- [75] Welch, W. J., Buck, R. J., Sacks, J., Wynn, H. P., Mitchell, T. J. and Morris, M. D. (1992). Screening, predicting, and computer experiments. *Technometrics* 34, 15-25
- [76] Yang K., Trewn J. *Multivariate Statistical Methods in Quality Management*. McGraw-Hill, 2004
- [77] Ye K., Q., Li W., Sudjianto A., (2000) Algorythmic Construction of Optimal Symmetric Latin hypercube Designs. *journal of Statistical Planning and Inference* 90, 145-159
- [78] Ахвердов и.н. *основы физики бетона Москва, Стройиздат, 1981, с.373*
- [79] Виба Я. А. *Оптимизация и синтез виброударных машин; Риж. политехн. ин-т им. А. Я. Пельше, с. 252, Рига Зинатне 1988*
- [80] *Вибрирование бетона <http://rsbeton.ru/uchod-za-betonom/vibrirovanie-betona.html>*
- [81] *Высоцкий С. Минеральные добавки для бетонов // В: Бетон и железобетон 1994, No 2 – p. 7-10*
- [82] *Баженов Ю. М. «Технология бетона» © Издательство «Высшая школа», 1987, с изменениями <http://bibliotekar.ru/spravochnik-176-tehnologia-betona/1.htm>*
- [83] *Грант-Камень http://www.grand-kamen.ru/catalog_aglo.php*
- [84] *Дворкин Л.И., Дворкин О.Л. Специальные бетоны. — М.: Инфра-Инженерия, 2012*
- [85] *История брикетирования http://briket.ru/briket_his.shtml*
- [86] *Керамис <http://ceramis.ru/index.php?id=133>*

[87] Пановко Г.Я., Динамика вибрационных технологических процессов, М. – Ижевск, ИКИ 2006 г., 176 стр.

[88] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 1969.

[89] Куннос, Г. Я. Вибрационная технология бетона / Г. Я. Куннос. - Л. : Издательство литературы по строительству, 1967. - 168 с.

[90] Смирнов А. К вопросу о взаимосвязи реологических характеристик и технологических параметров бетонных смесей. Куйбышевский фил. ВИППОЭС - Куйбышев, 1989 – с. 7

[91] Устройство вибропрессования термореактивных материалов
<http://kursknet.ru/~niki/plastic/yvr.htm>