

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Ginters BUŠS

**ROBUSTU LAIKRINDU
PROGNOZĒŠANAS METOŽU
IZSTRĀDE**

Promocijas darba kopsavilkums

Rīga 2013

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultāte
Datorvadības, automātikas un datortehnikas institūts

Ginters BUŠS

Doktora studiju programmas "Automātika un datortehnika"
doktorants

**ROBUSTU LAIKRINDU
PROGNOZĒŠANAS METOŽU
IZSTRĀDE**

Promocijas darba kopsavilkums

Zinātniskais vadītājs
Dr. habil. math., profesors
J. CARKOVŠ

Zinātniskais vadītājs
Dr. math., Assoc. profesors
V. AJEVSKIS

RTU Izdevniecība
Rīga 2013

UDK 330.43(043.2)
Bu 730 r

Bušs G. Robustu laikrindu prognozēšanas metožu izstrāde. Promocijas darba kopsavilkums. -R.:RTU, 2013.- 37 lpp.

Iespiests saskaņā ar DAD institūta 2013. gada 17. maija lēmumu, protokols Nr.109



Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā "Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai".

ISBN 978-9934-10-471-5

**PROMOCIJAS DARBS
IZVIRZĪTS INŽENIERZINĀTŅU DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI
RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ**

Promocijas darbs inženierzinātņu informācijas tehnoloģijas doktora grāda iegūšanai tiek aizstāvēts 2013.g. 20. novembrī Rīgas Tehniskās universitātes Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultātē, Meža ielā 1/3, 202. auditorijā plkst. 14.30.

OFICIĀLIE RECENZENTI

Profesors, Dr.habil.sc.comp. Arkādijs Borisovs
Rīgas Tehniskā Universitāte

Asoc. Profesors, Dr.oec. Edgars Brēķis
Latvijas Universitāte

Profesors, Dr.habil. Marks Vildi
Inženierzinātņu skola, Cīrihes Lietišķo zinātņu universitāte, Šveice

APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājis doto promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā universitātē inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Ginters Bušs(Paraksts)

Datums:

Promocijas darbs ir uzrakstīts angļu valodā, satur ievadu, trīs nodaļas, kop-savilkumu, 67 attēlus, 9 tabulas; kopā 136 lappuses. Literatūras sarakstā ir 92 nosaukumi.

SATURA RĀDĪTĀJS

1. VISPĀRĒJS DARBA RAKSTUROJUMS	5
1.1. Tēmas aktualitāte	5
1.2. Darba mērķis un uzdevumi	5
1.3. Pētījuma objekts un priekšmets	6
1.4. Pētījuma metodes	6
1.5. Promocijas darba zinātniskais jaunieguvums	6
1.6. Darba praktiskā nozīmība	6
1.7. Darba rezultātu aprobācija	7
1.8. Promocijas darba struktūra	9
2. PROMOCIJAS DARBA NODAĻU ĪSS IZKLĀSTS	11
2.1. Asimetriskis Beksteres-Kinga filters gala punktu novērtēšanai	11
2.1.1. Filtra metodoloģija	11
2.1.2. Filtru sniegumu salīdzinājums	15
2.2. Daudzfaktoru filtrs daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem	19
2.2.1. Filtra metodoloģija	19
2.2.2. Daudzdimensionāla filtrēšana	21
2.2.3. Patiess reālā laika ārpus izlases sniegums	23
2.3. Tradicionālo prognozēšanas metožu robustuma novērtējums un sistēmas pārskats	24
2.3.1. Beijesa Minesotas priors	24
2.3.2. Faktoru metodes	28
2.3.3. Prognozēšanas sistēmas pārskats	31
3. PROMOCIJAS DARBA REZULTĀTI UN SECINĀJUMI	34
LITERATŪRAS SARAKSTS	36

1 VISPĀRĒJS DARBA RAKSTUROJUMS

1.1 Tēmas aktualitāte

Prognozēšana ir izplatīta. Tūrisma nozare prognozē potenciālo tūristu skaitu (Athanasopoulos, Hyndman, Song and Wu, 2011). Enerģētikas nozare prognozē enerģijas pieprasījumu un cenu (Raviv, Bouwman and van Dijk, 2013). Finanšu nozare prognozē jēlnaftas, graudu, valūtas un vērtspapīru cenas (Asai, Caporin and McAleer, 2012). Politikas lēmēji pieņem lēmumus, balstoties uz ekonomikas prognozēm (Amisano and Geweke, 2013).

Viens no visizplatītākajiem prognozēšanas rīkiem ir Boksa-Dženkinsa (Box and Jenkins, 1970) autoregresīvais integrētais slīdošā vidējā (ARIMA) modelis. Taču Boksa-Dženkinsa metodoloģijai ir savi trūkumi. Pirmkārt, mūsdienu prognozētājam ir potenciāli daudz pieejamās informācijas, taču ARIMA metodoloģija nav spējīga apstrādāt liela apjoma informāciju. Otrkārt, daudzās prognozēšanas jomās, piemēram ekonomikā, dati ir trokšņaini. Tādējādi, prognozētājam būtu jālieto prognozēšanas metodes, kas ir robustas pret trokšņiem. Treškārt, datiem mēdz būt pēkšņas izmaiņas dinamikā. Būtu jālieto prognozēšanas metodes, kas ir robustas pret straujām izmaiņām dinamikā.

Strauji pieaugošais pieprasījums pēc prognozēšanas metodēm, kas ir piemērotas strādāt ar liela apjoma datiem, kas ir trokšņaini un pakļauti straujai dinamikas maiņai dara promocijas darba tēmu aktuālu.

1.2 Darba mērķis un uzdevumi

Promocijas darba galvenais mērķis ir izstrādāt robustas prognozēšanas metodes, kas ir piemērotas strādāt ar trokšņainiem un liela apjoma datiem ar pielietojumu makroekonomikā.

Lai sasniegtu promocijas darba galveno mērķi, tika izvirzīti šādi uzdevumi:

1. izstrādāt asimetrisku joslas filtru gala punkta novērtēšanas problēmām viendimensionāliem datiem,
2. salīdzināt izstrādātā asimetriskā filtra sniegumu ar pašreiz populārāko alternatīvu makroekonomikā,
3. izstrādāt prognozēšanas un signāla novērtēšanas metodi, kas būtu piemērota daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem,
4. novērtēt izstrādātās metodes īpašības un salīdzināt ar pašreiz labāko alternatīvu makroekonomikā,
5. novērtēt robustuma problēmas Beijesa un faktoru prognozēšanas modeļiem.

1.3 Pētījuma objekts un priekšmets

Pētījuma objekts ir trokšņainu un daudzdimensionālu laicrindu prognozēšanas process.

Pētījuma priekšmets ir filtru un modeļu algoritmu kopa un sistēma īstermiņa prognozēšanai, kas ir piemērota strādāt ar trokšņainiem un daudzdimensionāliem makroekonomiskiem datiem.

1.4 Pētījuma metodes

Promocijas darbā tiek lietotas matemātiskās statistikas un varbūtību teorijas metodes, frekvenču domēna analīze un filtrēšanas teorija, optimizācijas teorija, datorvizualizācijas metodes, un algoritmu teorija.

1.5 Promocijas darba zinātniskais jaunieguvums

Darba galvenie zinātniskie jaunieguvumi:

1. Izstrādāts joslas filtrs viendimensionālu datu gala punkta novērtēšanas problēmām, kas atšķiras no alternatīvas ar citu ideālā filtra koeficientu korekciju;
2. Izstrādāta metode signāla vienlaicīgai novērtēšanai un prognozēšanai daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem, kas ir pirmā šāda veida metode;
3. Novērtētas Beijesa un faktoru metožu robustuma problēmas, kad atkarīgā rādītāja dinamika strauji mainās, kas ir nepieciešams savlaicīgai dinamikas prognozēšanai.

1.6 Darba praktiskā nozīmība

1. Precīzāka savlaicīga biznesa cikla novērtēšana palīdz pieņemt pareizus monetārās/fiskālās politikas lēmumus, kas ietekmē daudzu cilvēku dzīves;
2. Daudzdimensionālajam filtram ir ciešāka saikne ar atkarīgo rādītāju, kas atvieglo 1) izskaidrojošo rādītāju atlasīšanu, 2) prognozēšanu, 3) dekompozīciju;
3. Beijesa un faktoru prognozēšanas metožu analīzes rezultāti palīdz izvēlēties robustākās metodes reālā laika prognozēšanā, tādējādi sniedzot apriori precīzāku informāciju datu lietotājiem un politikas lēmējiem.

1.7 Darba rezultātu aprobācija

Darba aprobācija tika veikta, prezentējot darba rezultātus 11 starptautiskajās zinātniskajās konferencēs un semināros (t.sk. 1 stenda referāts), publicējot 11 zinātniskos rakstus starptautiskajos zinātniskajos izdevumos, pielietojot metodes LR Centrālajā statistikas pārvaldē Latvijas IKP ātrā novērtējuma ražošanā kopš 2009. gada. Izstrādātās metodes tiek lietotas prognozēšanā Latvijas Bankā kopš 2011. gada.

Publikācijas:

1. Buss, G. (2010), "A Note on Now-/Forecasting with Dynamic Versus Static Factor Models along a Business Cycle", 10th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics: Abstracts of Communications, Vilnius, Lithuania, 28 June - 2 July, 2010, p 119.
2. Buss, G. (2010), "Asymmetric Baxter-King Filter", Scientific Journal of RTU, 5th series, Computer Science, 42. vol, pp 95-99. (Indeksēts: EBSCO, RePEc, SciVerse, Scirus, Econlit, Google Scholar, Microsoft Academic Search)
3. Buss, G. (2010), "Comparing forecasts of Latvia's GDP using simple seasonal ARIMA models and direct versus indirect approach: an overview", The results of statistical scientific research 2010, Research papers, Ed. O. Krastins, I. Vanags, Riga: Central Statistical Bureau of Latvia, pp 50-56. (Indeksēts: RePEc, SciVerse, Scirus, Econlit, Google Scholar, Microsoft Academic Search)
4. Buss, G. (2010), "Economic Forecasts with Bayesian Autoregressive Distributed Lag Model: Choosing Optimal Prior in Economic Downturn", Applimat: Journal of Applied Mathematics, vol 3, pp. 191-200. (Indeksēts: RePEc, SciVerse, Scirus, Econlit, Google Scholar, Microsoft Academic Search)
5. Buss, G. (2010), "Economic Forecasts with Bayesian Autoregressive Distributed Lag Model: Choosing Optimal Prior in Economic Downturn", 6th Colloquium on Modern Tools for Business Cycle Analysis: "The Lessons from Global Economic Crisis", Book of Abstracts, Luxembourg, 26-29 September, 2010, pp 53.
6. Buss, G. (2010), "Forecasts with Single-Equation Markov-Switching Model: an Application to the Gross Domestic Product of Latvia", Journal of Applied Economic Sciences, Vol 5, Issue 2, pp 49-59. (Indeksēts: Scopus, RePEc, SciVerse, Scirus, Econlit, Google Scholar, Microsoft Academic Search)
7. Buss, G. (2010), "Forecasts with Single-Equation Markov-Switching Model: an Application to the Gross Domestic Product of Latvia", Acta Socie-

tatis Mathematicae Latviensis: Abstract of the 8th Latvian Mathematical Conference, Valmiera, Latvia, 9-10 April, 2010, p 17.

8. Buss, G. (2011), "An Application of Direct Filter Approach: New Economic Indicators for Latvia", Scientific Journal of RTU, 5th series, Computer Science, 48 vol, pp 75-81. (Indeksēts: EBSCO, Google Scholar)
9. Buss, G. (2011), "A Band Pass Filter for Real-Time Signal Extraction", Abstracts of 16th International Conference on Mathematical Modelling and Analysis, Sigulda, Latvia, 25-28 May, 2011, p 22.
10. Buss, G. (2011), "Preliminary Results on Asymmetric Baxter-King Filter", Aplimat 2011: 10th International conference on applied mathematics: Proceedings, Bratislava, Slovakia, 1-4 February, 2011, pp 1499-1508. (Indeksēts: Google Scholar)
11. Buss, G. (2012), "Introduction to regularized DFA", Scientific Journal of RTU, series 5, vol. 48, pp 48-56. (Indeksēts: EBSCO, Google Scholar)

Konferences:

1. Buss, G. "Forecasts with single-equation Markov-switching model: an application to the gross domestic product of Latvia" 10th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, Lithuania, Vilnius, 28. June - 2. July, 2010
2. Buss, G. "Economic forecasts with Bayesian autoregressive distributed lag model: choosing optimal prior in economic downturn", Aplimat, 9th International Conference, Slovakia, Bratislava, 2.-5. February, 2010
3. Buss, G. "Forecasts with single-equation Markov-switching model: an application to the gross domestic product of Latvia", 8th Latvian Mathematical Conference, Latvia, Valmiera, 9.-10. April, 2010
4. Buss, G. "Economic forecasts with Bayesian autoregressive distributed lag model: choosing optimal prior in economic downturn", 8th Latvian Mathematical Conference, Latvia, Valmiera, 9.-10. April, 2010
5. Buss, G. "Asymmetric Baxter-King Filter", 51. RTU International Scientific conference, Section: Computer Science, Subsection: Technologies of computer control, 11-15 October, 2010, Riga, Latvia
6. Buss, G. "Asymmetric Baxter-King filter: business cycle estimation in real time", Finance and economics conference 2011, Lupcon Center for Business Research, 5-6 July, 2011, Frankfurt, Germany
7. Buss, G. "Asymmetric Baxter-King filter", 26th Annual congress of the European Economic Association and the 65th European meeting of the Econometric Society, 25-29 August, 2011, Oslo, Norway
8. Buss, G. "An application of direct filter approach: new economic indicators for Latvia", 52. RTU International Scientific conference, Section: Computer Science, Subsection: Technologies of computer control, 13 October, 2011, Riga, Latvia

9. Buss, G. "A new real-time indicator for the euro area GDP", Working Group on Forecasting, European Central Bank, 28-29 June, 2012, Tallinn, Estonia
10. Buss, G. "Introduction to regularized direct filter approach", 53. RTU International Scientific conference, Section: Computer Science, Subsection: Technologies of computer control, 13 October, 2012, Riga, Latvia
11. Buss, G. "Forecasting and signal extraction with regularized multivariate direct filter approach", 28th Annual congress of the European Economic Association and the 67th European meeting of the Econometric Society, 26-30 August, 2013, Gothenburg, Sweden

1.8 Promocijas darba struktūra

Darbs sastāv no ievada, trīs nodaļām un nobeiguma. Darbs satur 136 lappuses, 69 attēlus, 9 tabulas un 92 nosaukumus literatūras sarakstā. Promocijas darba struktūra ir šāda:

Ievadā ir pamatota veikto pētījumu aktualitāte, formulēts darba mērķis un uzdevumi, uzskaitītas promocijas darba izstrādē lietotās pētnieciskās metodes, aprakstīta pētījumu zinātniskā novitāte un iegūto rezultātu praktiskā nozīmība, kā arī izklāstīta darba rezultātu aprobācija.

Pirmajā nodaļā "Asimetriskis Beksteres-Kinga filtrs gala punktu novērtēšanai" izstrādāts simetriska Beksteres-Kinga joslas filtra vispārinājums uz asimetrisku joslas filtru. Joslas filtri ir lietderīgi, ja nepieciešams izfiltrēt konkrētu frekvenču joslas signālu no datiem, kas satur arī citu nevēlamu frekvenču troksni. Tā kā simetrisku filtru nevar lietot gala punktu novērtējumiem, šis vispārinājums ir lietderīgs, kad nepieciešams novērtēt signālu laikrindu galos. Nodaļa lieto monte karlo simulāciju, lai salīdzinātu izstrādātā filtra īpašības biznesa cikla frekvenču novērtēšanā ar Kristiano-Ficdzeralda filtru. Simulācijas rezultāti liecina, ka asimetriskais Beksteres-Kinga filtrs ir pārāks par asimetrisko Kristiano-Ficdzeralda filtru reālā laika signālu novērtēšanas problēmās.

Otrajā nodaļā "Daudzfaktoru filtrs daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem" izstrādāts algoritms daudzdimensionālai signāla vienlaicīgai novērtēšanai un prognozēšanai, izmantojot trokšņainus datus. Mūsdienās daudzu problēmu risināšanai pieejamās informācijas apjoms ir liels. Tādējādi, pieprasītas kļūst metodes, kas spēj efektīvi izmantot daudzdimensionālas datu kopas. Nodaļā ilustrētas filtra īpašības, novērtējot vidēja un ilgtermiņa komponenti eiro zonas iekšzemes kopprodukta (IKP) izaugsmē, t.sk. atdarinot populāra indikatora sniegumu un izveidojot savlaicīgākus indikatorus. Papildus robustums pārbaudīts izmantojot Latvijas datus. Secināts, ka izstrādātā metode ir vērtīgs rīks gan signāla vienlaicīgai novērtēšanai, gan prognozēšanai izmantojot daudzdimensionālus un trokšņainus datus, un ir laba alternatīva dinamisko faktoru metodoloģijai.

Trešajā nodaļā "Tradicionālo prognozēšanas metožu robustuma novērtējums un sistēmas pārskats" novērtētas robustuma problēmas Beijesa un faktoru metodoloģijām. Secināts, ka Beijesa Minesotas priors un precīzie dinamiskie faktori nav robusti pret straujām izmaiņām atkarīgā rādītāja dinamikā. Nodaļa arī rezumē promocijas darbā apskatītās metodes un sniedz ieskatu prognozēšanas sistēmā, kas iekļauj promocijas darbā izstrādātās metodes.

Promocijas darba rezultāti un secinājumi

Literatūras saraksts

2 PROMOCIJAS DARBA NODAĻU ĪSS IZKĻĀSTS

2.1 Asimetriskais Beksteres-Kinga filters gala punktu novērtēšanai

Nodaļā izstrādāts simetriska Beksteres-Kinga joslas filtra vispārinājums uz asimetrisku joslas filtru. Joslas filtri ir lietderīgi, ja nepieciešams izfiltrēt konkrētu frekvenču joslas signālu no datiem, kas satur arī citu nevēlamu frekvenču troksni. Tā kā simetrisku filtru nevar lietot gala punktu novērtējumiem, šis vispārinājums ir lietderīgs, kad nepieciešams novērtēt signālu laikrindu galos. Nodaļa lieto monte karlo simulāciju, lai salīdzinātu izstrādātā filtra īpašības biznesa cikla frekvenču novērtēšanā ar Kristiano-Fiedžeralda filtru. Simulācijas rezultāti liecina, ka asimetriskais Beksteres-Kinga filtrs ir pārāks par asimetrisko Kristiano-Fiedžeralda filtru reālā laika signālu novērtēšanas problēmās.

2.1.1 Filtra metodoloģija

Apskatām kovariācijas stacionāra stohastiska procesa x_t ortogonālu dekompozīciju:

$$x_t = y_t + \tilde{x}_t. \quad (2.1)$$

Process y_t satur enerģiju tikai frekvencēs (mērītas radiānos) piederīgas intervālam $\{[a_1, a_2] \cup [-a_2, -a_1]\} \subset (-\pi, \pi)$, kur $0 < a_1 < a_2 < \pi$. Process \tilde{x}_t satur enerģiju tikai šā intervāla papildinājumā. Spektrālās reprezentācijas teorēma nosaka:

$$y_t = b(L)x_t, \quad (2.2)$$

kur ideāls joslas filtrs $b(L)$ ir

$$b(L) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h L^h, \quad L^h x_t = x_{t-h}, \quad (2.3)$$

ar

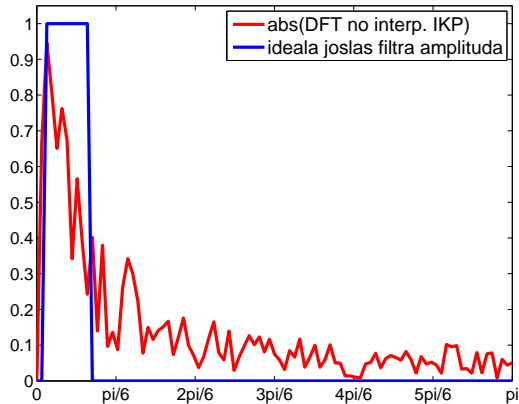
$$b_h = \frac{\sin(ha_2) - \sin(ha_1)}{\pi h}, \quad h = \pm 1, \pm 2, \dots$$
$$b_0 = \frac{a_2 - a_1}{\pi}, \quad a_1 = \frac{2\pi}{p_u}, \quad a_2 = \frac{2\pi}{p_l}, \quad (2.4)$$

un $p_u, p_l \in (2, \infty)$ definē augšējo un apakšējo robežu interesējošam viļņa garumam. Definējot b_h vienādojumā (2.4), ideālā joslas filtra frekvences atbildes

funkcija (jeb transferfunkcija) frekvencē ω ir

$$\beta(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{ja } \omega \in [a_1, a_2] \cup [-a_2, -a_1] \\ 0 & \text{savādāk.} \end{cases} \quad (2.5)$$

2.1. att. rāda ideāla joslas filtra amplitūdu ar viļņa garuma ierobežojumiem 18 un 96 mēn. un Latvijas iekšzemes kopprodukta (interpolēta uz mēneša frekvenci) diskrēta Furjē transformācijas absolūto vērtību.



2.1. att. Ideāla joslas filtra amplitūda ar viļņa garuma ierobežojumiem 18 un 96 mēn. un Latvijas iekšzemes kopprodukta (interpolēta uz mēneša frekvenci) diskrēta Furjē transformācijas absolūtā vērtība

Bekstere un Kings (1999) izstrādājuši simetrisku fiksēta garuma aproksimāciju ideālajam joslas filteram, (2.3.) un (2.4.), minimizējot

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\omega)\delta(-\omega)d\omega$$

s.t.

$$\hat{\beta}(0) = \sum_{k=-K}^K \hat{b}_k = 0$$

$$\hat{b}_k = \hat{b}_{-k}, \quad (2.6)$$

kur $\delta(\omega) = \beta(\omega) - \hat{\beta}(\omega)$ ir starpība starp ideālā un aptuvenā filtra amplitūdu frekvencē ω , un ierobežojums $\hat{\beta}(0) = 0$ nosaka nulles svaru trenda frekvencē saskaņā ar pieņēmumu $a_1 > 0$. Problēmas (2.6.) atrisinājums ir ideālā filtra saīsinājums

simetriski garumā K , un konstantes $(-\sum_{k=-K}^K b_k)/(2K+1)$ pievienošana pie katra filtra koeficienta, lai nodrošinātu $\hat{\beta}(0) = 0$. Bekstere un Kings (1999) ierosina vērtībai K būt aptuveni 3 gadi, t.i. $K=12$ ceturkšņu datiem, $K=36$ mēnešu datiem, utml. Filtra simetrija kopā ar nosacījumu $\hat{\beta}(0) = 0$ nodrošina, ka filtrs spēj padarīt stacionāru līdz pat otrās kārtas integrētu procesu.

Tā kā simetrisku BK filtru nevar pielietot signāla novērtēšanai laukrindu galos (pirmajiem un pēdējiem K novērojumiem), loģisks Beksteres-Kinga filtra paplašinājums ir ļaut filtram būt asimetriskam, lai to varētu pielietot laukrindu galos. Šādā gadījumā ideālā filtra optimālās aproksimācijas problēma minimizē

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\omega)\delta(-\omega)d\omega$$

s.t.

$$\hat{\beta}(0) = \sum_{h=-p}^f \hat{b}_h = 0. \quad (2.7)$$

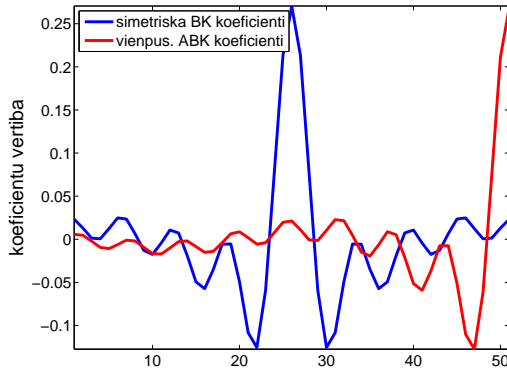
Nosacījums $\hat{\beta}(0)$ nodrošina nulles svaru nulles frekvencē, tādējādi šim asimetriskajam filtram arī ir trendu-samazinoša īpašība, taču bez simetrijas tā nav pietiekama lai padarītu $I(2)$ procesu stacionāru. Tādējādi, asimetriskā filtra spējai novērtēt signālu laukrindu galos ir arī cena - tas nespēj noņemt divas vienības saknes no ienākošā signāla, tādējādi to var pielietot tikai līdz pirmās kārtas integrētiem procesiem.

Ja nebūtu ierobežojuma uz $\hat{\beta}(0)$, optimālā filtra aproksimācija būtu tikai saīsināt ideālo filtra garumu. Turpretī, ja pastāv ierobežojums $\hat{\beta}(0) = \sum_{h=-p}^f \hat{b}_h = 0$, nepieciešamā korekcija katram filtra koeficientam ir

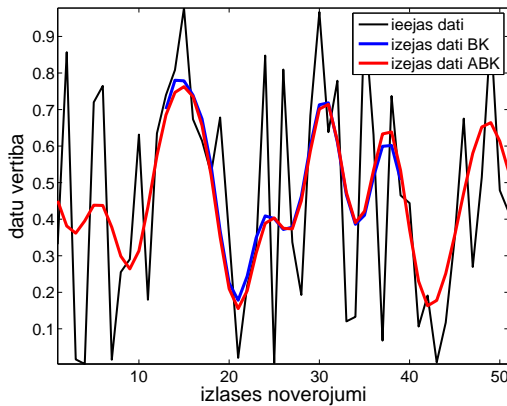
$$\theta = \frac{-\sum_{h=-p}^f b_h}{p+f+1}, \quad (2.8)$$

kas ir līdzīga simetriska BK filtra gadījumam.

2.2. att. ilustrē 51-novērojumu gara simetriska un asimetriska BK (ABK) joslas filtra koeficientus, kuru mērķis ir biznesa cikla frekvences. BK un ABK filtru rezultāti, pielietojot filtrus gadījumizlasei parādīti 2.3. att. Skaidri redzams, ka tikai asimetriskais filtrs spēj novērtēt signālu laukrindu galos.

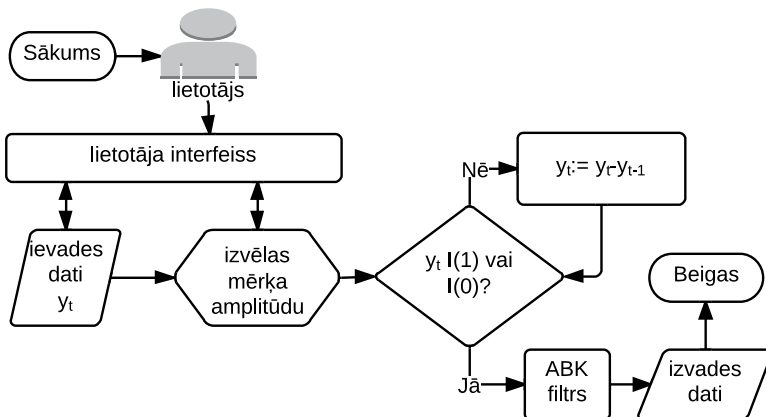


2.2. att. Koeficienti 51-novērojumu garam simetriskam BK filtram un vienpusējam asimetriskam filtram, kuru mērķis ir novērtēt biznesa cikla frekvences



2.3. att. Rezultāti 51-novērojumu garam simetriskam BK filtram un asimetriskam filtram, tos pielietojot gadījumizlasei

2.4. att. rāda asimetriska joslas filtra diagrammu. Lai pielietotu izstrādāto filtru, lietotājam nepieciešams izvēlēties viendimensionālu ieejošo laukrindu, kā arī zemāko un augstāko interesējošā viļņa garuma robežu. Piemēram, makroekonomikā šīs viļņa garuma robežas tiek definētas ar biznesa cikla garumu, t.i. 1.5-8 gadi.



2.4. att. Viendimensionāla asimetriska joslas filtra diagramma

Ienākošai laikrindai jābūt līdz pirmās kārtas integrētai; ja laikrindai ir augstāka integrācijas pakāpe, to vispirms nepieciešams diferencēt. Piemēram, makroekonomikā sezonāli izlīdzinātas laikrindas tipiski ir tikai līdz $I(1)$ procesi, tādēļ tām nav nepieciešama transformācija.

Nākošā apakšsadaļa sniedz rezultātus no monte karlo simulācijas, lai novērtētu izstrādātā filtra sniegumu.

2.1.2 Filtru sniegumu salīdzinājums

Šī apakšsadaļa pēta izstrādātā filtra sniegumu, kura mērķis ir novērtēt biznesa cikla frekvences (viļņa garums ir 1.5-8 gadi) salīdzinājumā ar asimetrisko Kristiano-Ficdzeralda (CF) filtru, kas ir optimizēts gadījumam, kad ienākošā laikrinda seko nejaušās kustības ('random walk') procesam (Christiano and Fitzgerald, 2003).

Izvēlētais datu ģenerēšanas process ir:

$$y_t = \mu_t + c_t, \quad (2.9)$$

kur

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t \quad (2.10)$$

$$c_t = \phi_1 c_{t-1} + \phi_2 c_{t-2} + \eta_t \quad (2.11)$$

$$\epsilon_t \sim \text{nid}(0, \sigma_\epsilon^2), \eta_t \sim \text{nid}(0, \sigma_\eta^2). \quad (2.12)$$

Vienādojums (2.9.) definē laikrindu y_t kā summu no pastāvīgas komponentes (stohastiska trenda) μ_t un cikliskas komponentes c_t . Trends μ_t šajā gadījumā ir

nejaušās kustības process. Cikliskās komponentes c_t dinamika ir otrās kārtas autoregresīvs (AR(2)) process, kura spektra maksimums atrodas biznesa cikla frekvencēs. Trokšņi ϵ_t un η_t nav savstarpēji korelēti.

Dati ir ģenerēti ar procesu (2.9.), kur $\phi_1 = 1.2$ un dažādām ϕ_2 vērtībām, lai kontrolētu cikliskās komponentes spektrālā pīķa izvietojumu. Es arī mainu trokšņu standartnoviržu attiecību, $\sigma_\epsilon/\sigma_\eta$, lai variētu komponentu relatīvo ieguldījumu procesā y_t . Šāds datu ģenerēšanas process var ģenerēt datus ar spektrālajām īpašībām, kas ir tipiskas makroekonomiskiem rādītājiem, piemēram iekšzemes kopproduktam vai inflācijai (Watson, 1986; Guay and St-Amant, 2005).

Konkrēti, tiek ģenerētas 10,000 izlases ar garumu 401, un katras izlase pirmie 200 novērojumi tiek atmesti, lai samazinātu sākotnējās vērtības ietekmi. Vektoram $[\phi_1, \phi_2]$ tiek noteiktas piecas dažādas vērtības, uzrādītas 2.1. tabulā.

2.1. tabula

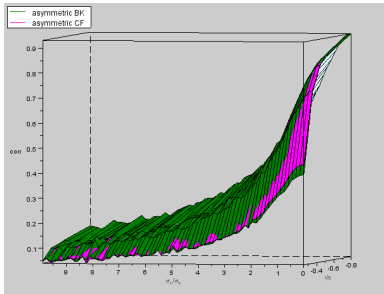
Piecas vērtības vektoram $[\phi_1, \phi_2]$

ϕ_1	ϕ_2	Fundamentālais viļņa garums (gadi)
1.2	-0.25	$\approx \infty$
1.2	-0.35	$\gg 8$
1.2	-0.44	8.2
1.2	-0.5	3.5
1.2	-0.8	1.9

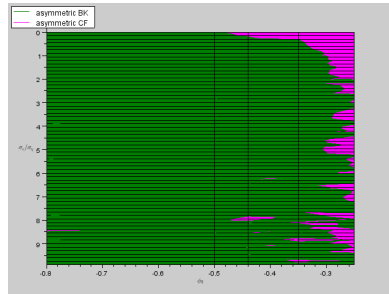
Attiecības $\sigma_\epsilon/\sigma_\eta$ vērtība tiek mainīta no 0 līdz 9.9 ar soļa garumu 0.15 (Watson (1986) novērtējis, ka šī attiecība Amerikas Savienoto Valstu nacionālajam kopienākumam ir 0.75).

Filtru sniegums tiek novērtēts, salīdzinot novērtēto korelāciju starp ģenerēto ciklisko komponenti un filtra novērtēto ciklisko komponenti periodā t , $\hat{\rho}(c_t, \hat{c}_t)$.

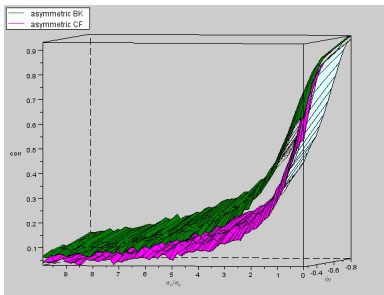
2.5. att. uzrāda novērtēto korelāciju starp patieso un novērtēto ciklu novērojumos 12, 6 un 1 skaitot no laikrindas galapunkta, vidēji no 10,000 izlasēm un abiem laikrindas (sākuma un beigu) galapunktiem.



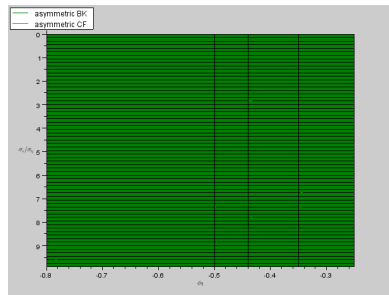
(a) Korelācija 12. nov.



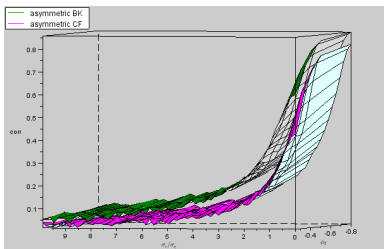
(b) skats uz 2.5(a). no augšas



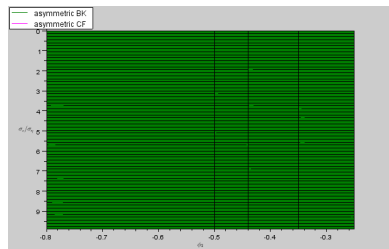
(c) Korelācija 6. nov.



(d) skats uz 2.5(c). no augšas



(e) Korelācija 1. nov.



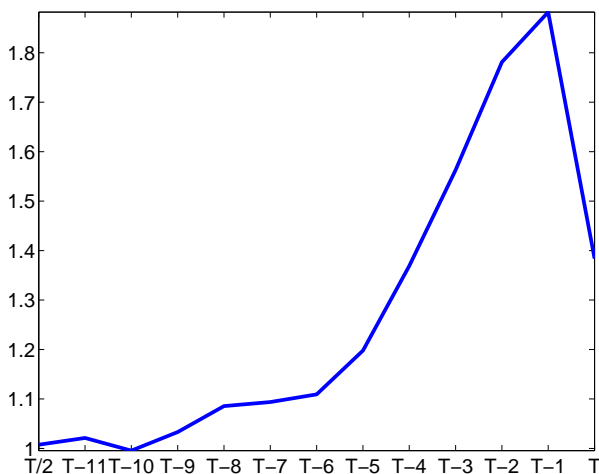
(f) skats uz 2.5(e). no augšas

2.5. att. Novērtētā korelācija starp patieso un filtra novērtēto ciklu, $\hat{\rho}(c, \hat{c})$ asimetriskajam BK un CF filteram novērojumos 12, 6 un 1, skaitot no lairindas gala-punkta

2.5. att. rāda, ka abi filtri sniedz līdzīgu rezultātu punktus, kas ir tuvāki izlases

centram. Patiešām, izlases centrā, kur abi filtri kļūst simetriski, novērtētās korelācijas attēls ir līdzīgs 2.5(a) att., tādēļ nav šeit parādīts. Taču līdz ko novērtēšanas punkts tiek tuvināts laukrindas galapunktam, filtri kļūst arvien asimetriskāki un to sniegumu atšķirības kļūst izteiktākas. Tādējādi, abiem asimetriskajiem filtriem ir līdzīgi sniegumi novērtējumu punktos, kas ir vismaz trīs gadu attālumā no laukrindas galapunkta. Pretējā gadījumā, izstrādātā asimetriskā BK filtra sniegums kļūst pārāks par asimetriskā CF filtra sniegumu jebkuram cikla garumam un jebkuram trokšņa līmenim, kas tiek apskatīti šajā datu ģenerēšanas procesā.

Konkrēti, tipiskām makroekonomiskām laukrindām ($\sigma_\epsilon/\sigma_\eta = 3/4$, viļņa garums: 3.5 gadi), attiecība starp korelācijām, ko sniedz ABK un CF filtri parādīti 2.6. att., kur horizontālā ass rāda signāla novērtēšanas punktu un T apzīmē izlases garumu.



2.6. att. Korelāciju attiecība, ko sniedz ABK un CF filtri tipiskām makroekonomiskām laukrindām ($\sigma_\epsilon/\sigma_\eta = 3/4$, cikla garums: 3.5 gadi)

Attēls rāda, ka izlases vidū, $T/2$, abu filtru sniegumi ir līdzīgi, t.i., korelācijas attiecība ir aptuveni vienība. Taču līdz ko signāla novērtēšanas punkts tuvinās izlases galapunktam, ABK filtra relatīvais sniegums pieaug, kulminējot vienu novērojumu no beigām, kur tā relatīvais sniegums ir gandrīz divreiz labāks nekā CF filtram. Laukrindas galapunktā relatīvais snieguma pārsvars samazinās līdz aptuveni 40%. (Šo snieguma pārsvara samazinājumu galapunktā var skaidrot ar dažādo mehānismu ideālā filtra aproksimācijai - kamēr ABK filtram visi koeficienti tiek koriģēti par vienādu korekcijas locekli, CF filtra gadījumā korekcija tiek veikta tikai filtra galapunktu vērtībām.) 40% pārsvars galapunkta novērtējumā tāpat

ir būtisks. Turklāt ABK filtra sniegums mainās gludi starp signāla novērtēšanas punktiem, un šis relatīvais snieguma pārsvara samazinājums galapunktā ir CF filtra snieguma uzlabojuma galapunktā dēļ. Praksē ir svarīgi, ka metodes sniegums ir gluds starp novērtēšanas punktiem, lai izvairītos no lūzumiem novērtētajā signālā; šis ir vēl viens iemesls, lai dotu priekšroku ABK filtram pār CF filtru.

2.2 Daudzfaktoru filtrs daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem

Mūsdienās daudzu problēmu risināšanai pieejamās informācijas apjoms ir liels. Tādējādi, pieprasītas kļūst metodes, kas spēj efektīvi izmantot daudzdimensionālas datu kopas. Šajā nodaļā izstrādāts algoritms daudzdimensionālai signāla vienlaicīgai novērtēšanai un prognozēšanai, izmantojot trokšņainus datus. Nodaļā ilustrētas filtra īpašības, novērtējot vidēja un ilgtermiņa komponenti eiro zonas iekšzemes kopprodukta (IKP) izaugsmē, t.sk. atdarinot populāra indikatora sniegumu un izveidojot savlaicīgākus indikatorus. Papildus robustums pārbaudīts izmantojot Latvijas datus. Secināts, ka izstrādātā metode ir vērtīgs rīks gan signāla vienlaicīgai novērtēšanai, gan prognozēšanai izmantojot daudzdimensionālus un trokšņainus datus, un ir laba alternatīva dinamisko faktoru metodoloģijai.

2.2.1 Filtra metodoloģija

Šajā sadaļā mērķis ir novērtēt signālu - biznesa ciklu vai trendciklu - laikrindas galapunktā. Apzīmēsim ar y_T rezultātu no simetriska, iespējams, abpusēji bezgalīga filtra, $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j L^j$, kas pielietots ieejošiem datiem x_T :

$$\begin{aligned} y_T &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j L^j x_T \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j x_{T-j}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

kur L ir laga operators. Filtrs vienādojumā (2.13.) tiek saukts par ideālo filtru un tā izejošie dati, y_T , par ideālā filtra rezultātu. Praksē laikrindas ir galīga garuma, tādēļ ideālu filtru nav iespējams pielietot. Signāla y_T reālā laika novērtējums, ja dota galīga garuma ieejoša izlase $\{x_1, \dots, x_T\}$, var tikt izteikts kā

$$\hat{y}_T = \sum_{j=0}^{T-1} b_j x_{T-j}. \quad (2.14)$$

Apzīmēsim vispārīgā gadījumā kompleksi-vērtētas transferfunkcijas filtriem vienādojumos (2.13.) un (2.14.) ar attiecīgi $\Gamma(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j \exp(-ij\omega)$ un

$\hat{\Gamma}(\omega) = \sum_{j=0}^{T-1} b_j \exp(-ij\omega)$. $\Gamma(\omega)$ var tikt reprezentēts polārās koordinātēs ar $\Gamma(\omega) = A(\omega) \exp(-i\Phi(\omega))$, kur $A(\omega) = |\Gamma(\omega)|$ ir amplitūda, un $\Phi(\omega) = -\arg(\Gamma(\omega))$ ir fāze. Stacionāram procesam x_T vidējā kvadrātiskā filtra kļūda (MSFE) var tikt izteikta kā vidējā kvadrātiskā starpība starp ideālā filtra rezultātu un tā reālā laika novērtējumu:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\Gamma(\omega) - \hat{\Gamma}(\omega)|^2 dH(\omega) = E[(y_T - \hat{y}_T)^2], \quad (2.15)$$

kur $H(\omega)$ ir vispārīgā gadījumā nezināms spektrālais sadalījums procesam x_T . MSFE aproksimācija galīga garuma izlasei ir

$$\frac{2\pi}{T} \sum_{k=-[T/2]}^{[T/2]} w_k |\Gamma(\omega_k) - \hat{\Gamma}(\omega_k)|^2 S(\omega_k), \quad (2.16)$$

kur $\omega_k = k2\pi/T$, $[T/2]$ lielākais veselais skaitlis mazāks vai vienāds ar $T/2$, un svars w_k definēts kā

$$w_k = \begin{cases} 1 & \text{ja } |k| \neq T/2 \\ 1/2 & \text{citādi.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Šī nodaļa lieto 'pietiekamo statistiku' - periodogrammu, $I_{Tx}(\omega_k)$ - kā $S(\omega_k)$ viendabojumā (2.16.):

$$S(\omega_k) := I_{Tx}(\omega_k) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T x_t \exp(-it\omega_k) \right|^2. \quad (2.18)$$

Minimizējot izteiksmi (2.16.) iegūst reālā laika filtra rezultātu, kas ir optimāli tuvināts ideālā filtra rezultātam mazākās kvadrātiskās kļūdas ziņā.

Augstāk minēto viendimensionālo filtru Wildi (2011) vispārīnāja uz daudzfaktoru filtru, taču neregularizēts daudzfaktoru filtrs satur daudz koeficientus kuru skaits pieaug līdz ar filtra dimensiju. Tādējādi, Wildi (2011) izstrādātais daudzfaktoru filtrs nevar būt garš un nevar tikt pielietots daudziem rādītājiem pārparametrizācijas dēļ, kuras sekas ir neprecīzs signāla novērtējums ārpus izlases. Tādējādi Wildi (2012) ievieš trīs regularizācijas locekļus Wildi (2011) filtram, ar kuru palīdzību tiek kontrolēta šķērsriezuma sašaurināšana, garengriezuma sašaurināšana, un filtra koeficientu gluduma pakāpe.

Līdzīgi kā Tihonova regularizācijas problēma (Tikhonov and Arsenin, 1977) var tikt rakstīta formā $(Y - Xb)'(Y - Xb) + \lambda b'b \rightarrow \min_b$, Wildi (2012) regularizētā filtra problēma var tikt izteikta līdzīgi:

$$(Y - Xb)'(Y - Xb) + \lambda_s b'Q_s b + \lambda_c b'Q_c b + \lambda_d b'Q_d b \rightarrow \min_b, \quad (2.19)$$

kur Y un X ir kompleksi-vērtēta informācija par, attiecīgi, mērķi un tā izskaidrojošajiem rādītājiem, un trīs papildus izteiksmes bilineārā formā ir trīs regularizācijas virzieni - koeficientu gludums (apakšraksts `s'), šķērsgriezuma sašaurināšana (apakšraksts `c'), un garengriezuma sašaurināšana (apakšraksts `d').

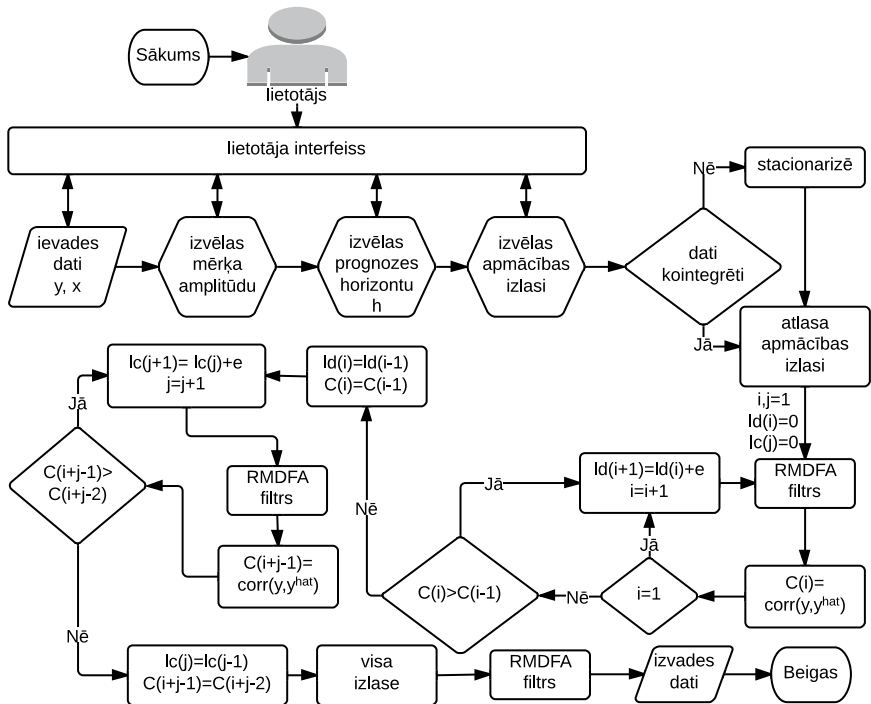
2.2.2 Daudzdimensionāla filtrēšana

Šī apakšsadaļa pēta, kā pielietot daudzfaktoru filtra regularizācijas īpašības, lai filtru varētu lietot daudzdimensionālām datu kopām. (Wildi (2012) nepielieto filtru uz datiem un nepēta iespēju izmantot filtru daudzdimensionāliem datiem, t.i., daudziem desmitiem rādītāju).

Promocijas darba rezultāti liecina, ka garengriezuma sašaurināšana ir visvērtīgākā regularizācijas īpašība, un koeficientu gluduma regularizācija ir visnevērtīgākā regularizācijas īpašība un turpmāk tekstā netiks pētīta.

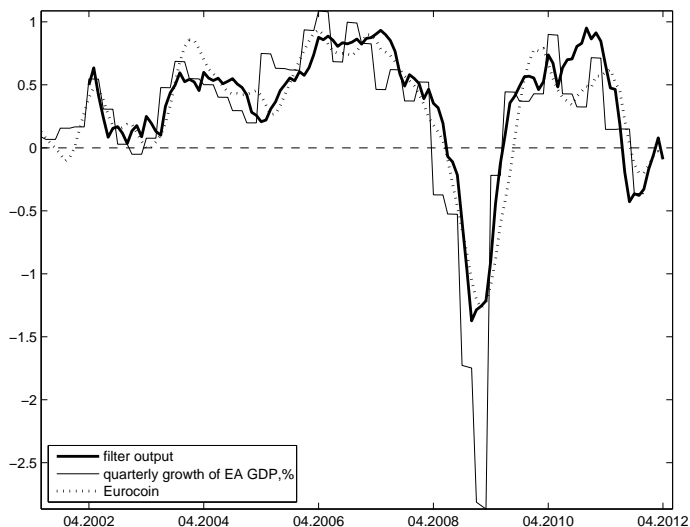
2.7. att. rāda daudzdimensionāla filtra algoritma diagrammu. Pirmkārt, lietotājs izvēlas mērķa rādītāju un tā papildus izskaidrojošos rādītājus (ja tie eksistē). Otrkārt, lietotājs izvēlas mērķa amplitūdu un mērķa signāla prognozēšanas horizontu. Treškārt, lietotājs izvēlas apmācības izlasi (kas var būt pilna izlase, jo algoritms optimizēts minimizēt ārpusizlases kļūdu). Izskaidrojošajiem un mērķa rādītājam jābūt kointegrētiem, pretējā gadījumā visi dati tiek stacionarizēti. Tālāk seko svarīga daļa izvēlēties metriku attāluma mērīšanai starp ideālo un sasniegto rezultātu. Tā kā ideālā filtra rezultāts nevar tikt novērots (tam būtu nepieciešama bezgalīgi gara izlase), lietotājs nevar lietot metriku, kas satur ideālā filtra rezultātu (t.i., metriku kā piemēram vidējā kvadrātiskā kļūda vai vidējā absolūtā kļūda). Ja mērķa amplitūda ir trendcikls, lietotājs var lietot korelāciju starp mērķa rādītāju un vienas pusē filtra rezultātu konkrētajā prognozēšanas horizontā. Tādējādi, algoritms turpina ar ciklu, kurā tiek palaists filtrs un pakāpeniski palielināta šķērsgriezuma sašaurināšana (`ld' diagrammā) līdz tiek sasniegta optimālā metriku vērtība. Tālāk algoritmā seko cikls, kas iteratīvi filtrē, pakāpeniski palielinot šķērsgriezuma sašaurināšanas parametru (`lc' diagrammā) līdz tiek sasniegta optimālā metriku vērtība konkrētam signāla novērtēšanas horizontam. Kad optimālie sašaurināšanas parametri atrasti, algoritms izfiltrē pilnu izlasi un sniedz rezultātu.

Šāds algoritms ir pielietots 72 rādītājiem, lai novērtētu trendciklu eirozonas IKP ceturkšņu pieaugumos. Novērtētais reālā laika filtra rezultāts attēlots 2.8. att. kopā ar Eurocoin indikatoru, kas ir alternatīvas metodes (vispārinātās galvenās komponentes, Altissimo et al. (2010)) rezultāts.



2.7. att. Daudzdimensionāla filtra algoritma diagramma

2.8. att. rāda, ka filtra rezultāts novērtē signālu precīzi. Augstākā korelācija (0.882) starp Eirocoin un IKP ir ar divu mēnešu novēlošanos attiecībā pret IKP, un otra augstākā korelācija (0.879) ir ar vienu mēnesi novēlošanos attiecībā pret IKP. Turpretī, augstākā korelācija (0.883) starp daudzdimensionālā filtra reālā laika rezultātu un IKP ir ar vienu mēnesi novēlošanos attiecībā pret IKP, un otra augstākā korelācija (0.870) - ar nulle mēnešus novēlošanos attiecībā pret IKP. Tādējādi, izstrādātā metodoloģija sniedz rezultātu, kas ir vidēji par vienu mēnesi savlaicīgāks nekā rezultāts, ko sniedz labākā alternatīva.



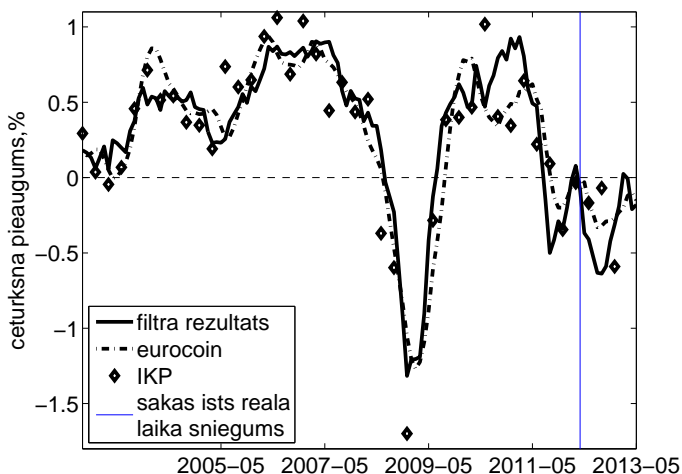
2.8. att. Filtra un alternatīvas metodes rezultāts

2.2.3 Patiesš reālā laika ārpus izlases sniegums

Šāds filtra rezultāts, kas novērtē trendciklu eirozonas IKP ceturkšņu pieaugumiem ticis testēts un lietots Latvijas Bankā, fiksējot tā sniegumu katru mēnesi kopš indikatora dizains izveidots 2012. gada aprīlī. Šis teksts tiek rakstīts 2013. gada maijā, tādējādi ir 13 mēnešus gara izlase ar patiesu reālā laika ārpus izlases sniegumu. Pagarināts filtra rezultāts, iekļaujot patieso reālā laika sniegumu, kopā ar IKP pēdējo relīzi un alternatīvo indikatoru - Eurocoin (ko uztur Banca d'Italia) uzrādīts 2.9. att.

2.9. att. rāda, ka daudzdimensionālā filtra patiesais reālā laika sniegums nepasliktinās, salīdzinot ar 'apmācības' periodu. konkrēti, ārpus izlasē filtra rezultāts nekļūst trokšņaināks un precīzi un laicīgi uztver IKP izaugsmes kritumu, kā arī nezaudē savlaicīgumu, salīdzinot ar Eurocoin.

Šis patiesais filtra reālā laika sniegums apstiprina, ka promocijas darbā piedāvātā daudzdimensionālā filtrēšanas metode ir piemērota praktiskam lietojumam.



2.9. att. Patiess 13 mēnešus garš reālā laika ārpus izlases filtra sniegums salīdzinājumā ar alternatīvu (Eurocoin) kopš 2012. g. aprīļa līdz 2013. g. maijam

2.3 Tradicionālo prognozēšanas metožu robustuma novērtējums un sistēmas pārskats

2.3.1 Beijesa Minesotas priors

Beijesa metodes lietošanai analītiķim nepieciešams izvēlēties prioru. Priors izvēle ir nozīmīga precīzai prognozēšanai. Šī sadaļa pēta, kā mainās optimālais Minesotas priors, kad mērķa rādītāja dinamikā notiek pēkšņas izmaiņas. Ar 'optimālo Minesotas prioru' šeit tiek saprasta priora hiperparametru kopa, kas minimizē vienu periodu uz priekšu prognozēšanas kvadrātisko kļūdu. Šim uzdevumam tiek izvēlēts autoregresīvs sadalītā laga modelis (ARDL). Priors tiek izvēlēts saskaņā ar Litterman (1979), kas ir populārākais priors makroekonomikā. Modelis tiek novērtēts ar 'jaukto novērtēšanas metodi' (Theil and Goldberger, 1961). Latvijas IKP ar tā dziļo recesiju ir ļoti piemērots šai analīzei. Rezultāti rāda, ka straujā atkarīgā rādītāja dinamikas maiņa izmaina optimālā priora struktūru, mazāku svaru liekot uz mērķa rādītāja novēlotajām vērtībām, salīdzinot ar savlaicīgākiem izskaidrojošajiem rādītājiem. Tādējādi, Beijesa Minesotas priors nav robusts pret straujām izmaiņām mērķa rādītāja dinamikā.

Beijesa modelis

Apskatām autoregresīvu sadalītā laga (ARDL) modeli ar kārtu (p, q) :

$$y_t = \sum_{m=1}^p \beta_m y_{t-m} + \sum_{n=0}^q \gamma'_n x_{t-n} + \epsilon_t \quad (2.20)$$

kur y_t ir mērķa rādītājs, x_t ir $d \times 1$ vektors ar papildus izskaidrojošajiem rādītājiem $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_d]$, un $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Beijesa priors definēts kā

$$\begin{aligned} \beta_m &\sim N(\mathbb{1}_{\{1\}}(m), \sigma_m^2) \\ \gamma_{in} &\sim N(0, \sigma_{in}^2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

kur $\mathbb{1}_{\{1\}}(\cdot)$ ir indikatora funkcija, $m = 1, 2, \dots, p$, $i = 1, 2, \dots, d$, un $n = 0, 1, \dots, q$. Piora standartnovirze tiek definēta kā (Doan, Litterman and Sims, 1984):

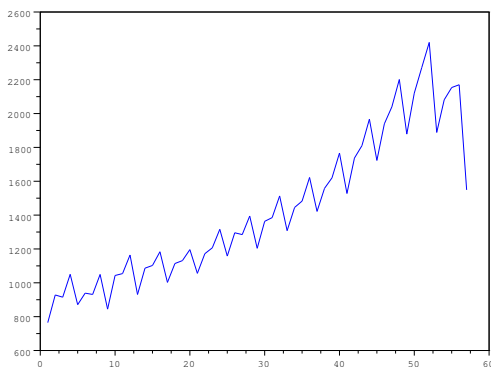
$$\begin{aligned} \sigma_m &= \theta k m^{-\phi} \\ \sigma_{in} &= \theta l (1 + n)^{-\phi} \left(\frac{\hat{\sigma}_{u,i}}{\hat{\sigma}_{u,y}} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

kur $\hat{\sigma}_{u,y}$ un $\hat{\sigma}_{u,i}$ ir standartklūdas no vienfaktora autoregresijas, iekļaujot, attiecīgi, y un x_i ; tādējādi $\hat{\sigma}_{u,i}/\hat{\sigma}_{u,y}$ ir mēroga faktors, kas koriģē dažādos rādītāju mērogus. Parametrs θ tiek saukts par vispārīgā ciešuma parametru. Izteiksmes $m^{-\phi}$ un $(1+n)^{-\phi}$ ir, attiecīgi, y un x_i laga sabrukšanas funkcijas, kur $\phi \geq 0$ samazina standartnovirzi līdz ar pieaugošu laga garumu. Parametri k un l ir relatīvie ciešuma parametri rādītājiem, attiecīgi, y un x_i . Vienkāršības labad l ir konstants visiem x_i .

Modelis (2.20.) līdz (2.22.) tiek novērtēts ar 'jauktās novērtēšanas metodi' (Theil and Goldberger, 1961).

Rezultāti

Modeļa (2.20.) mērķa rādītājs ir Latvijas IKP kopš 1995Q1 līdz 2009Q1. Papildus izskaidrojošais rādītājs x ir rūpniecības nozares un elektrības, gāzes un ūdens apgādes nozares izlaides summa. Visi rādītāji ir ķēdētajās cenās ar bāzes gadu 2000, divreiz regulāri un vienreiz sezonāli diferencēti. Otrā regulārā diferencēšana veikta, precīzākai prognozēšanai ekonomikas lejupslīdes laikā (Buss, 2009). Izlase ir sadalīta uz pusēm, jo izlases pirmā daļa satur salīdzinoši gludu izaugsmi, savukārt izlases otrā daļa satur strauju mērķa rādītāja dinamikas maiņu (skat. IKP laikrindu 2.10. att.).

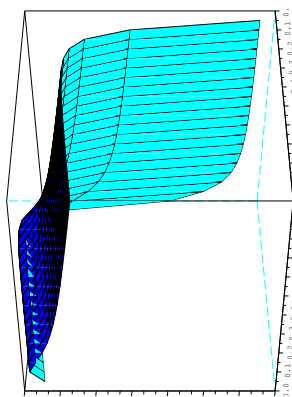


2.10. att. Sezonāli neizlīdzināta Latvijas IKP laikrinda

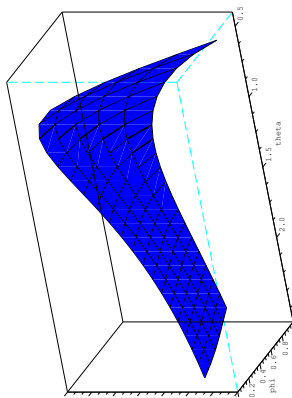
Piezīme: laikrinda kopš 1995Q1 līdz 2009Q1. Horizontālā ass attēlo laiku.

Promocijas darbā secināts, ka Beijesa ARDL (BARDL) modeļu prognozētspēja ir laba, salīdzinot ar frekventistu ARDL (FARDL). Secināts arī, ka BARDL modeļi sniedz precīzas prognozes vidēji visai izlasei, taču tos pārspēj FARDL laikrindas otrajā pusē. Šis novērojums liecina, ka optimālais Beijesa priors laikrindas pirmajā pusē (gluda pozitīva izaugsme) varētu būt savādāks nekā laikrindas otrajā pusē (strauja izaugsme, kam seko strauja recesija). Šī hipotēze tiek testēta, izmantojot optimāla priora režģa meklēšanu.

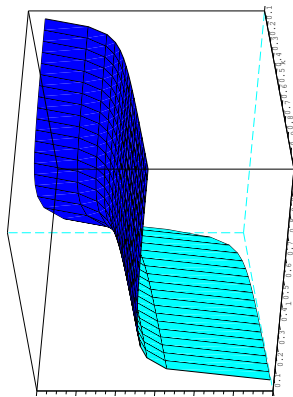
Apskatām režģa meklēšanu modelim BARDL(2,1). Svāra vektors $[k \ l]$ ir 2-dimensionāls, viens elements, k , mērķa rādītājam un viens, l , vienam izskaidrojošajam rādītājam x , abu parametru vērtību amplitūda ir no .05 līdz 1 ar soli .05. Vispārīgā ciešuma parametra, θ , amplitūda ir no .6 līdz 2.5 ar soli .1, un laga sabrukuma parametra, ϕ , amplitūda no 0 līdz 1 ar soli .2. Tādējādi, režģa izmērs ir $20 \times 20 \times 20 \times 6$ sastāvot kopa no 48000 priora kombinācijām katrai viena perioda uz priekšu prognozes iterācijai, kur izlases garums mainās no 17 līdz 51.



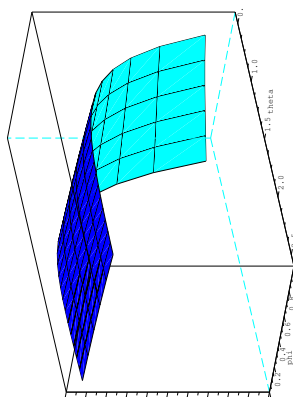
(a) Pilna izlase. Optimālais $k = .95$ un optimālais $l = .1$.



(b) Pilna izlase. Optimālais $\theta = .9$ un optimālais $\phi = 0$.



(c) Izlases otra puse. Optimālais $k = .05$ un optimālais $l = 1$.



(d) Izlases otra puse. Optimālais $\theta = 2$ un optimālais $\phi = 0$.

2.11. att. Optimālā priora režģa meklēšanas rezultāti modelim BARDL(2,1)

2.11(a). un 2.11(b). att. rāda inverso kvadrātsakni no vidējās kvadrātiskās prognozēšanas kļūdas (inverso RMSE) kā funkciju no priora visai izlasei, savukārt 2.11(c). un 2.11(d). att. - izlases otrai pusei. Katrā attēlā horizontālo plakni veido divi hiperparametru vektori, paturot atlikušo hiperparametru vērtības to RMSE-minimizējošajās vērtībās.

Attēlā redzams, ka optimālā priora svāri pilnai izlasei un izlases otrai pusei būtiski atšķiras - divi apakšējie attēli izskatās kā inversi augšējie attēli. Tādējādi optimālais priors gludai izaugsmei būtiski atšķiras no optimālā priora, kad notiek strauja dinamikas maiņa, no kā izriet secinājums, ka Beijesa Minesotas priors nav robusts pret strauju dinamikas izmaiņu mērķa rādītājā.

2.3.2 Faktoru metodes

Faktoru metodes ir populāras daudzdimensionālu datu dimensijas samazināšanai. Pastāv vairākas faktoru metodes, ko, galvenokārt, var iedalīt metodēs, kas novērtē faktoros statistiski un metodēs, kas novērtē faktoros dinamiski. Lai gan ir daudz pētījumu par faktoru metodēm, neviens nepēta faktoru metožu robustumu pret straujām dinamikas izmaiņām. Šī sadaļa pēta statistisko un dinamisko faktoru modeļu robustumu, kad mērķa rādītāja dinamika strauji mainās. Rezultāti rāda, ka statistiskie faktori ir robustāki par dinamiskajiem faktoriem.

Faktoru metodoloģija

Apskatām $(n+1)$ -dimensionālu vektorautoregresīvu modeli ar kārtu r , $\text{VAR}(r)$. Ja n ir liels, $\text{VAR}(r)$ tiek pakļauts pārparametrizācijas problēmai. Šīs problēmas risinājums ir lietot relatīvi mazu skaitu faktoru, ko aprēķina, sverot izskaidrojošos rādītājus. Apskatīsim divus faktoru noteikšanas veidus - statistisko un precīzo dinamisko. Statistikos faktoros iegūst no galveno komponentu analīzes (Stock and Watson, 1998). Tiek pieņemts, ka x_t var izteikt kā

$$x_t = \Lambda F_t + e_t, \quad (2.23)$$

kur F_t ir $k \times 1$ kopējo faktoru vektors periodā t , Λ ir $n \times k$ faktoru svāra matrica, un e_t ir $n \times 1$ baltā trokšņa procesu vektors periodā t . Tiek pieņemts, ka

$$E(y_{t+1}|F_t, x_t, y_t, F_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-1}, \dots) = E(y_{t+1}|F_t, y_t, F_{t-1}, y_{t-1}, \dots). \quad (2.24)$$

Pieņēmums (2.24.) ļauj samazināt izskaidrojošo rādītāju dimensiju no n uz k . F_t tiek aprēķināts ar galveno komponentu analīzi, t.i., izvēloties k īpašvektorus ν_j , $j = 1, 2, \dots, k$ (kas ir vienību gari) no $x'x$, kur $x = (x_1, \dots, x_T)'$, kas attiecināmi uz k lielākajām $x'x$ īpašvērtībām, un projicējot x uz īpašvektoriem, $F_j = x\nu_j$, $j = 1, 2, \dots, k$; F_t ir t -tā $(F_1, \dots, F_k)'$ kolona.

Dinamisko faktoru modelis veidots pēc Doz and Lenglar (1999) metodoloģijas. Dinamisko faktoru modelis, kura kopējie faktori seko ARMA(p, q) procesam un idiosinkrātiskās komponentes seko AR(l) procesam var tikt uzrakstīts kā

$$\begin{aligned} x_{it} &= m_i + \lambda_{i1}F_{1t} + \dots + \lambda_{ik}F_{kt} + u_{it} \\ (1 - \phi_{j1}L - \dots - \phi_{jp}L^p)F_{jt} &= (1 - \theta_{j1}L - \dots - \theta_{jq}L^q)\epsilon_{jt} \\ (1 - \rho_{i1}L - \dots - \rho_{il}L^l)u_{it} &= \xi_{it} \end{aligned} \quad (2.25)$$

kur $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, k$ un visiem t , kur ϵ_{jt} un ξ_{it} ir, attiecīgi, F_t un u_{it} inovācijas periodā t , l ir u_{it} AR procesa kārtā, un procesi ϵ_{jt} un ξ_{it} ir savstarpēji neatkarīgi. Modelis (2.25.) novērtēts ar maksimālās iespējamības (ML) metodi ar Kalmana filtru (Kalman, 1960), pieņemot normālo sadalījumu.

Rezultāti

Modeļa (2.23.) mērķa rādītājs ir Latvijas IKP laikrinda kopš 1995C1 līdz 2009C3. Izskaidrojošie rādītāji ir i) ieguves rūpniecības, apstrādes rūpniecības, elektrības, gāzes, ūdens apgādes un būvniecības nozaru izlaides summa (cp), ii) importa apjoms, iii) eksporta apjoms, iv) eksporta un importa apjomu attiecība (nx), un v) naudas piedāvājums M1 (m). Visi rādītāji ir ceturkšņu laikrindas, log-transformētas, vienreiz regulāri un vienreiz sezonāli diferencētas, izņemot m laikrindu, kas nav sezonāli diferencēta.

Tiek novērtētas vienu periodu uz priekšu IKP prognozes, ņemot vērā, ka izskaidrojošie rādītāji ir zināmi par prognozēšanas horizontu (šāda prognozēšana tiek saukta par 'tagadnes prognozēšanu').

IKP laikrinda sadalīta uz pusēm - pirmā puse satur samērā gludu izaugsmi, savukārt otrā puse satur strauju izaugsmi, kurai seko strauja recesija.

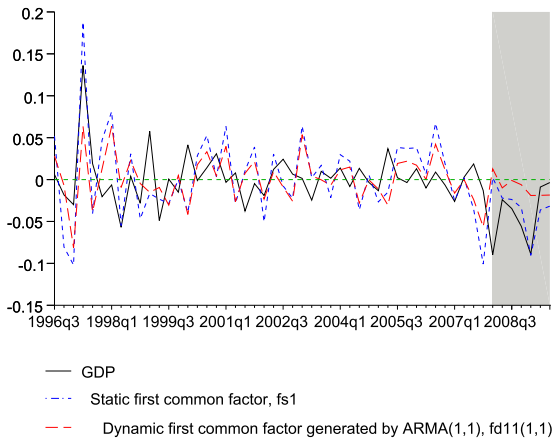
2.2. tabula rāda kopsavilkumu par vidējo un mazāko kvadrātsakni no vidējās kvadrātiskās prognozēšanas kļūdas (RMSFE), prognozējot IKP pieaugumus ar statistiskiem un dinamiskiem faktoriem, izmantojot izlases otro pusi. Rezultāti norāda, ka statistiskie faktori ir vidēji par 20 procentiem precīzāki nekā dinamiskie faktori. Tabula arī uzrāda labākā statistiskā un labākā dinamiskā faktora (starp dažādām ARMA specififikācijām) sniegumu starp piecām dažādām datu kopām, kur statistiskā faktora sniegums atkal ir aptuveni par 20 procentiem augstāks.

Faktoru modeļu prognozēšanas kļūdas

Faktors	vidējais RMSFE	mazākais RMSFE
statisks	100	84
dinamisks	120	82
precīzākais statisks	86	-
precīzākais dinamisks	109	-

Piezīme: Skaitļi ir normalizēti, lai statisko faktoru vidējais RMSFE ir 100.

Attēlojot stacionarizētu IKP, statisko pirmo faktoru, un dinamisko pirmo faktoru no datu kopas $\{cp, nx, m\}$, kur faktoru dinamika modelēta ar dažādām ARMA specifikācijām, sākot ar ARMA(0,1) līdz ARMA(2,2) (ierobežotās vietas dēļ 2.12. att. rāda tikai rezultātus ARMA(1,1) gadījumā), secināts, ka dinamiskais faktors slikti uztver recesijas periodu un recesijas dziļumu, neatkarīgi no ARMA dinamikas specifikācijas. Turpretī, statiskais pirmais faktors ir spējīgs savlaicīgi uztvert recesijas periodu un dziļumu un tādējādi secināms, ka statisko faktoru metode ir robustāka par tiešo dinamisko faktoru metodi pret straujām dinamikas izmaiņām mērķa rādītājā.



2.12. att. Statiskais un dinamiskais faktors ar ARMA(1,1) dinamiku

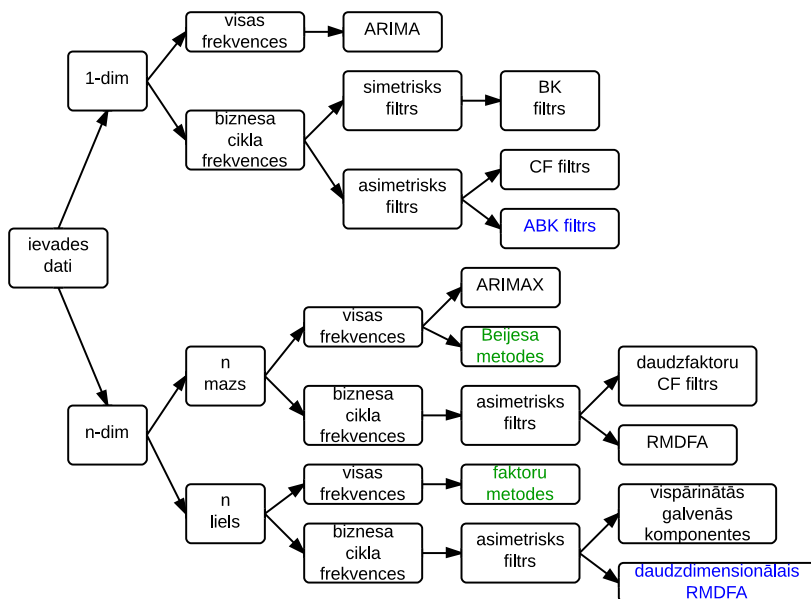
2.3.3 Prognozēšanas sistēmas pārskats

2.13. att. rāda diagrammu, kas satur galvenās prognozēšanas metodes ietvertas promocijas darbā. Signāla novērtēšanas metodes zilā krāsā ir izstrādātas, savukārt tradicionālās prognozēšanas metodes zaļā krāsā pakļautas robustuma analīzei.

Ja praksē nepieciešams prognozēt viendimensionālas laikrindas visas frekvences bez papildus izskaidrojošiem rādītājiem, ARIMA modelis ir piemērots etalons. Ja interesē novērtēt viendimensionālas laikrindas frekvenču joslu, promocijas darbs piedāvā izmantot izstrādāto asimetrisko Beksteres-Kinga filtru. Ja papildus mērķa rādītājam vēl ir pietiekami maz ($n < 10$) papildus izskaidrojošo rādītāju un interesē prognozēt visas frekvences, Beijesa metode sniedz labus rezultātus, taču tā nav robusta pret straujām izmaiņām mērķa rādītāja dinamikā.

Praksē tomēr bieži vien ir potenciāli daudz izskaidrojošo rādītāju. Piemēram, Latvijas Banka uztur datubāzi ar vairāk kā 200 rādītājiem īstermiņa IKP prognozēšanai. Tādējādi, pieprasītas ir metodes, kas ir spējīgas efektīvi lietot daudzdimensionālas datu kopas. Viena no mūsdienās populārākajām metodēm daudzdimensionālu datu apstrādē ir faktoru metodoloģija. Promocijas darbā secināts, ka statistisko faktoru metodoloģija, ko novērtē ar galveno komponentu analīzi, ir robustāka par precīzo dinamisko faktoru metodoloģiju, kad mērķa rādītāja dinamikā notiek straujas izmaiņas.

Ja, savukārt, praktiķim interesē novērtēt vai prognozēt frekvenču joslu, promocijas darbs piedāvā izmantot izstrādāto daudzdimensionālo filtru, kas ir laba alternatīva vispārināto galveno komponentu metodei un kam piemīt priekšrocība prognozēšanā, parciālo efektu dekompozīcijā, un kas ir potenciāli robustāks gadījumā, ja datos ir daudz lieku izskaidrojošo rādītāju.



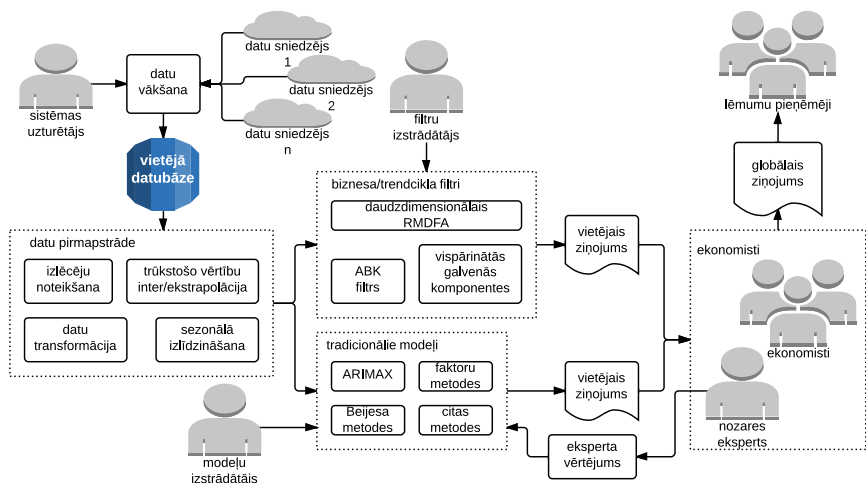
2.13. att. Promocijas darbā pētīto metožu kopsavilkuma diagramma

2.14. att. rāda īstermiņa ekonomiskās prognozēšanas sistēmas diagrammu, kas izstrādāta Latvijas Bankā un kas izmanto promocijas darbā izstrādātās metodes.

Sistēma satur tehnisko personālu (sistēmas uzturētāju, modeļu un filtru izstrādātājus), ekonomistus ar domēna ekspertu, un lēmuma pieņēmējus. Sistēmas uzturētājs uztur prognozēšanas sistēmas tehnisko daļu, kas ietver datu ielasi no dažādām iekšējām un ārējām datubāzēm, iegūtās informācijas strukturētu saglabāšanu vietējā datubāzē. Sistēmas uzturētāja pienākums ir arī regulāri palaist prognozēšanas programmatūru, kas ietver visu frekvenču prognozēšanas modeļus (ko attīsta modeļu izstrādātājs) un joslas/trendcikla filtrus (ko attīsta filtru izstrādātājs), apstrādāt to rezultātus un izveidot vietējos ziņojumus ekonomistiem.

Ekonomistu pusē ir domēna eksperts, kas izstrādā eksperta viedokli. Prognozēšanas sistēma ietver abpusēju informācijas apmaiņu starp eksperta viedokli un tehnisko prognozēšanas metožu rezultātiem - 1) eksperta viedokli ietekmē tehniskā personāla vietējie ziņojumi, un 2) eksperta viedoklis tiek ietverts kā viens no formālajiem 'modeļiem' tradicionālo modeļu blokā, lai potenciāli uzlabotu i) komunikāciju, ii) prognozēšanas precizitāti.

Domēna eksperts kopā ar kolēģiem ekonomistiem, daļēji balstoties uz tehniskā personāla vietējiem ziņojumiem, sagatavo globālo ziņojumu lēmumu pieņēmējiem.



2.14. att. Īstermiņa ekonomiskās prognozēšanas sistēmas diagramma, kas izstrādāta Latvijas Bankā un kas izmanto promocijas darbā izstrādātās metodes

3 PROMOCIJAS DARBA REZULTĀTI UN SECINĀJUMI

Promocijas darba galvenais mērķis ir izstrādāt robustas prognozēšanas metodes, kas ir piemērotas strādāt ar trokšņainiem un liela apjoma datiem ar pielietojumu makroekonomikā. Lai sasniegtu promocijas darba galveno mērķi, tika izvirzīti šādi uzdevumi: 1) izstrādāt asimetrisku joslas filtra gala punkta novērtēšanas problēmām viendimensionāliem datiem, 2) salīdzināt izstrādātā asimetriskā filtra sniegumu ar pašreiz populārāko alternatīvu makroekonomikā, 3) izstrādāt prognozēšanas un signāla novērtēšanas metodes, kas būtu piemērotas daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem, 4) novērtēt izstrādātās metodes īpašības un salīdzināt ar pašreiz labāko alternatīvu makroekonomikā, 5) novērtēt robustuma problēmas Beijesa un faktoru prognozēšanas modeļiem.

Promocijas darba mērķis ir sasniegts, tika izpildīti izvirzītie promocijas darba uzdevumi:

1. Izstrādāts joslas filtra gala punkta novērtēšanas problēmām viendimensionāliem datiem.
2. Veiktas monte karlo simulācijas, lai salīdzinātu izstrādātā filtra sniegumu ar pašreiz populārāko joslas filtra makroekonomikā - Kristiano-Ficdžeralda filtru.
3. Izstrādāta metode signāla novērtēšanai un prognozēšanai ar daudzdimensionāliem un trokšņainiem datiem.
4. Novērtētas daudzdimensionālā filtra īpašības un salīdzinātas ar faktoru metodoloģiju.
5. Novērtētas Beijesa un faktoru modeļu robustuma problēmas, kad mērķa rādītāja dinamikā notiek straujas izmaiņas.
6. Attīstīts Latvijas Bankas prognozēšanas sistēmas modulis.

No rezultātiem izrietošie galvenie secinājumi:

1. Izstrādātais viendimensionālais filtrs pārspēj Kristiano-Ficdžeralda filtru divu gadu posmā no galapunkta.
2. Izstrādātā daudzdimensionālā filtrēšanas metode ir piemērotāka signāla prognozēšanai, efektu dekompozīcijai un strādāšanai ar liekiem izskaidrojošiem rādītājiem nekā faktoru metodoloģija.
3. Straujas dinamikas izmaiņas mērķa rādītājā būtiski maina optimālo Beijesa prioru, padarot prognozes neprecīzas, ja priors netiek mainīts.
4. Statisko faktoru modeļi ir robustāki par dinamisko faktoru modeļiem pret negaidītām izmaiņām datu dinamikā.

Aizstāvēšanai izvirzāmās tēzes:

1. Izstrādātā daudzdimensionālā filtrēšanas metode ļauj novērtēt un prognozēt signālu, izmantojot daudzdimensionālus un trokšņainus datus.
2. Izstrādātais viendimensionālais filtrs ir precīzāks par Kristiano-Ficdžeralda filtru biznesa cikla frekvenču novērtēšanai viendimensionālu makroekonomisko laukrindu galapunktos.
3. Tradicionālās laukrindu prognozēšanas metodes ar daudziem rādītājiem - Beijesa Minesotas priors un precīzie dinamiskie faktori - ir pakļautas robustuma problēmām, kad atkarīgā rādītāja dinamika strauji mainās.

Darba aprobācija tika veikta, prezentējot darba rezultātus 11 starptautiskajās zinātniskajās konferencēs un semināros, publicējot 11 zinātniskos rakstus starptautiskajos zinātniskajos izdevumos, pielietojot metodes LR Centrālajā statistikas pārvaldē Latvijas IKP ātrā novērtējuma ražošanā kopš 2009. gada. Izstrādātās metodes tiek lietotas prognozēšanā Latvijas Bankā kopš 2011. gada.

LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] Altissimo, F., R. Cristadoro, M. Forni, M. Lippi, G. Veronese (2010), "New Eurocoin: Tracking Economic Growth in Real Time", *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, vol. 92(4), 1024-1034.
- [2] Amisano, G. and J. Geweke (2013), "Prediction using several macroeconomic models", ECB working paper series No 1537, European Central bank.
- [3] Asai, M., M. Caporin and M. McAleer (2012), "Forecasting Value-at-Risk Using Block Structure Multivariate Stochastic Volatility Models," KIER Working Papers 812, Kyoto University, Institute of Economic Research.
- [4] Athanasopoulos, G., R.J. Hyndman, H. Song, and D.C. Wu (2011), "The tourism forecasting competition", *International Journal of Forecasting*, Elsevier, vol. 27(3), 822-844.
- [5] Baxter, M. and R. G. King (1999), "Measuring business cycles: approximate band-pass filters for economic time series", *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, vol. 81(4), 575-593.
- [6] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day.
- [7] Christiano, L. J. and T. J. Fitzgerald (2003), "The band pass filter", *International Economic Review*, vol. 44(2), 435-465.
- [8] Doan, T., R. B. Litterman and C. A. Sims (1984), "Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions", *Econometric Reviews*, 3(1), 1-100.
- [9] Doz, C. and F. Lenglart (1999), "Analyse factorielle dynamique: test du nombre de facteurs, estimation et application a l'enquete de conjoncture dans l'industrie", *Annales d'Economie et de Statistique*, No. 54, 91-127.
- [10] Guay, A. and P. St-Amant (2005), "Do the Hodrick-Prescott and Baxter-King filters provide a good approximation of business cycles?", *Annales d'Economie et de Statistique*, issue 77.
- [11] Kalman, R.E. (1960), "A New Approach to Linear Filtering and Prediction problems", *Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME Series D*, 82, 35-45.
- [12] Litterman, R. B. (1979), "Techniques of Forecasting Using Vector Autoregressions", Working Paper 115, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- [13] Raviv, E., K.E. Bouwman and D. van Dijk (2013), "Forecasting Day-Ahead Electricity Prices: Utilizing Hourly Prices," Tinbergen Institute Discussion Papers 13-068/III, Tinbergen Institute.
- [14] Stock, J.H., and Watson, M.W. (1998), "Diffusion Indexes", NBER Working Paper 6702, National Bureau of Economic Research, Inc.
- [15] Theil, H. and A. S. Goldberger (1961), "On Pure and Mixed Statistical Estimation in Economics", *International Economic Review*, 2, 65-78.

- [16] Tikhonov, A. N. and V. Y. Arsenin (1977), *Solutions of Ill-Posed Problems*, Washington: V. H. Winston & Sons.
- [17] Watson, M. W. (1986), "Univariate detrending methods with stochastic trends", *Journal of Monetary Economy*, Elsevier, vol. 18, 49-75.
- [18] Wildi, M. (2011), "I-DFA and I-MDFA: Companion paper to R-code published on SEFBlog", IDP-Working Paper, pieejams: http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/working_paper1.pdf.
- [19] Wildi, M. (2012), "Elements of forecasting and signal extraction", IDP-Working Paper, pieejams: http://blog.zhaw.ch/idp/sefblog/uploads/elements_1904.pdf.