

**RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE**  
Būvniecības fakultāte  
Transportbūvju institūts

**Verners STRAUPE**

Doktora studiju programmas „Būvniecība” doktorants

**PASTĀVĪGĀS UN MAINĪGĀS SLODZES  
IETEKME UZ VANŠU TILTU NESOŠO  
ELEMENTU KOPDARBĪBU**

**Promocijas darbs**

**inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai**

**Transporta un satiksmes zinātnes nozarē**

**Sauszemes transporta un infrastruktūras apakšnozarē**

**(Promocijas padome „RTU P-06”)**

Zinātniskais vadītājs  
Dr. sc. ing., profesors  
**A.PA EGLĪTIS**

**Rīga 2013**

Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā „Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai – 2”.



Apliecinu, ka promocijas darbu „Pastāvīgās un mainīgās slodzes ietekme uz vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbību” esmu izstrādājis patstāvīgi un tas nav viltojums vai plaģiāts.

RTU  
Būvniecības fakultātes  
Transportbūvju institūta  
Ceļu un tiltu katedras  
doktorants

Verners Straupe

# SATURS

DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS.....	6
1 VANŠU TILTU KONSTRUKCIJAS UN TO APRĒĶINI .....	13
1.1 Mūsdienu vanšu tiltu attīstības vēsturisks apskats .....	13
1.2 Vanšu tiltu un to elementu klasifikācija .....	17
1.2.1 Nesošie elementi un to kopdarbība .....	17
1.2.2 Vanšu izvietojums un tā īpatnības.....	18
1.3 Vanšu regulēšanas metožu apskats.....	19
1.3.1 Vanšu tiltu aprēķinu pamatprincipi .....	19
1.3.2 Optimizācijas metode .....	20
1.3.3 Nulles pārvietojumu metode .....	22
1.3.4 Spēku līdzsvara metode.....	23
1.3.5 Virtuālo darbu princips.....	23
1.4 Promocijas pētījuma pamatojums.....	24
2 VANŠU TILTU ELEMENTU KOPDARBĪBAS TEORĒTISKAIS PAMATS .....	27
2.1 Izmantotās metodikas apraksts .....	27
2.2 Kopdarbības izvedums vienmērīgi izkliedētai slodzei .....	28
2.2.1 Pārvietojumi no vienmērīgi izkliedētas slodzes .....	28
2.2.2 Pārvietojumi no vanšu spēkiem.....	28
2.2.3 Piepūles simetrisku vanšu pāri .....	29
2.2.4 Lieces momentu maksimumu samazināšana.....	30
2.2.5 Slīpas vants pagriešanās efekts .....	32
2.2.6 Uzdevuma vispārinājums vairākiem simetrisku vanšu pāriem .....	33
2.2.7 Spriegumu samazināšana stinguma sijā .....	33
2.2.8 Racionāls stinguma sijas sadalījums paneļos .....	36
2.3 Kustīgo slodžu ietekme .....	37

2.3.1	Koncentrētas slodzes radītā momentu epīra.....	37
2.3.2	Vēlamās lieces momentu epīras definēšana.....	39
2.4	Vanšu aktīvas regulēšanas koncepcija.....	40
2.4.1	„Aktīvo” vanšu darbība.....	40
2.4.2	Stinguma sijas deformētais stāvoklis.....	41
2.5	Sijas ar elastīgiem starpbalstiem analītisks aprēķins.....	43
2.5.1	Nepārtraukta daudzslaidumu sija uz elastīgiem balstiem.....	43
2.5.2	Sijas uz elastīgiem balstiem deformācijas.....	49
2.5.3	Izveduma pielietojums jebkuram pilonu un vanšu izvietojumam.....	52
2.6	Vanšu pašsvara nokares ietekme uz tās elastīgo darbību.....	56
3	APRĒĶINU METODIKAS PRAKTISKS PIELIETOJUMS.....	59
3.1	Apskatāmo vanšu sistēmu definēšana.....	59
3.1.1	Simetriska sistēma ar vienu centrālo laidumu.....	59
3.1.2	Simetriska trīslaidumu sistēma ar diviem piloniem.....	60
3.2	Pastāvīgo slodžu analīze.....	62
3.2.1	Stinguma sijas vēlamās momentu epīras definēšana.....	62
3.2.2	Ietekmes funkciju forma un nozīme.....	63
3.3	Kustīgās slodzes analīze.....	69
3.4	„Aktīvas” vanšu sistēmas pielietojums.....	71
3.4.1	Stinguma sijas pārvietojumi.....	71
3.4.2	Spriegumi nesošajos elementos.....	73
3.5	Spriegumu samazināšana stinguma sijā.....	74
3.5.1	Konstruktīvi paņēmieni spriegumu samazināšanai.....	74
3.5.2	Spriegumu samazināšanas ietekme uz vanšu spēkiem.....	76
3.5.3	Spriegumu samazināšanas vispārināta koncepcija.....	77
3.6	Uz elastīgiem balstiem balstītas stinguma sijas darbība.....	78
4	MATODIKAS PRECIZITĀTES NOVĒRTĒJUMS.....	83

4.1	Pastāvīgo slodžu ietekmes pārbaude .....	83
4.1.1	Vertikālu vanšu analītiskā aprēķina pārbaude.....	83
4.1.2	Slīpu vanšu analītiskā aprēķina pārbaude .....	84
4.1.3	Optimāla vanšu slīpuma leņķa analīze .....	86
4.1.4	Vanšu tilpuma minimizēšana .....	88
4.2	Stinguma sijas darbības izveduma pārbaude .....	91
5	TEORĒTISKĀS BĀZES APROBĀCIJA.....	100
	SECINĀJUMI .....	102
1.	Pielikums. Stinguma sijas aprēķins kā sija uz elastīgiem balstiem.....	103
2.	Pielikums. Trīslaidumu vanšu tilta spriegumu samazināšanas aprēķins.....	111
3.	Pielikums. „Aktīvas” vanšu sistēmas aprēķins .....	126
	LITERATŪRAS SARAKSTS .....	131

## DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS

### Tēmas aktualitāte

Pēdējos gadu desmitos pasaulē notiek strauja vanšu sistēmas tiltu attīstība. Palielinās vanšu tiltu skaits, dažādojas to konstruktīvie risinājumi, pilnveidojas dažādu vanšu sistēmu aprēķina metodika. Ieviešot jaunus materiālus, ir iespējams pārsegt aizvien garākus laidumus. Vienlaikus vanšu tilti kļūst ekonomiski izdevīgāki, samazinot materiālu patēriņu. Sarežģītu vanšu sistēmu projektēšana prasa aprēķina metožu pilnveidošanu (vispārināšanu), lai atrastu no ekonomiskā viedokļa racionālus risinājumus, vienlaicīgi nesamazinot konstrukciju drošību. Stiepes spēku regulēšana vantīs ir veids, kā samazināt piepūles vanšu tilta pārējos nesošajos elementos – stinguma sijā un pilonos, līdz ar to atvieglojot to konstruktīvos risinājumus un samazinot izmaksas.

Promocijas darba autors strādā pie analītiski iegūtām likumsakarībām, kas parāda vanšu sistēmas tiltu stinguma sijas, pilonu un vanšu mehānisko un ģeometrisko īpašību ietekmi uz pārvietojumiem un piepūlēm sistēmā. Ar būvmehānikas metodēm ir iegūtas pētāmās problēmas aprakstošas nepārtrauktas funkcijas, kas ir diferencējamas un tādejādi piemērotas ekstrēmumu meklēšanai. Laba izpratne par šo rādītāju kopsakarībām ļauj izdarīt pietiekami precīzus sākotnējos elementu īpašību pieņēmumus tālākai pārbaudei ar galīgo elementu metodi (GEM).

### Darba mērķis:

Izstrādāt vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības teorētiskas analīzes jaunu metodiku, kas ļauj novērtēt ģeometrisko un mehānisko parametru ietekmi uz konstrukcijas darbību un nestspējai izvirzītiem kritērijiem. Atšķirībā no tradicionālām analīzes metodēm, iegūtajām likumsakarībām jābūt nepārtrauktām un diferencējamām funkcijām visā vanšu tiltam reāli iespējamu parametru apgabalā; tām jāatbilst pārbaudes kritēriju izmaiņas ātruma atkarību no ģeometrisko un mehānisko izejas lielumu variācijām.

### Darba uzdevumi:

- 1) Izstrādāt jaunu metodiku, ar kuru var analītiski pētīt vanšu sistēmas pārvietojumu – piepūļu likumsakarības kā nepārtrauktas funkcijas.
- 2) Izmantojot izstrādāto metodiku, pētīt vanšu sistēmas tiltu darbību vienmērīgi izkliedētas un kustīgas koncentrētas slodzes ietekmē, analizējot stieņa liektās ass diferenciālvienādojumu; noteikt novatoriskas „aktīvo” vanšu sistēmas efektivitāti kustīgās slodzes radītu piepūļu samazināšanā.

- 3) Noteikt racionālu stinguma sijas sadalījumu, kas ļauj samazināt spriegumus laiduma konstrukcijā un vantīs.
- 4) Parādīt izstrādātās metodikas efektivitāti ar pielietojumu praktiskos piemēros.

#### **Aizstāvēšanai izvirzīts:**

- 1) Vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības analīzes jauna metodika ģeometrisku un mehānisku parametru ietekmes novērtēšanai, izmantojot nepārtrauktas un diferencējamās funkcijas.
- 2) Izstrādātās metodikas pielietojums novatoriskas „aktīvu” vanšu sistēmas darbības principu noteikšanai.

#### **Zinātniskā novitāte**

Tradicionāli vanšu sistēmas tiltu elementu racionālu šķērsriezumu un izvietojuma noteikšana ir iteratīvs process, kurā ar lielu galīgo elementu metodes aprēķinu skaitu pakāpeniski tuvojas risinājumam, kas apmierina gan konstrukcijas darbībai izvirzītos robežnosacījumus, gan ekonomiskos apsvērumus.

Šajā promocijas darbā vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbība pirmo reizi aprakstīta ar analītiskām nepārtrauktām, diferencējamām funkcijām, kas iegūtas ar precīzām būvmehānikas metodēm analizējot sistēmas deformēto stāvokli un ļauj meklēt elementu savstarpējās ietekmes nozīmīgumu, kā arī noteikt iespējamās ekstrēmuma punktus.

Pamatojoties uz šādu analīzes pieeju, dotas vairākas rekomendācijas racionāliem sistēmas ģeometrijas uzlabojumiem, kā arī izstrādāta metodika ērtam vanšu tiltu elementu mehānisko parametru pamatotam pieņemumam tālākai pārbaudei ar galīgo elementu metodes aprēķiniem.

Papildus ar promocijas darbā izstrādāto analīzes metodiku, ir novērtēta „aktīvas” vanšu sistēmas lietderība. Ar aktīvu vanšu sistēmu šeit jāsaprot mehānisms, kas atkarībā no kustīgās slodzes novietojuma uz brauktuves, piespriedz atsevišķas vantīs, samazinot gan pārvietojumus, gan piepūles stinguma sijā. Šādas sistēmas izpēte paver iespēju vanšu izgatavošanā izmantot jaunus materiālus, kuri izceļas ar augstu stiprību, taču zemā elastības moduļa dēļ konstrukcijā rodas būves lietojamības kritērijiem neatbilstoši lieli pārvietojumi.

#### **Pētījuma praktiskā nozīme**

Latvijas tiltu būvniecībā ir jāattīsta materiāli maz ietilpīgas un ekonomiski izdevīgas tiltu konstrukcijas. Vanšu tiltu ekonomiskā efektivitāte ir atkarīga no nesošo konstrukciju

nestspējas racionāla izlietojuma, tādēļ nepieciešama zinātniski pamatota sistēmas elementu kopdarbības un savstarpējās ietekmes teorētiska izpēte.

Latvijā priekšizpētes stadijā ir ielānoti vairāki liela laiduma tilti, kuru centrālo laidumu pārsegšanai būs nepieciešams izmantot vanšu vai iekārto sistēmu:

- tilts pār Daugavu Rīgā (Ziemeļu šķērsojums ar centrālo laidumu ~ 400m);
- tilts pār Daugavu Jēkabpilī (tilta pārejas garums 420m, centrālais laidums 260m; 2013. gadā AS „Ceļuprojekts” ir izstrādājis tilta skiču projektu, kurā ņemti vērā šajā promocijas darbā iegūti secinājumi);
- tilts pār Daugavu pie Salaspils (tilta pārejas garums ~1200m, centrālais laidums ~440m).

Pētījumā iegūtie rezultāti ļauj meklēt racionālus, drošus un vienlaicīgi arī novatoriskus vanšu tiltu ģeometriskos un mehāniskos parametrus. Izstrādāto analīzes metodiku var izmantot ne tikai tiltu konstrukcijām, bet arī cita veida iekārto pārsegumu (stadionu jumtu, segto stāvvietu jumti utt.) projektēšanai.

### **Pētījuma ierobežojumi**

Matemātiskajā izvedumā ir iekļaujami šādi izejas dati:

- 1) vanšu sistēmas ģeometriskie parametri:
  - a) laidumu garums un sadalījums paneļos (attālums starp vanšu enkurmezglēm);
  - b) vanšu skaits;
  - c) vanšu slīpuma leņķis;
  - d) pilonu augstums;
- 2) vanšu sistēmas elementu mehāniskie parametri:
  - a) vanšu stiepes stingums ( $E_v F$ );
  - b) stinguma sijas lieces stingums ( $E_s I_s$ );
- 3) sloņojumi:
  - a) pastāvīgās (pašsvara) slodzes (tās iespējams vispārināt kā funkcijas no nesošo elementu ģeometriskajiem izmēriem);
  - b) lietderīgās slodzes – spēkā esošajiem standartiem atbilstošas kustīgās transporta slodzes dažādās to nelabvēlīgā izvietojuma kombinācijās.

Ar piedāvāto analīzes metodiku jāatrod grafiski attēlojama definēto izejas datu ietekme uz galvenajiem robežnosacījumiem:

- 1) stinguma sijai pieļaujamie pārvietojumi;
- 2) pieļaujamie spriegumi vantīs;
- 3) pieļaujamie spriegumi stinguma sijā;

4) minimālo iespējamo lieces momentu iegūšanas apsvērumu meklēšana.

Vispārinātais matemātiskais izvedums ir ērti pielāgojams populārākajām vanšu tiltu sistēmām:

- 1) ar diviem piloniem un vienu centrālo laidumu (simetriska shēma);
- 2) ar diviem piloniem, vienu centrālo un diviem malējiem laidumiem (simetriska trīslaidumu shēma);
- 3) ar vienu pilonu un vienu centrālo laidumu (nesimetriska shēma);
- 4) ar vienu pilonu, vienu centrālo un vienu malējo laidumu (nesimetriska divlaidumu shēma).

Izdarītā pētījuma pamatmērķis ir iegūt matemātiski pamatotu priekšstatu par kopsakarībām starp definētajiem izejas datiem un ierobežojošajiem parametriem. Šī analīze kalpo kā līdzeklis mērķtiecīgam vanšu sistēmas elementu ģeometrisko un fizikālo īpašību pieņemumam, kas tālāk jāpārbauda ar detalizētu aprēķinu katram konkrētam gadījumam. Tādēļ šajā darbā virkne faktoru nav apskatīti:

- tiks apskatīta tikai konstrukcijas plakanā shēma, neņemot vērā slodžu šķērssadalīšanos u.c. telpiskus efektus;
- apskatīta tikai pašsvara un lietderīgo slodžu ietekme, neievērojot citas iedarbes – temperatūras gradients, balstu sēšanās, vēja, sniega un ledus slodzes, ārkārtas iedarbes (transporta līdzekļu triecieni u.c.);
- veikta tikai statiskās darbības analīze, neievērojot vibrāciju u.c. dinamisko iedarbju efektus.

### **Pētīšanas metodika un teorētiskais pamats**

Promocijas darbā ir piedāvāts risinājums, kurā klasiskas (precīzās) būvmehānikas metodes tiek izmantotas kompleksas statiski nenoteicamas, ģeometriski un fizikāli nelineāras sistēmas analīzei.

Vanšu sistēmas darbības izpēte veikta divos veidos. Vispirms veikta induktīva analīze – zinot vispārīgas prasības, kādas tiek izvirzītas pabeigtai konstrukcijai, ir nedefinēti sasniedzamie kritēriji (piemēram, minimālie iespējamie lieces momenti vai stiepes spriegumi stinguma sijā) un meklēti sistēmas izejas lielumi, kas tos nodrošina. Šajā gadījumā ir atrastas matemātiskas funkcijas, kurās meklējamais kritērijs ir mainīgais, bet funkcijas vērtības – kāds no sistēmas ģeometriskiem vai mehāniskiem parametriem.

Pēc tam izdarīts deduktīvs izvedums, kas paredzēts jebkuras vanšu sistēmas analīzei un meklē funkcijas, kuras uzrāda sistēmas ģeometrisko un mehānisko parametru ietekmi uz gala pārbaudēm (lieces momenti, spriegumi, pārvietojumi).

Abos gadījumos stinguma sijas darbība ir pētīta ar precīzām būvmehānikas metodēm. Pirmajā gadījumā risināts nepārtrauktas sijas liektās ass diferenciālvienādojums, bet otrā gadījumā tilta laiduma konstrukcija pētīta kā nepārtraukta daudzlaidumu sija uz elastīgiem balstiem, izmantojot pārvietojumu metodi. Vantis apskatītas kā tikai stiepei pakļauti stieņi, ņemot vērā to galapunktu pārvietojumu nelineāro atkarību no stiepes spēka vantī, kas saistīts ar visas vants pagriešanos vertikālā plaknē. Atsevišķos gadījumos iegūtās vairāku argumentu funkcijas ļauj konstruēt arī kāda parametra ietekmes līniju.

Abiem minētajiem spriešanas veidiem vispirms izdarīts teorētisks izvedums, pēc tam tā iespējas parādītas ar piemēru un visbeidzot iegūto rezultātu ticamība un precizitāte pārbaudīta, atsevišķus atrasto funkciju raksturīgos punktus pārbaudot ar galīgo elementu metodes (GEM) aprēķinu. Īpaša vērība šajās pārbaudēs pievērsta zonai ap iegūtu optimālo risinājumu (funkciju maksimumi un minimumi). Minētās trīs izpētes stadijas ir aprakstītas promocijas darba 2., 3 un 4. nodaļā.

Aprakstītā darba struktūra attēlota sekojošā shēmā.

Promocijas darba struktūra (pa apakšnodaļām)

Pētījuma virziens  Pētījuma posms	Augšupejoši (induktīvi) spriedumi			Lejupejoši (deduktīvi) spriedumi. Vispārināts izvedums
	Pastāvīgās slodzes	Mainīgās slodzes		
		Kustīgās slodzes ietekme	"Aktīvas" sistēmas darbība	
Teorētiskā pamata izstrādāšana	2.2	2.3	2.4	2.5
Pielietojuma izpēte ar piemēriem	3.2; 3.5	3.3	3.4	3.6
Rezultātu verifikācija	4.1	pielikums	pielikums	4.2

Teorētiskie izvedumi pārsvarā ir izdarīti ar minētajām būvmehānikas metodēm. Iegūto funkciju grafiskai attēlošanai, kā arī ekstrēmpunktu meklēšanai izmantota inženieraprēķiniem paredzēta programmatūra MathCAD, kurā noprogrammēti piedāvāto risinājumu algoritmi. Atsevišķu punktu pārbaudes veiktas ar nelineāras sistēmas modelēšanu GEM programmā LIRA.

Promocijas darbā ir izstrādāta pietiekama teorētiskā bāze, lai iegūtos matemātiskos algoritmus dažādām vanšu tiltu shēmām iestrādātu datorprogrammā, kas kalpotu kā līdzeklis sākotnējam sistēmas ģeometrisko un mehānisko parametru pieņēmumam.

## **Darba sastāvs un apjoms**

Promocijas darba pētījuma teorētiskajā daļā, kas galvenokārt atspoguļota 2. nodaļā, daudzviet ir dotas tikai galīgās izvestās funkcijas. Pilns izvedums, kā arī ar MathCAD noprogrammētie algoritmi ir pievienoti darba pielikumā. Konspektīvs raksturs ir sadaļām par vēlamās lieces momentu epīras iegūšanu no pastāvīgām slodzēm, jo šis pētījums ir jau veikts promocijas darba autora maģistra darbā „Vanšu sistēmu tiltu vanšu regulēšanas aprēķina metodikas analīze” (2004.).

Promocijas darbs sastāv no darba vispārējā raksturojuma, piecām nodaļām, secinājumiem un izmantotās literatūras saraksta.

Darba apjoms: 138 lappuses, 77 attēli, 15 tabulas, 104 literatūras avoti un trīs pielikumi.

## **Darba aprobācija un publikācijas**

Promocijas darba rezultāti ir publicēti sekojošos zinātniskos žurnālos un apspriesti sekojošās starptautiskās zinātniskās konferencēs.

### Raksti zinātniskajos žurnālos, kurus indeksē starptautiskā datu bāze SCOPUS:

- Straupe V., Paeglītis A. Analysis of Interaction between the Elements in Cable Stayed Bridge // The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – Vol.7, No.2. (2012.) pp 84 – 91.  
*ISSN: 1822-427X*
- Straupe V., Paeglītis A. Analysis of Geometrical and Mechanical Properties of Cable-Stayed Bridge // Procedia Engineering. – Vol. 57 (2013, Elsevier Ltd.) pp 1086 – 1093.  
*ISSN: 1877-7058*

### Raksts konferenču rakstu krājumā, kuru indeksē starptautiskā datu bāze SCOPUS (ar ziņojumu starptautiskā zinātniskā konferencē):

- Straupe, V., Paeglītis, A. (2012.) Structural Reliability of Cable Stayed Bridges Based on Analysis of Deformation // IABMAS 2012 „6<sup>th</sup> International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management”, Stresa, Lake Maggiore, Italy, 8.-12. July, 2012; *Proc. In: Biondini, F., Frangopol, D., M. (Eds). Bridge Maintenance, Safety, Management, Resilience and Sustainability. Taylor & Francis Group, London, 3880-3887.*  
*ISBN: 9780415621243*

#### Raksts RTU zinātnisko rakstu krājumā (žurnāls)

- Straupe V., Paeglītis A. Simetriskas vanšu sistēmas ar vienu centrālo laidumu analītiska izpēte // RTU zinātniskie raksti. 2. sēr., Būvzinātne. - 5. sēj. (2004.), 236.-245. lpp.
- Straupe V., Paeglītis A. Daži vanšu aprēķinu aspekti vanšu sistēmas tiltiem // RTU zinātniskie raksti. 2. sēr., Būvzinātne. - 4. sēj. (2003.), 216.-223. lpp.

#### Raksti konferenču pilna teksta rakstu krājumā (ar ziņojumu starptautiskā zinātniskā konferencē)

- Straupe V., Paeglītis A. Cable-Stayed Bridge Elements Lifetime Optimization Model // 18th IABSE Congress „Innovative Infrastructures - Toward Human Urbanism”, Korea Republic, Seoul, 19.-21. September, 2012. - pp 1-8.  
*ISBN: 978-3-85748-127-7*
- Straupe V., Paeglītis A. Mathematical Bases of Interaction between Elements in Cable Stayed Bridges // 35th Annual Symposium of IABSE Taller, Longer, Lighter, Meeting Growing Demand with Limited Resources: Proceedings, United Kingdom, London, 20.-23. September, 2011. - pp 1-8.  
*ISBN: 9780707971223*

#### Raksti konferenču tēžu krājumā (ar ziņojumu starptautiskā zinātniskā konferencē)

- Straupe V., Paeglītis A. Optimization of Cable-Stay Bridge Elements // Riga Technical University 53rd International Scientific Conference: Dedicated to the 150th Anniversary and the 1st Congress of World Engineers and Riga Polytechnical Institute / RTU Alumni: Digest, Latvia, Riga, 11. – 12. October, 2012. – p 406.  
*ISBN: 9789934103605*
- Straupe V., Paeglītis A. Vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības analīze // Apvienotais pasaules latviešu zinātnieku III kongress un Letonikas IV kongress "Zinātne, sabiedrība un nacionālā identitāte": sekcija "Tehniskās zinātnes": tēžu krājums, Latvija, Rīga, 24. – 27. oktobris, 2011., 59. lpp.  
*ISBN: 9789934102271*

#### Ziņojumus starptautiskā zinātniskā konferencē bez tēzēm

- Straupe V., Paeglītis A. Vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības analītiska izpēte // RTU 51. starptautiskā zinātniskā konference, sekcija „Būvzinātne”, Rīga, Latvija, 2010.g. 11.-15. Oktobris

#### Dalība valsts pētījumu programmā

- Valsts pētījumu programmas Nr.2011. 10-4/VPP-5 projekts Nr.4 „Drošas un ilgtspējīgas autoceļu transporta infrastruktūras attīstība (DIATIA)”

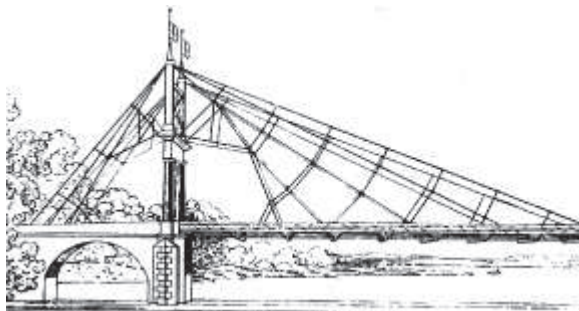
# 1 VANŠU TILTU KONSTRUKCIJAS UN TO APRĒĶINI

## 1.1 Mūsdienu vanšu tiltu attīstības vēsturisks apskats

Risinājumi, kur sija iekārta slīpos stieptos elementos ir sastopami jau senajā Ēģiptē, kur tika izmantoti kuģu mastu konstrukcijām [51]. Par pirmo veiksmīgo šī paņēmiena pielietojumu tiltu būvniecībā tiek uzskatīts Džona Roblinga (*John A. Roebling*) projektētais iekārtais dzelzceļa tilts pāri Niagāras upei, kura būvniecība tika pabeigta 1855. gadā [94, 98].

Dažādos avotos ir atrodama pretrunīga informācija par to, kur un kad ir meklējami vantīs iekārtu tilta konstrukciju pirmsākumi. Viens no domstarpību cēloņiem ir atšķirīgās un laika gaitā mainīgās definīcijas, proti, industrializācijas laikmeta pirmās šāda veida būves mūsdienu izpratnē nebija ne iekārtie ne vanšu tilti, bet šo sistēmu hibrīds – vantis tika izvietotas ar dažādiem paņēmieniem, lai samazinātu masīvas stinguma sijas deformācijas. Jēdzieni „iekārtais tilts” un „vanšu tilts” radās vēlāk. Bez tam zināmu idejisku sajaukumi ievieš arī apstākļi, ka pirmo šādu vanšu – iekārto tiltu elementiem, kuri darbojas tikai stiepē, tika izmantotas nevis no stieplēm un kūļiem izveidotas vantis kā modernajiem tiltiem, bet gan tērauda lējuma ķēdes. Visbeidzot, atsevišķi autori uzskata, ka, runājot par vanšu un iekārto tiltu izcelsmi, jāņem vērā tās būves, kas bija paredzētas dzelzceļa un transporta līdzekļu (arī zirgu pajūgu) kustībai un kurām var nepārprotami nodalīt stinguma siju (brauktuves konstrukciju), stieptos vanšu elementus un pilonu, tādējādi distancējoties no dažādu materiālu trosēs iekārtiem gājēju tiltiem, kādi tika veidoti jau ļoti sirmā senatnē [73].

Pirmie mēģinājumi veidot tiltu konstrukcijas ar tikai taisnās vantīs iekārtu laiduma konstrukciju (kas atbilst mūsdienu izpratnei par vanšu sistēmas tilta) bija neveiksmīgi. 1817. gada augustā pabeigtais 79 m garais vanšu gājēju tilts pār Tvīdas (Tweed) upi pie Draiburgas (Dryburgh) klostera Skotijā sabruka jau pēc nepilna pus gada [95]. Tilts tika pārprojektēts un uzbūvēts no jauna, tomēr 1838. gadā arī tas sabruka.



1.1. att. 1824. gadā pabeigtais vanšu tilts pie Ninburgas

Tikai nedaudz vairāk par gadu kalpoja 1824. gadā pabeigtais vanšu tilts pār Zāles (*Saale*) upi Ninburgā (*Nienburg*), Vācijā (1.1. att.). Šis bija pirmais vanšu tilts ar brauktuvi zirgu pajūgiem un atdalītām ietvēm. Tiltam sabrūkot 1825. gada 6. decembrī gāja bojā 55 cilvēki [103]. Šīs nelaimes cēloņu noskaidrošanai tika veikta plaša izmeklēšana, kurā piedalījās arī inženieri un celtnieki. Projekta materiālu analīze (tajā skaitā – arī aprēķinu) noveda pie slēdziena, ka šādas būves nav drošas un tas kļuva par iemeslu kādēļ pēc Ninburgas katastrofas vairāk kā gadsimtu netika būvēti nozīmīgi vanšu tilti [95]. Toties šajā laikā intensīvi turpinājās iekārtas sistēmas tiltu attīstība.

Pateicoties nepieciešamībai rekonstruēt iekārtus tiltus, 20. gs. trīsdesmitajos gados atkal atsākās vanšu tiltu sistēmu izpēte. Šajā laikā jau labi pazīstama bija tērauda stieple vītu trošu izmantošana priekš vantīm. Pētnieki konstatēja, ka, ievērojot sistēmas īpatnības, vanšu tiltiem ir zināmas priekšrocības. Šeit galvenie nopelni ir vācu inženierim Francam Dišingeram (*Franz Dischinger*, 1887. – 1953.), kurš tiek uzskatīts par mūsdienu vanšu tiltu pionieri. Starp citu, Dišingers ir arī patentējis ārējo – ar betonu nesaistīto – saspriegto stiebrojumu. Viņš ir arī pirmā mūsdienu vanšu tilta projekta autors – Stromsunda (*Strömsund*) tilts Zviedrijā, kurš tika pabeigts 1955. gadā [39, 101]. Šis ir simetrisks divu pilonu vanšu tilts, kura 183 m garais centrālais laidums ir iekārts četros simetriskos vanšu pāros (1.2. att.).



1.2. att. Stromsunda tilts Zviedrijā

Nākamajos 20 gados būtiskākā vanšu tiltu attīstība notika Vācijā, kur laikā līdz 1975. gadam tika uzbūvēti vismaz septiņi šīs sistēmas tilti. Lielākais laidums no tiem ir 1970. gadā pabeigtajam Dīsburgas – Noienkampas (*Duisburg – Neuenkamp*) tiltam, kura 350 m garais centrālais laidums ir iekārts vienā plaknē izvietotās sešās vantīs – pa trim no katra pilona [96]. Arī pārējiem no šiem tiltiem pielietota līdzīga koncepcija – vantis izmantotas masīvas un stingas laiduma konstrukcijas balstīšanai dažos punktos.

Tomēr ir viens izņēmums – par progresīvāko no pirmajiem modernajiem vanšu tiltiem ir uzskatāms [39] 1966. gadā pabeigtais Frīdriha Eberta tilts (*Friedrich – Ebert Brücke*) Bonnā [97]. Tilta centrālais laidums (280 m) ir iekārts, izmantojot lielu skaitu vantis – attālums starp vanšu enkurmezgliem laiduma konstrukcijā ir tikai 2,24 m, tādējādi ļaujot izveidot salīdzinoši slaidu stinguma siju ar mazu lieces pretestību (1.3. att.).



1.3. att. Frīdriha Eberta tilts Bonnā, Vācijā

Tālākā vanšu tiltu attīstībā ir sastopamas dažādas variācijas ar sistēmas galveno nesošo elementu ģeometriju: vanšu izvietošana vienā (brauktuves vidū novietotā) vai divās (gar brauktuves malām novietotās), bet atsevišķos gadījumos arī trijās plaknēs, kā arī simetrisku (ar diviem piloniem) vai nesimetrisku (ar vienu pilonu [99]) sistēmu pielietošana. Otrs konstrukcijas attīstības virziens, protams, ir centieni izveidot aizvien garākus laidumus. Šajā ziņā inženieri ir vienprātis, ka gan no tehniskā gan ekonomiskā viedokļa lietderīgāka ir liela skaita vanšu izmantošana (daudzvanšu sistēma), kas ļauj veidot pēc iespējas slaidākas stinguma sijas konstrukcijas, līdzīgi, kā jau minētajam Frīdriha Eberta tiltam.

Pazīstamie tiltu inženieri F. Leonhards (*F. Leonhardt*) un V. Zellners (*W. Zellner*) 1991. gadā prognozēja, ka tuvākajā nākotnē vanšu tiltu stinguma siju augstuma attiecība pret laidumu tiks samazināta līdz 1:500 [58] (salīdzinājumam – Dišingera projektētajam Stromsunda tiltam šī attiecība ir 1:56). Merilindas Univeristātes (*University of Maryland*) profesors S. Vangs (*S. Wang*) 2003. gadā raksta, ka vanšu tilta centrālā laiduma maksimālais garums ir iespējams 1200 m un tas jau iekļaujas iekārtas sistēmas tiltu racionāla laiduma diapazona vidusdaļā [72, 81].

Šobrīd pasaulē ir pabeigti trīs vanšu tiltu projekti, kuros centrālais laidums pārsniedz 1 km:

- 1) Stonkatteras (*Stonecutter*) tilts Honkongā ar centrālo laidumu 1018 m; satiksme atklāta 2009. gada 20. decembrī; projektētāji: starptautiska inženieru grupa „Ove Arup & Partners” un „COWI A/S” vadībā [100];
- 2) Sutongas (*Sutong*) tilts pār Janzi upi Ķīnas Tautas Republikā ar centrālo laidumu 1088 m; satiksme atklāta 2008. gada 25. maijā; ģenerālprojektētājs: „COWI A/S” [102];
- 3) tilts pār Austrumu Bosfora šaurumu Vladivostokā ar centrālo laidumu 1104 m (1.4. att.); satiksme atklāta 2012. gada jūlijā; projektētājs: „Institūts

Giprostroimost Sanktpēterburga” (Институт Гипростроймост – Санкт-Петербург) [104].



1.4. att. Tilts pār Austrumu Bosfora šaurumu Vladivostokā

Šiem trim tiltiem ir izvēlēta simetriska (ar diviem piloniem) daudzvanšu sistēma; vantis ir izvietotas divās plaknēs.

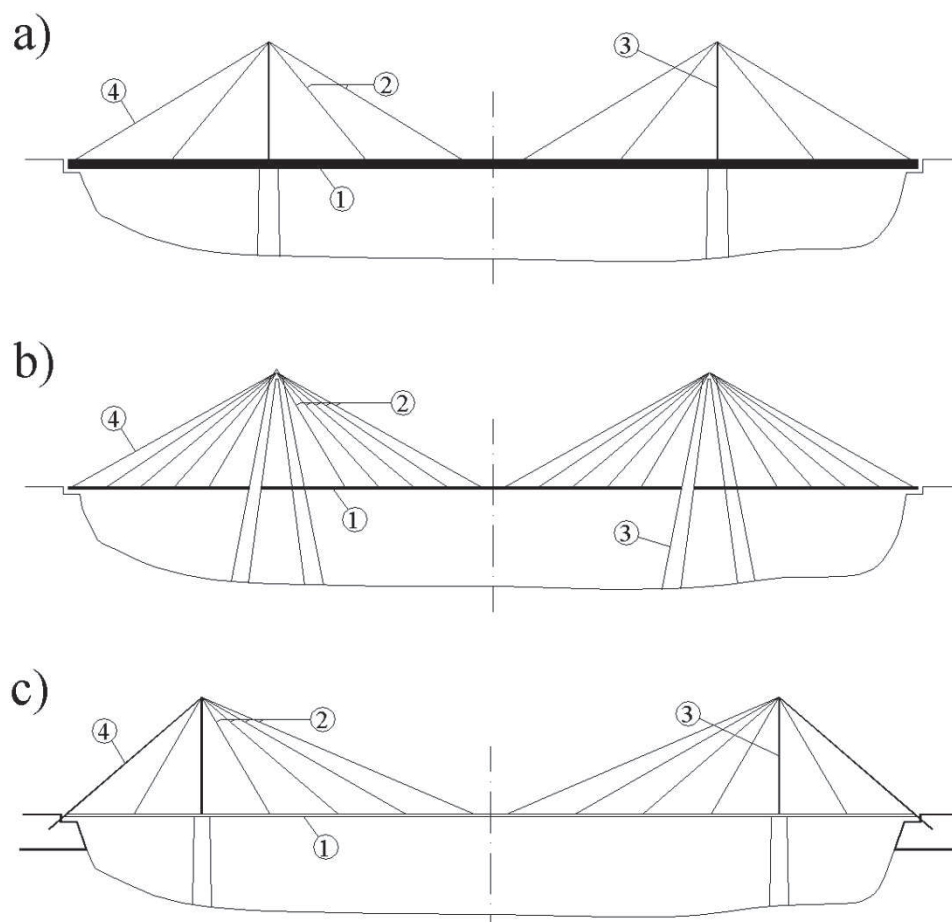
Raugoties vanšu tiltu attīstības nākotnē, prognozējams, ka vēl garākus laidumus būs iespējams veidot, tikai izmantojot jaunus kompozītmateriālus – it īpaši vantīm [44, 71, 91]. Iekārto tiltu attīstība jau ir nonākusi tuvu maksimāli tehniski iespējamam laidumam, ja tiek izmantotas vītās tērauda trošu vantis – šobrīd būvējamā tilta pār Mesīnas jūras šaurumu (Itālijā) centrālais laidums ir 3300 m garš. Vairāk kā pusi no stiepes spēka šī tilta galvenajā trosē rada tās pašsvars; pārējo daļu – laiduma konstrukcijas pašsvars (ap 25% no summārā stiepes spēka) un lietderīgās slodzes. Tātad lietderīgo slodžu uzņemšanai kalpo mazāk kā  $\frac{1}{4}$  no vants nestspējas. Vēl garāku laidumu veidošanai ir nepieciešamas vantis no vieglāka materiāla, taču nezaudējot to mehāniskās īpašības – stiprību un elastības moduli. Pagaidām oglekļa, kevlāra un citu kompozītmateriālu vanšu plašu pielietojanu ierobežo to augstā cena.

Taču, gadījumā, ja izdotos ieviest šajā promocijas darbā analizēto „aktīvo” vanšu mehānismu, būtu iespējams izmantot vantis, kas veidotas no kompozītmateriāliem ar zemāku elastības moduli.

## 1.2 Vanšu tiltu un to elementu klasifikācija

### 1.2.1 Nesošie elementi un to kopdarbība

Lai analizētu daudzveidīgos aspektus, kas ietekmē vanšu tiltu darbību, parasti tiek izcelti trīs galvenie nesošie elementi (skatīt 1.5. attēlu) – laiduma konstrukcija (jeb stinguma sija) (1), vantis (2) un piloni (3). No vanšu elementiem vēl atsevišķi varētu izcelt atsaites (4), kuras var būt enkurotas pie stinguma sijas gala vai arī pie speciāli izveidotiem ar laidumu nesaistītiem enkurbalstiem [16, 62]. Trīs vanšu tiltu pamatelementu mijiedarbība ir tik izteikta, ka projektēšanas gaitā viennozīmīgi analizēt katra šī atsevišķā elementa ietekmi uz kopdarbību var tikai ņemot vērā visu kopējo konstrukciju. Nesošo pamatelementu attiecību trīs robežgadījumi ir parādīti 1.5. attēlā.



1.5. att. Vanšu tilta nesošie elementi

1.5. attēlā (a) gadījumā ir parādīta vanšu sistēma ar ļoti stingru laiduma konstrukciju (stinguma siju). Šādi risinājumi tika izmantoti vanšu tiltu attīstības sākumā. Nedaudzās vantis pamatā darbojas kā elastīgi starpbalsti, kas ir izvietoti vietās, kur nav bijis iespējams izveidot parastus balstus. Šādā shēmā piloni ir samērā slaidi, jo tiem nav jāuzņem lieli lieces momenti.

Otrai vanšu tiltu konstrukcijai (1.5. attēls (b)) raksturīgs ļoti stingrs pilons, kuram galvenokārt jāuzņem mainīgo slodžu radītie garenvirziena lieces momenti. Laiduma konstrukcija ir slaida, jo tās uzdevums, it sevišķi, ja ir liels skaits vanšu, ir tikai ierobežot maksimālās deformācijas. Laiduma konstrukcijas minimālos izmērus pamatā nosaka šķērsvirziena izlieču un nepieciešamās vērpes pretestības nosacījumi. Šāds risinājums ir labi piemērots daudzlaidumu vanšu tiltiem.

Trešajā vanšu tiltu konstruktīvajā risinājumā (1.5. attēls (c)) vantis pilda sistēmu stabilizējoša elementa funkciju. Tā kā atsaites, kas šajā sistēmā pilda ļoti nozīmīgu funkciju, nedrīkst tikt atslogotas, tad parasti tiek veidoti samērā īsi malējie laidumi, lai kustīgo slodžu ietekmē pilona galva nevarētu būtiski pārvietoties krasta virzienā. Šajā sistēmā vanšu elementi uzņem lielāko daļu no kustīgās slodzes, kas caur atsaiti tiek nodota uz masīvu enkurbalstu. Risinājumā ir salīdzinoši slaidi pilonu un laiduma konstrukcijas elementi.

Apskatītie konstruktīvo risinājumu robežgadījumu piemēri parāda plašu nesošo elementu izvēles iespēju un lielu iespējamo vanšu tiltu daudzveidību. Katrā šādā konstrukcijā ir sava individualitāte, kas radusies meklējot piemērotākos konstruktīvos vai arhitektoniskos risinājumus (skatīt 1.6. attēlu). Lielu laidumu tiltiem tomēr noteicošie ir pašas konstrukcijas un tās būvniecības ekonomiskie rādītāji, tādēļ šeit ļoti būtisks ir optimāls statiskās shēmas risinājums un elementu dimensionēšana [4, 88, 89].

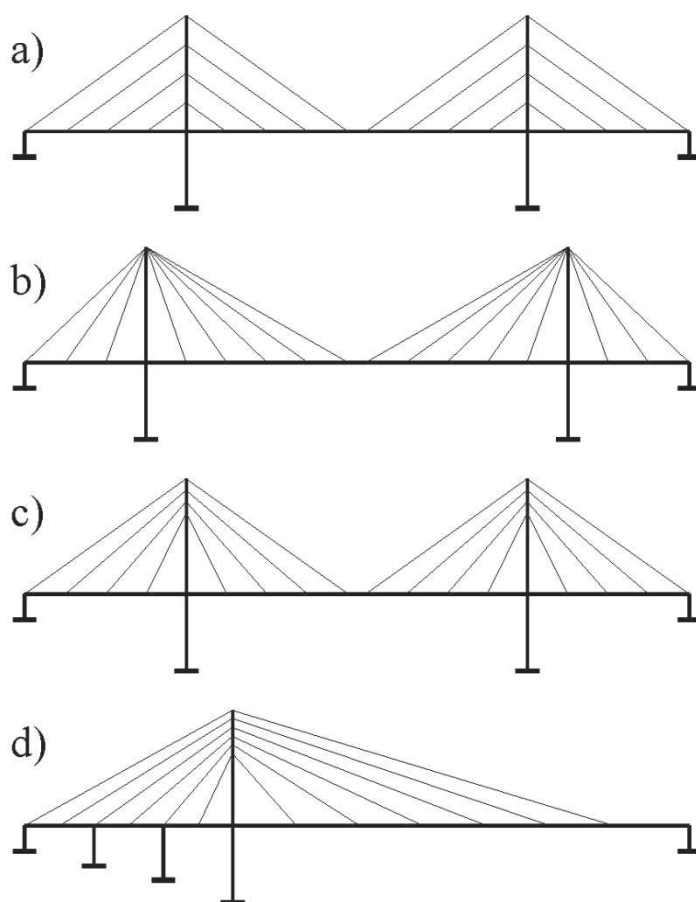
## **1.2.2 Vanšu izvietojums un tā īpatnības**

Viens no vanšu sistēmas dimensionēšanas pamatzdevumiem ir racionāla vanšu izvietošana [40, 43]. Tā ļoti būtiski ietekmē ne tikai sistēmas konstruktīvo darbību, bet arī būvniecības paņēmienus un līdz ar to arī atstāj vērā ņemamu ietekmi uz būves izmaksām.

Vanšu izvietojumam šķērsvirzienā nav pārāk lielas variēšanas iespējas. Visbiežāk sastopams ir vanšu šķērsvirziena izvietojums divās plaknēs – ar enkurojumiem abās laiduma konstrukcijas ārmalās. Populāras ir arī sistēmas ar vienā plaknē izvietotām vantīm – pa brauktuves vidu. Daudz retāk tiek izmantotas sistēmas ar trim vanšu plaknēm – gar abām brauktuves ārmalām un pa vidu; šādam risinājumam var būt racionāls pielietojums vienīgi tilta šķērsvirzienā ļoti platas laiduma konstrukcijas gadījumā (tilts ar vairākām braukšanas joslām). Estētiski interesantu tiltu radīšanai vantis mēdz izvietot arī telpiski, taču šādam risinājumam ir maza konstruktīvā nozīme.

Daudz plašākas variācijas ir iespējamas vanšu izvietošanai garenvirzienā, kur izšķiroša nozīme ir pilonu izvietošanas iespējām, kas saistītas ar ģeoloģiskiem un topogrāfiskiem

apvidus (ūdensšķēršļi, to dziļums u.c.) apstākļiem [87, 92]. 1.6. attēlā ir parādīti populārāko shēmu tipi, taču vanšu skaits garenvirzienā ir katra tilta individuāla īpatnība.



1.6. att. Raksturīgie vanšu izvietojumi garenvirzienā: a – „arfās” tipa shēma (paralēlas vantis); b – shēma ar radiālām vantīm; c – vēdekļveida shēma; d – asimetriska sistēma

Tiek uzskatīts [17], ka sistēmās ar radiālām vantīm visefektīvāk tiek sadalīti stiepes un spiedes aspēki pilonā un laiduma konstrukcijā. Taču šādai sistēmai ir grūti konstruktīvi izveidot pilona galvu, jo tajā sanāk kopā daudzas vantis, tādēļ vairāk tiek izmantotas vēdekļveida sistēmas. Savukārt arfas tipa vanšu sistēma tiek uzskatīta par estētiski pievilcīgāku un, kā šī darba turpinājumā tiks konstatēts, ļauj samazināt vanšu patēriņu.

### 1.3 Vanšu regulēšanas metožu apskats

#### 1.3.1 Vanšu tiltu aprēķinu pamatprincipi

Vairāki pētnieki uzskata, ka mūsdienu vanšu tiltu konstrukciju attīstības pamatā ir divu būtisku problēmu izpēte [39, 46]:

- 1) gara laiduma slīpu vanšu pašsvara nokares izraisīto efektu (piemēram, no sprieguma atkarīgs idealizēts elastības modulis; skat. 2.6 nodaļu) matemātiska

modelēšana; pirmais šo efektu aprakstīja Dišingers savā 1949. gadā žurnālā *Bauingenieur* publicētajā rakstā „Hängebrücken für schwerste Verkehrslasten” („Iekārti tilti smagām transporta slodzēm”);

2) garu laiduma konstrukcijas posmu bez deformācijas šuvēm (temperatūras nepārtrauktas konstrukcijas) darbības izpēte un attīstība [78].

Kā trešo izpētes objektu ir jāmin vanšu saspriegšanas jeb stiepes spēku regulēšanas koncepciju, kas intensīvi turpina attīstīties [14, 19, 93]. Dažādos literatūras avotos atrodami atšķirīgi uzskati par vēlamo rezultātu, kāds būtu jāsasniedz ar vanšu regulēšanu, respektīvi, pētnieku vidū nav viennozīmīga viedokļa par optimizācijai (minimizēšanai) pakļaujamo kritēriju [8, 39].

Populārākie vanšu spriegošanas aprēķina apsvērumi:

1. „optimizācijas metode”;
2. „nulles pārvietojumu metode” (deformāciju līdzsvarošana);
3. „spēku līdzsvara metode” (minimālu lieces momentu iegūšana stinguma sijā);
4. „virtuālo darbu princips” (*unit load method*).

Sīkāks ieskats šajās metodēs ir dots nākamajās apakšnodaļās.

### 1.3.2 Optimizācijas metode

Optimizācijas metodē [39, 58] vanšu spriegošanas spēki tiek noteikti, optimizējot virkni funkciju, kas raksturo vai nu kāda konstrukcijas elementa efektivitāti vai arī visas būves ekonomiju. Nozīmīgi šīs metodes attīstītāji ir Kombras Univeritātes (Portugāle) Civilās Būvniecības departamenta (*Univerity of Coimbra, Dept. Civil Engineering*) pētnieki J.H.O. Negro (*J.H.O. Negrão*) un L.M.C. Simoes (*L.M.C. Simões*). Par optimizācijai pakļaujamiem parametriem autori izvēlas (1997. g.) [58]:

- spriegums nesošajos elementos;
- brauktuves deformācijas;
- visas būves kopējo izmaksu minimizēšanu.

Vēlāk aprēķina shēma tiek papildināta ar vēl vienu parametru – būves drošuma novērtējumu, kas matemātiski tiek raksturots ar sabrukšanas varbūtību (2004. g.) [59]; autori šo pieeju sauc par „uz drošību balstītu optimizāciju” („*reliability-based optimum design*”). Optimizācijas mērķa funkcijas diskretu punktu iegūšanai tiek izmantots galīgo elementu metodes (GEM) aprēķins ar dažādām izejas parametru vērtībām [70]. Skaidrs, ka šo izejas datu iegūšanai nepieciešams liels GEM aprēķinu skaits, kas vēl vairāk pieaug, ja tiek ņemta

vērā būvniecības stadialitāte. Arī gatavai būvei aprēķins jāveic gan pastāvīgajam sloojumam, gan vairākām nelabvēlīgākajām mainīgo slodžu kombinācijām.

Spriegumu un pārvietojumu iegūšanai tiek variēti šādi izejas dati:

- nesošo elementu šķērsriezumu parametri;
- konstrukcijas ģeometriskie izmēri (piemēram, vanšu skaits un slīpums);
- nesošo elementu materiālu mehāniskās īpašības.

Sarežģītāka ir būves drošuma novērtēšanai nepieciešamo izejas datu izvēle. Šeit metodes autori piedāvā vairākas iespējas, piemēram, „uz normatīviem balstītu pieeju” („*code based design*”) – drošības koeficientu un slodžu kombinēšanas koeficientu variācijas, kas atbilst normatīvos noteiktam būves kalpošanas laikam. Pie tam drošības prasības var atšķirties dažādiem elementiem (sijas, balsti, vantis u.c.). Tajā pašā laikā autori norāda, ka normatīvos noteiktie drošības koeficienti bieži ir izvēlēti tikai balstoties uz pieredzi, bet tiem nav stingra teorētiska pamatojuma.

Tālākā risinājuma gaita ir raksturīga optimizācijas uzdevumiem:

- iegūto punktu aproksimācija ar līkni, virsmu vai augstākas kārtas polinomu (atkarībā no optimizējamo parametru skaita);
- pieļaujamo robežvērtību definēšana (spriegums vai pārvietojums, ko nedrīkst pārsniegt);
- funkcijas ekstrēmumu meklēšana.

Ekstrēmuma meklēšanai metodes autori piedāvā iteratīvu paņēmienu, kurā ir kombinētas funkcijas dilšanas virziena noteikšanas (*directional sampling*) un virsmas atbildes (*response surface*) metodes. Starprezultāti tiek apstrādāti ar papildus GEM aprēķiniem, kuros bieži nākas precizēt arī būves globālo ģeometriju, kas nozīmē aprēķina modeļa koriģēšanu (piemēram, jāmaina sistēmas sadalījums galīgajos elementos).

Uzdevuma mērķis ir minimizēt visus uzdotos mainīgos parametrus, ko vektoriālā formā apzīmē ar  $\bar{X}$ . Ņemot vērā ievērojamo parametru skaitu un uzdotos robežnosacījumus, iegūtā aproksimācija var nebūt nepārtraukta un tāpat nav iespējama diferencēšana, meklējot ekstrēmumu. Tomēr, izmantojot uz sistēmas entropiju balstītu pieeju, var atrast nepārtrauktu skalāru funkciju (ar vienu mainīgo parametru  $\rho$ ), kas dod pamatfunkcijai ekvivalentu ar tradicionālām kvazi-Ņūtona metodēm iegūstamu risinājumu. Šī skalārā funkcija ir formā:

$$F(\bar{X}) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[ \sum_{j=1}^M e^{\rho(g(\bar{X}))} \right] \quad (1.1)$$

Teorētiski ir iespējami vairāki uzdevuma atrisināšanas paņēmieni, tomēr jāņem vērā, ka nav drošas skaidrības par mērķa funkcijas  $g(\bar{X})$  nepārtrauktību un gludumu. Tādēļ risinājums parasti tiek meklēts doto funkciju izvirzot Teilora rindā, taču šis paņēmiens prasa papildus tuvinājuma precizitātes pārbaudes – it sevišķi gadījumos, kad mērķa funkcijai ir pārtraukumi vai lūzumi.

Par būtiskāko optimizācijas metodes priekšrocību var uzskatīt iespēju operēt ar ļoti lielu optimizējamo parametru skaitu (Negro un Simoes demonstrē piemēru, kurā atrisina optimizācijas uzdevumu vanšu sistēmai ar uzdotiem 28 un 40 parametriem [58]); var gan apšaubīt nepieciešamību optimizēt, piemēram, tērauda kastveida šķērsriezuma stinguma sijas atsevišķu elementu biežumus tajā vietā, lai aplūkotu visas sijas inerces un pretestības momentus). Tas ļauj bez grūtībām optimizācijas uzdevumu veikt arī telpiskai 3D sistēmai GEM programmā. Pie trūkumiem ir jāatzīmē ievērojamais aprēķinu un veicamo iterāciju daudzums.

### 1.3.3 Nulles pārvietojumu metode

Nulles pārvietojumu metodē (izstrādātājs – Čungjanas Univeristātes (Taivāna) profesors P.H. Vangs; pirmo reizi publicēta 1993. gadā) vanšu spriegošanas spēkus nosaka tā, lai iegūtu vēlamo stinguma sijas ģeometriju [56, 77]. Vēlāk autors metodi papildina, ievērtējot arī līdzsvara nosacījumu centrālā laiduma vantīs un atsaitēs (2002. gadā) [79], kā arī būvniecības stadiālitāti, lietojot konsoļmontāžas paņēmieni (2004. gadā) [80]. Šis autors ir arī veicis pētījumus, lai noteiktu apstākļus, kādos nelineārs aprēķins var tik aizstāts ar vienkāršāku – lineāru (1996. gadā) [78, 90].

Metodes pamatā ir pieņēmums, ka vanšu tilta stinguma sijai jādarbomas kā nepārtrauktai daudzlaidumu sijai uz stingriem balstiem. Šī metode neapskata pilona vai stinguma sijas piepūļu sadalījumu no vanšu spriegošanas. Citās publikācijās (piemēram, Beīns un Murrāijs, 1992. g. [6]; Čēns, 2000. g. [13]) atrodams uzskats, ka vēlamā konstrukcijas ģeometrija ir jāsasniedz, ar konstruktīvām metodēm, projektējot nepieciešamos būves parametrus, neatkarīgi no vanšu spriegošanas – respektīvi, neregulētas būves ģeometrisko stāvokli jāpanāk ar konstruktīvo pacēlumu katram nākamajam izbūvējamam elementam.

Nulles pārvietojumu metodē tiek izmantota GEM, lai iegūtu stinguma sijas ģeometrijas izmaiņu likumsakarību no vanšu vienības sasprieguma spēkiem. Nodefinējot vēlamo sijas ģeometriju (izlieces vai pacēlumu) no pastāvīgās slodzes, matricu veidā tiek

atrisināta nepieciešamo sasprieguma spēku vienādojumu sistēma. Optimāli vanšu šķērsriezumi un slīpuma leņķi tiek meklēti iteratīvi (Ņūtona – Rapsona iterācijas).

Šīs metodes priekšrocība ir aprēķinā ievērtējamie konstrukcijas darbības nelineārie efekti – lieli pārvietojumi un vanšu pašsvara nokares ietekme (šis efekts tiek modelēts, operējot ar idealizēto elastības moduli). Metodes trūkumi ir distancēšanās no piepūļu pārdalīšanās stinguma sijā, vantīm deformējoties mainīgo slodžu ietekmē, kā arī veicamo iterāciju apjoms.

### 1.3.4 Spēku līdzsvara metode

Vēlamās lieces momentu epīras iegūšanu ar vanšu spriegošanu pirmo reizi piedāvāja Hjūstonas Universitātes (ASV) profesors B.E. Lazars (*Lazar B.E.*) 1972. gadā [50]. Vēlāk metodi pilnveidoja Sera Džordža Viljamsa (*Sir George Williams*) Universitātes (Monreāla, Kanāda) profesors M.S. Troitskis (1988. gadā) [76] un viens no Eresunda tilta līdzautoriem N.J. Gimsings (1997. gadā) [30], bet 2000. gadā Tongi Universitātes (Šanhaja) profesors D.V. Čens šo pieeju nosauca par „spēku līdzsvara metodi” [13]. Uz vanšu saspriegšanas spēku noteikšanas grafisku risinājumu balstītu paņēmieni piedāvā Agravāls (1997. gadā) [1].

Aprēķinu gaita šajā gadījumā ir līdzīga kā nulles pārvietojumu metodē, taču par vanšu saspriegšanas mērķi tiek definēta nevis vēlamo deformāciju iegūšana (autori uzskata, ka tas ir jāpanāk ar konstruktīviem paņēmieniem), bet gan lieces momentu samazināšana stinguma sijā.

### 1.3.5 Virtuālo darbu princips

Iepriekš minēto metožu izstrādāšanas pirmsākumā tika apskatīta pabeigta vanšu sistēmas būve, taču netika ņemta vērā būvniecības stadiālitāte. Minho Universitātes (Portugāle) profesors P.J.S. Kruzs 1998. gadā norāda uz šādu vienkāršojumu izraisītām neprecizitātēm savā darbā [20], kurā viņš ir pētījis būvniecības secības ietekmi uz iekšējo spēku sadalījumu gatavā būvē. To konstatē arī Z. Behins un D.V. Murrāijs 1992. gadā, kuri apraksta būvniecības secības ietekmi uz pabeigtas konstrukcijas ģeometriju [6].

Vanšu saspriegšanas aprēķins katrai no būvniecības stadijām ļoti detalizēti ir analizēts Sidnejas Universitātes (Austrālija) pētnieka M. Piršera (M. Pircher) publikācijā 2003. gadā, kurā viņš apskata virtuālo darbu principa izmantošanu vanšu tiltu aprēķiniem [39]. Tomēr, kā norādīts iepriekš, drīz pēc tam būvniecības ietekme tika ietverta arī pārējās aprakstītajās metodēs.

Kā saprotams no metodes nosaukuma, izmantots tiek būvmehānikā labi zināmais virtuālo darbu princips – līdzsvara gadījumā ārējo un iekšējo atgriezenisko spēku virtuālo darbu summa katram virtuālajam pārvietojumam (tie var būt arī slodzes izraisīti reāli pārvietojumi) ir vienādi ar nulli. Minēto pētnieku nopelns ir šī principa integrēšana GEM programmatūrā TDV2001 [9].

Izstrādātās programmu paketes priekšrocība ir iekļautie vanšu konstrukcijas darbību ietekmējošie efekti: būvniecības stadijas, otrās kārtas efekti, lielu pārvietojumu ietekme, vanšu pašsvara nokare, betona elementu šļūde un rukums, saspriegto kūļu relaksācija. Programma dod optimālu risinājumu izvēlētai konstrukcijai, turklāt ļauj uzdot praktiski neierobežotu nezināmo spēku vai pārvietojumu skaitu. Tomēr tā nesniedz priekšstatu par nesošo elementu kopdarbību, respektīvi, cik jūtīga sistēma ir uz atsevišķu elementu nelielām izmaiņām. Šī jautājuma noskaidrošanai ir jālieto iteratīva pieeja, kas prasa lielu aprēķinu apjomu.

#### 1.4 Promocijas pētījuma pamatojums

Savā promocijas darbā tās autors turpina 2004. gadā aizstāvētajā maģistra darbā „Simetriskas vanšu sistēmas ar vienu centrālo laidumu analītiska izpēte” aizsākto pētījumu.

Atšķirībā no iepriekš minētajām tradicionālajām metodēm, šajā darbā piedāvātais problēmu risinājums neizmanto galīgo elementu metodi (izņemot – pārbaudēm) un tādēļ atkrīt arī liela skaita aprēķinu rezultātā iegūtu punktu aproksimēšanas darbs, kā arī iterēšanas process, racionālā risinājuma meklēšanā. Proti, nesošo elementu kopdarbība analizēta, apskatot vanšu sistēmas deformēto stāvokli, kas iegūts ar precīzām būvmehānikas metodēm stieņu liektās ass vienādojuma meklēšanai. Galvenie deformēto stāvokli nosakošie lielumi, kuru ietekme ir analizēta šajā pētījumā:

- mehāniskie parametri:
  - vanšu stingums  $E_V F$  ( $E_V$  – vanšu elastības modulis,  $F$  – vanšu šķērsriezuma laukums);
  - stinguma sijas stingums  $E_S I$  ( $E_S$  – stinguma sijas elastības modulis,  $I$  – stinguma sijas inerces moments);
- sistēmas ģeometriskie parametri:
  - vanšu skaits;
  - vanšu slīpuma leņķis (tas ietekmē arī piona augstumu);
  - vanšu izkārtojums (paralēls, radiāls vai vēdekļveidīgs);

- stinguma sijas sadalījums paneļos (laidums starp vanšu enkuriem).

Ar promocijas darbā izstrādāto metodiku ir iespējams iegūt likumsakarības, kas raksturo katra no šiem parametriem ietekmi uz galvenajiem būves noslodzes raksturotājiem – stinguma sijas lieces momentiem, spriegumiem tajā un pārvietojumiem. Bez tam šīs likumsakarības ir aprakstītas ar matemātiski izvestām nevis aproksimētām funkcijām, kuras ir nepārtrauktas un tātad arī diferencējamas ekstrēmumu (optimālais risinājums) meklēšanai [53]. Funkciju grafisks attēlojums ļauj viegli novērtēt robežkritēriju „jūtīgumu” pret izejas datu variācijām (piemēram, var novērtēt, ka vanšu šķērsriezuma palielināšana zināmās robežās ir efektīvāks pārvietojumu samazināšanas līdzeklis salīdzinājumā ar stinguma sijas inerces momenta palielināšanu u. tml.).

Jāatzīmē, ka deformētā stāvokļa apskats jau pēc būtības iekļauj tādu nelineārās darbības īpatnību kā sistēmas mezglu lielus pārvietojumus [26]. Arī vanšu nokares efektu nav grūti ievērtēt, definējot no stiepes spēka atkarīgu idealizētu elastības moduli (kā funkciju no sprieguma).

Tradicionāli galīgais vanšu šķērsriezums tiek noteikts, ņemot vērā maksimāli pieļaujamos stiepes spriegumus vantīs un šādām konstrukcijām piemērotu drošības koeficientu (vantīm tas parasti ir ap 3). Tomēr, vēl vairāk palielinot drošības koeficientu (pieņemot lielāka diametra vantis) ir iespējams samazināt stinguma sijas pārvietojumus un lieces momentus no mainīgām slodzēm, tādejādi iegūstot ekonomiskāku laiduma konstrukciju. Šāda pieeja literatūrā nav atrodama, bet ir apskatīta šajā promocijas pētījumā. Principā liela laiduma vanšu tiltiem noteicošās ir pašsvara slodzes un tādēļ vairāki pētnieki, risinot optimizācijas uzdevumu, piešķir mazu nozīmi transporta slodžu ietekmei, to ievērtējot tikai galīgā tilta varianta pārbaudēs.

Šī promocijas darba mērķis ir atsevišķi pētīt pastāvīgās un mainīgās slodzes ietekmi uz vanšu sistēmas galveno nesošo elementu kopdarbību un meklēt sistēmas parametru diapazonu, kurā visracionālāk tiek izmantota konstrukciju nestspēja.

Jāatzīmē arī izmantotās metodikas vienkāršojumi. Ņemot vērā, ka optimizācijas mērķa funkcijas tiek iegūtas analītiski, katra jauna mainīgā ieviešana analizējamo funkciju papildina par vienu dimensiju, līdz ar to praktiski neiespējams ir telpiskas sistēmas apskats. Metodika nevar kalpot vanšu tilta galīgā aprēķina veikšanai; tas ir jāveic ar galīgo elementu programmatūras palīdzību. Toties piedāvātā metodika ļauj atvieglot tilta parametru sākotnēju pieņēmumu un uzskatāmi parāda to savstarpējo ietekmi (jūtīgumu), kas ir darbietilpīgs process, lietojot iteratīvās metodes.

Darbā ir meklēts universāls stinguma sijas darbības izvedums, to apskatot kā siju uz elastīgiem balstiem. Principiāli atšķirīgu sistēmu (piemēram nesimetriskām, ar vienu pilonu un tamlīdzīgām variācijām) izpētei šis universālais izvedums ir pielāgots, atrodot apskatāmajam vanšu izvietojumam atbilstošus elastīgo balstu atsperu koeficientus.

## 2 VANŠU TILTU ELEMENTU KOPDARBĪBAS TEORĒTISKAIS PAMATS

### 2.1 Izmantotās metodikas apraksts

Metodika, kurā analītiski atrisināts simetriskas vanšu sistēmas ar vienu centrālo laidumu pārvietojumu – piepūļu kopsakarību uzdevums, ir izvesta šī pētījuma autora maģistra darbā „Vanšu sistēmu tiltu vanšu regulēšanas aprēķina metodikas analīze” (2004.), kur sistēma ir vienkāršota, neņemot vērā pilonu elastīgās deformācijas, malējo laidumu ietekmi un distancējoties no mainīgo koncentrēto spēku ietekmes. Arī šie faktori ir ievērtējami, papildinot matemātiskos izvedumus, bet izmantojot tos pašus principiālos apsvērumus, tas ir – elementu lineārās darbības robežās sakarība starp elementu pārvietojumiem un piepūlēm ir nepārtraukta un gluda (tātad, diferencējama) funkcija.

Tālākās nodaļās ir doti šādas pieejas galvenie principi.

Vispirms 2.2 nodaļā dots īss principiāls ieskats apsvērumos, kas izmantojami vienmērīgi izkliedētas slodzes (pašsvara) ietekmes novērtēšanai (dotajām izteiksmēm nav parādīti izvedumi, jo tie ir atspoguļoti pētījuma autora maģistra darbā). Šie spriedumi galvenokārt ir noderīgi, lai precīzi definētu sasniedzamo mērķi – piemēram, maksimālo lieces momentu vai stiepes spriegumu samazināšana. 2.2.7 nodaļa piedāvā apskatīto principu izvērsumu gadījumam, kad tiek meklēti mazākie iespējamie spriegumi stinguma sijā (ņemta vērā arī asspēka ietekme, kas atkarīgs no tilta montāžas paņēmiena).

Tālāk 2.3 nodaļā līdzīgi apsvērumi ir izmantoti, lai meklētu idealizētu sistēmas stāvokli kustīgas slodzes ietekmē. Šis aprēķins ir labi piemērots, lai aprakstītu pagaidām teorētiska „aktīva” vanšu mehānisma vēlamo darbību, kāda nepieciešama, lai iegūtu minimālos iespējamus lieces momentus vai spriegumus [5]. Tā darbība pētīta 2.4 nodaļā.

Visbeidzot 2.5 nodaļā analītiski ir atrisināts vispārināts uzdevums par nepārtrauktu daudzlaidumu siju uz elastīgiem balstiem, kas reprezentē vantīs iekārtu stinguma siju. Atsevišķus izejas ģeometriskos lielumus atstājot kā mainīgos, ir iespējams analizēt to ietekmi uz kopējo sistēmas darbību. Šis izvedums stinguma sijas darbībai ir piemērojams sistēmām ar dažādiem pilonu vai vanšu izkārtojumiem.

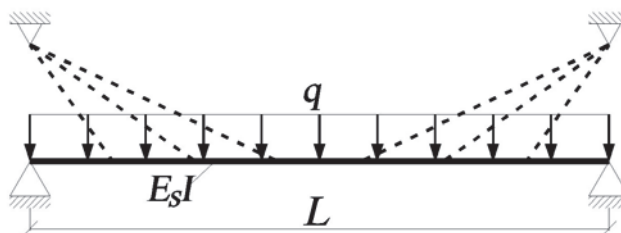
2.3, 2.4 un 2.5 nodaļā vairāk ir pievērsta uzmanība izmantoto izteiksmju izvedumiem, taču atsevišķās vietās bez īpašas norādes matemātiskās darbības ir izlaistas, akcentējoties uz gala vienādojumiem, kas ir izmantojami noderīgu grafiku konstruēšanai. Šādos gadījumos pilns matemātiskais algoritms, kas attiecināts uz kādu konkrētu piemēru (no 3. nodaļā apskatītajiem) ir pievienots darba pielikumos. Izvestie teorētiskie algoritmi ir apstrādāti ar

inženieraprēķinu programmatūru MathCAD, no kuras iegūti visi šajā promocijas darbā prezentētie analītiskie rezultāti un grafiki. Tātad tie viegli pakļaujas izejas datu koriģēšanai un ir uzskatāmi par pietiekamu matemātisko pamatu apskatāmo problēmu vispārināšanai un noprogrammēšanai.

## 2.2 Kopdarbības izvedums vienmērīgi izkliedētai slodzei

### 2.2.1 Pārvietojumi no vienmērīgi izkliedētas slodzes

Piepūles vantīs iekārta tilta stinguma sijā ir atkarīgas no katras vants deformācijām pie uzdotas slodzes. Nelineāro uzdevumu par piepūlēm, kādas rodas vantīs un kā tās ietekmē stinguma siju, var aprēķināt, ievērtējot sistēmas pārvietojumus. Vispirms noskaidrosim kā no vienmērīgi izkliedētas pašsvara slodzes, deformējas divbalstu sija uz elastīgiem starpbalstiem (2.1. att.).



2.1. att. Vanšu sistēmas shēma

Divbalstu sijas pārvietojumus nosakām no liektās ass diferenciālvienādojuma:

$$E_s I y''(x) = M(x), \quad (2.1)$$

kur  $y(x)$  – stinguma sijas liektās ass vienādojums;

$M(x)$  – sijas lieces momenta vienādojums;

$E_s I$  – stinguma sijas stingums (elastības moduļa un inerces momenta reizinājums).

Stinguma sijas liektās ass vienādojums ir formā:

$$y(x) = \frac{q}{24E_s I} (2Lx^3 - x^4 - L^3 x). \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Pārvietojumi no vanšu spēkiem

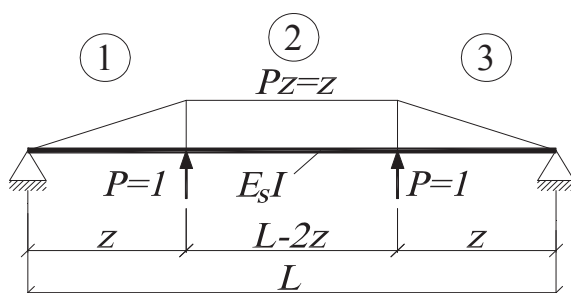
Simetriska vanšu pāra iedarbību uz stinguma siju raksturosim ar vertikāli pieliktiem spēka vieniniekiem vanšu enkurojuma vietās un atradīsim to radīto izlieci. Shēmā ir trīs posmi ar atšķirīgiem lieces momenta vienādojumiem (2.2. att.). Šajos posmos ir arī atšķirīgi sijas

liektās ass vienādojumi. Atrisinot šijas liektās ass diferenciālvienādojumu, iegūstam atsevišķi visu trīs posmu izlieču funkcijas:

$$1. \text{ posms: } y_1(x) = \frac{1}{E_s I} \left( \frac{x^3}{6} + \frac{(z^2 - Lz)x}{2} \right) \quad (2.3)$$

$$2. \text{ posms: } y_2(x) = \frac{z}{E_s I} \left( \frac{x^2}{2} - \frac{Lx}{2} + \frac{z^2}{6} \right) \quad (2.4)$$

$$3. \text{ posms: } y_3(x) = \frac{1}{E_s I} \left( \frac{(x-L)^3}{6} + \frac{(z^2 - Lz)(x-L)}{2} \right) \quad (2.5)$$



2.2. att. Vienlaiduma šijas momentu epīra no simetrisku vertikālu spēku vieninieku pāra

### 2.2.3 Piepūles simetrisku vanšu pāri

Stinguma šijas momentu epīra ir atkarīga no vertikālajiem spēkiem, kas ir pielikti vanšu enkurojuma punktos. Šie spēki ir atkarīgi no tā cik daudz vants deformēsies (izstiepsies) no dotās slodzes. Vants pagarinājumu nosaka vants garums, šķērsriezuma laukums un materiāla elastības modulis.

Stiepes spēku, kāds radīsies vienā simetrisku vertikālu (piemēram, iekārtā tilta vai loka tilta pakari) vanšu pāri no izkļiedētas slodzes  $q$ , ņemot vērā sistēmas deformēto stāvokli, var noteikt:

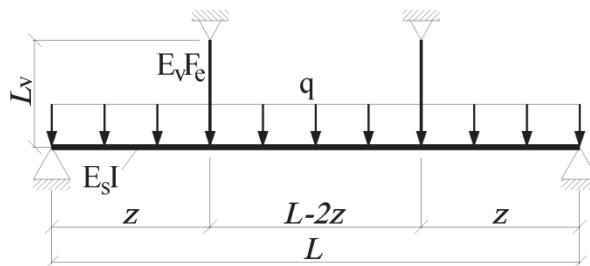
$$N_0 = \frac{q(2Lz^3 - z^4 - L^3z)}{\frac{24E_s I L_v}{E_v F} - 16z^3 + 12Lz^2}, \quad (2.6)$$

kur:  $L_v$  – vants garums, m;

$E_v$  – vants elastības modulis, kN/m<sup>2</sup>;

$F$  – vants šķērsriezuma laukums, m<sup>2</sup>;

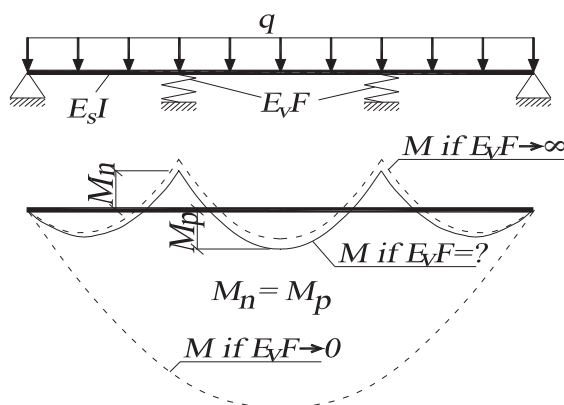
Šo izteiksmi tālāk izmantosim, slīpu vanšu stiepes spēka vertikālās komponentes noteikšanai.



2.3. att. Simetriska vanšu sistēma ar vienu vertikālu vanšu pāri

## 2.2.4 Lieces momentu maksimumu samazināšana

Kritērijs pēc kura tālāk tiks noteikts vanšu saspriegšanas spēks ir mērķēts uz lielāko pozitīvo un negatīvo lieces momentu samazināšanu stinguma sijā. Vēlāk tiks apskatīts arī mērķis minimizēt stiepes un spiedes spriegumus – arī šādam nolūkam ir viegli piemērojama apskatītā aprēķina metodika.



2.4. att. Elastīgu starpbalstu ietekme uz lieces momentu epīru

Ja vants būtu neizstiepjama ( $E_v F \rightarrow \infty$ ), stinguma sija būtu rēķināma kā parasta nepārtraukta daudzlaidumu sija. Ja starpbalstu vietām ir iespēja vertikāli pārvietoties, tad sistēma tiecas kļūt par vienlaiduma shēmu bez vidus balstiem (ja  $E_v F \rightarrow 0$ ). Atkarībā no starpbalsta iespējas vertikāli pārvietoties, samazināsies negatīvais balsta moments un palielināsies pozitīvais laiduma moments (2.4. att.).

Izteiksmē (2.6) esam atraduši vertikālas vants stiepes spēka atkarību no vants stinguma  $E_v F$ , ņemot vērā stinguma sijas deformatīvās īpašības. No spēku darbības neatkarības principa varam atrast vants enkurojuma vietā pielikta vertikāla spēka vērtību, pie kuras momentu ekstrēmvērtības izlīdzināsies. Atrastais rezultāts kalpos kā ekvivalenta vērtība  $E_v F_e$ , lai atrastu vants pagarinājumu, pie kāda realizējas momentu izlīdzināšana. No spēka vanti varēsīm uzreiz noteikt nepieciešamo saīsinājumu (saspriegšanas vērtību) ar izvēlētu reālu vants  $E_v F$ .

Shēmai ar simetriski pieliktu vertikālu spēka vieninieku pāri (2.2. att.) vidējais panelis ietver gan nosacīto starpbalsta vietu, kurā stinguma sijai ir negatīvais moments, gan arī laiduma vidusdaļu, kurā ir lielākais pozitīvais moments.

No 2.4. att. definētā nosacījuma  $M_n = M_p$  izteiksim vants stiepes spēka vertikālo komponenti:

$$N_0 = -\frac{M(z) + M\left(\frac{L}{2}\right)}{M_2(z) + M_2\left(\frac{L}{2}\right)}, \quad (2.7)$$

kur:  $M$  – divbalstu sijas lieces moments no izkliedētas slodzes  $q$ , kNm;

$M_2$  – divbalstu sijas lieces moments no vienības spēku pāra, kas pielikts vanšu enkurmezglos, m.

Šajā formulā ievietojot izteiksmi (2.6), izsakām parametru  $E_v F_e$ :

$$E_v F_e = \frac{6E_s IL}{\frac{2Lz^4 - z^5 - L^3 z^2}{z^2 - Lz - \frac{L^2}{4}} + 4z^3 - 3Lz^2} \quad (2.8)$$

Atbilstošais vants enkurojuma punkta vertikālais pārvietojums ir:

$$f = \frac{N_0 L_v}{E_v F_e} = N_0 L_v \frac{\frac{2Lz^4 - z^5 - L^3 z^2}{z^2 - Lz - \frac{L^2}{4}} + 4z^3 - 3Lz^2}{6E_s IL} \quad (2.9)$$

Ja izvēlamies vanti ar reālu stingrību  $E_v F$ , tad šī sakarība pārveidojas:

$$f + \Delta = \frac{N_0 L_v}{E_v F} \quad (2.10)$$

kur  $\Delta$  – lielums par kādu jāsaīsina (jāspriedz) vants ar stingrību  $E_v F$ , lai izlīdzinātu pozitīvos un negatīvos momentus.

Pēc šī aprēķina principiem, stiepes spēks vantī no vienmērīgi izkliedētās slodzes ir saistīts ar stinguma sijas izlieci vants enkurojuma mezglā. Šo izlieci nosaka pieņēmums par pozitīvo un negatīvo momentu ekstrēmvērtību  $M_p$  un  $M_n$  līdzsvarošanu. Šo izteiksmju izvedums parāda, ka ne vajadzīgo spēku vantī ne meklēto stinguma sijas izlieci nenosaka vants parametri. Tātad vants  $E_v F$  var izvēlēties jau sākuma stadijā, zinot kāds stiepes spēks tai būs jāuzņem.

## 2.2.5 Slīpas vants pagriešanās efekts

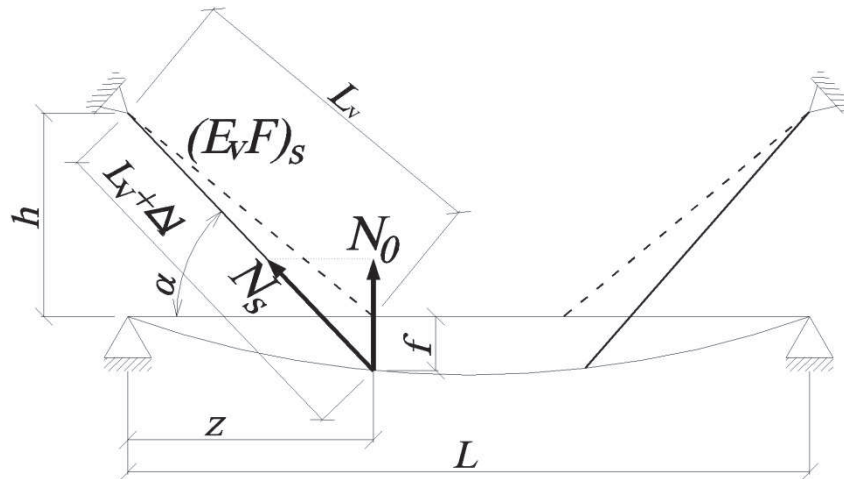
Stinguma sijai deformējoties, slīpa vants ne tikai pagarinās, bet arī pagriežas (2.5. att.). Šis pagrieziens ietekmē vants enkurojuma punkta vertikālo pārvietojumu. Risināsim tā noteikšanas uzdevumu, izmantojot iepriekš atrastās sakarības vertikālajai vantij. Slīpas vants darbību ievērtēsim, atrodot tādu elastīgā balsta stingumu  $E_v F_s$ , pie kura realizējas tas pats stinguma sijas pārvietojums kā vertikālajai vantij.

Noteiksim slīpās vants pagarinājumu un stiepes spēku:

$$\Delta l = \frac{N_s L_v}{E_v F_s} \quad (2.11)$$

$$N_s = \frac{\Delta l E_v F_s}{L_v}, \quad (2.12)$$

kur  $h$  – vants enkura augstums pilonā.



2.5. att. Vanšu sistēmas ar simetrisku slīpu vanšu pāri deformācijas

No ģeometriskām sakarībām varam rakstīt:

$$\Delta l = \sqrt{(h + f)^2 + z^2} - L_v \quad (2.13)$$

$$\sin \alpha = \frac{h + f}{L_v + \Delta l} = \frac{N_v}{N_s} = \frac{f E_v F L_v}{h \Delta l E_v F_s} \quad (2.14)$$

$$E_v F_s = \frac{f E_v F L_v (L_v + \Delta l)}{h \Delta l (h + f)} = \frac{f E_v F L_v \sqrt{(h + f)^2 + z^2}}{h (\sqrt{(h + f)^2 + z^2} - L_v) (h + f)}, \quad (2.15)$$

kur vants garums  $L_v = \sqrt{h^2 + z^2}$ .

Stiepes spēks slīpajā vantī ir nosakāms:

$$N_s = \frac{\Delta l E_v F_s}{L_v} = \frac{f E_v F \sqrt{(h + f)^2 + z^2}}{h (h + f)} \quad (2.16)$$

## 2.2.6 Uzdevuma vispārinājums vairākiem simetrisku vanšu pāriem

Iepriekš noteicām stiepes spēku vantī, kāds rodas no vienmērīgi izkliedētas slodzes, ja sistēmā ir viens simetrisku vanšu pāris. Šo spēku varam izteikt arī no stinguma sijas pārvietojumiem:

$$N = \frac{y(z)}{\frac{L_v}{E_v F} - y_2(z)}, \quad (2.17)$$

kur:  $y$  – divbalstu sijas pārvietojumi no izkliedētas slodzes  $q$ , m;

$y_2$  – divbalstu sijas pārvietojumi no vienības spēku pāra, kas pielikts vanšu enkurmezglos.

Pieņūles  $n$  simetrisku vanšu pāros var noteikt no vienādojumu sistēmas:

$$\begin{cases} y(z_1) + N_1 \left( y_{11}(z_1) - \frac{L_{v1}}{E_v F_1} \right) + N_2 y_{12}(z_1) + N_3 y_{13}(z_1) + \dots + N_n y_{1n}(z_1) = 0 \\ y(z_2) + N_1 y_{21}(z_2) + N_2 \left( y_{12}(z_2) - \frac{L_{v2}}{E_v F_2} \right) + N_3 y_{13}(z_2) + \dots + N_n y_{1n}(z_2) = 0 \\ \dots \\ y(z_n) + N_1 y_{21}(z_n) + N_2 y_{22}(z_n) + N_3 y_{23}(z_n) + \dots + N_n \left( y_{1n}(z_n) - \frac{L_{vn}}{E_v F_n} \right) = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Sastādot (2.18) vienādojumu sistēmu, uzmanība jāpievērš tam, ka saskaitāmajiem pirms apskatāmā punkta jāizmanto izlieces funkcija  $y_2(x)$ , bet tālākajiem saskaitāmajiem funkcija  $y_1(x)$ . Apskatāmajam punktam var lietot jebkuru no abām funkcijām.

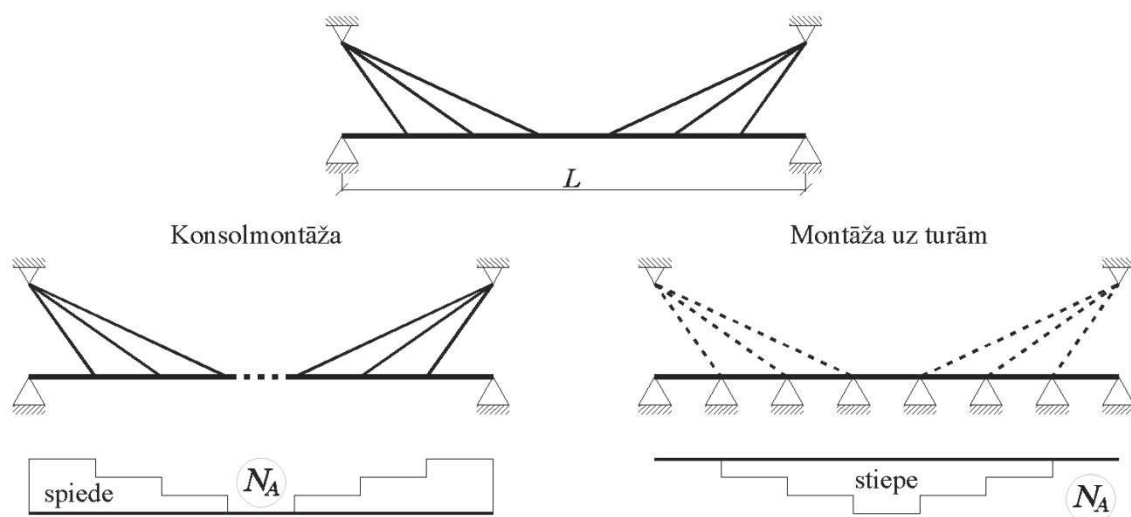
## 2.2.7 Spriegumu samazināšana stinguma sijā

### 2.2.7.1 Tilta montāžas secības ietekme uz stinguma siju

Ņemot vērā, ka no vanšu spēku horizontālajām komponentēm stinguma sijā rodas arī ievērojami asspēki, tālāk lieces momentu samazināšanas vietā apskatīsim kritēriju, kas vērsts uz stiepes vai spiedes spriegumu ierobežošanu. Šajā ziņā ir būtiska arī laiduma konstrukcijas montāžas stadialitāte, proti, kurā brīdī stinguma sijai tiek pielikti asspēki no vantīm [54, 64]. Apskatīsim divus stinguma sijas montāžās paņēmienus:

- montāža uz nepārtrauktām turām un vanšu pievienošana jau samontētam laidumam;
- konsolmontāža, ejot uz abām pusēm no pilona un pakāpeniski pievienojot pa vienai vantij un vienam laiduma panelim.

Pirmajā gadījumā pabeigtas konstrukcijas stinguma sijas vidusdaļā būs stiepes spēks, bet otrs paņēmieni ļauj gandrīz pilnīgi izvairīties no stiepes asspēka, toties ir ievērojami lielāks spiedes spēks pilonu tuvumā [29]. Piemēram, vanšu tiltu ar diviem piloniem un vienu laidumu, montējot ar konsolmontāžas paņēmieni, visa stinguma sija būs spiesta (viss horizontālais spēks jāuzņem balstīklai uz pilona), bet montējot uz nepārtrauktām turām – stiepta (skat. 2.6. att.).



2.6. att. Montāžas paņēmiena ietekme uz asspēkiem stinguma sijā

Shēmām ar trim laidumiem vai nesimetrisku konstrukciju, stinguma sijā ir gan stiepes, gan spiedes asspēki, kuri katrai konstrukcijai jāanalizē atsevišķi, ņemot vērā montāžas paņēmieni.

### 2.2.7.2 Spriegumu sadalījums stinguma sijā

Vispārīgam izvedumam pieņemsim, ka pilonā uz katru pusi ir enkurotas  $n$  vantis. Pilonā izvietoto enkuru augstumus virs stinguma sijas apzīmēsīm ar matricu  $h$ , bet laidumā izvietoto enkuru horizontālo attālumu no pilona – ar matricu  $b$ . Abām matricām ir  $n$  locekļi:

$$h = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_n \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Tātad vanšu slīpuma leņķis pret horizontāli ir izsakāms:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \arctg(h_1 / b_1) \\ \arctg(h_2 / b_2) \\ \dots \\ \arctg(h_n / b_n) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Vanšu spēku horizontālo komponenti, kas kā asspēks katrā enkurmezglā tiek nodota uz stinguma siju, var atrast:

$$N_H = N_S \cdot \cos(\alpha) \quad (2.22)$$

Kopējais spiedes spēks stinguma sijas  $k$ -tajā panelī (skaitot no pilona) ir atrodams:

$$N_A(k) = \sum_{i=1}^{n-k} N_{H_i} \quad (2.23)$$

Izteiksme (2.23) ir spēkā, ja centrālā laiduma būvniecība ir veikta ar konsolmontāžas metodi. Citiem montāžas paņēmieniem šajā izteiksmē jāievieš korekcijas, ņemot vērā būves stadiju, kurā paredzēts atbrīvot montāžas turas.

Iegūto asspēka aprēķina vienādojumu, kas dod diskrešu vērtību katram panelim, nepieciešams pārveidot nepārtrauktā funkcijā, kas lietojama katram mezglam:

$$N_A(x) = N_A(k), \text{ ja } b_{k-1} < x < b_k \quad (2.24)$$

Tagad varam uzrakstīt sprieguma izteiksmi šķērsgriezuma augšējās un apakšējās šķiedrās – attiecīgi  $\sigma_{augš}$  un  $\sigma_{apakš}$ . Pie tam ņemsim vērā, ka laidumam var būt mainīgs šķērsgriezuma laukums  $A$  vai pretestības moments  $W$ , kas tādēļ vispārināts kā funkcijas no apskatāmā punkta abscisas  $x$ :

$$\begin{cases} \sigma_{augš}(x) = \frac{N_A(x)}{A(x)} + \frac{M(x)}{W_{augš}(x)} \\ \sigma_{apakš}(x) = \frac{N_A(x)}{A(x)} - \frac{M(x)}{W_{apakš}(x)} \end{cases} \quad (2.25)$$

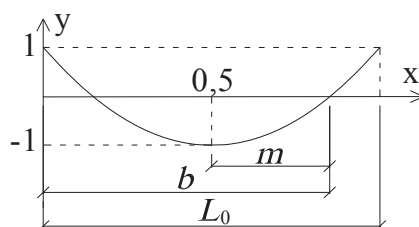
Jāatzīmē, ka iegūtie vanšu spēki ļauj arī precīzi noteikt stāvokli pilonā – spiedes asspēku, gāzošos momentus, šķērsspēkus un pārvietojumus. Šī darba teorētiskajā izvedumā tuvāk pilona darbībai nepieskarsimies, jo bieži tā līdzsvarošanai tiek izmantotas pret krasta enkurbalstiem atsaitētas papildus vantis, kas ļauj neatkarīgi noregulēt pilona līdzsvaru un izvairīties no trešās kārtas efektiem, ar kuriem pilona galvas pārvietojumi var ietekmēt vanšu stāvokli un līdz ar to – arī laiduma vertikālos pārvietojumus vanšu enkurmezglās. Respektīvi, lielai daļai vanšu tiltu, pilona darbību un līdzsvarošanu var apskatīt atsevišķi, to pakārtojot meklētajam stāvoklim vantīs iekārtajā stinguma sijā tās montāžas laikā, kā arī pabeigtaī būvei.

## 2.2.8 Racionāls stinguma sijas sadalījums panelos

### 2.2.8.1 Paneļu garums, kas nepieciešams lieces momentu samazināšanai

Lai arī malējā panelī nodrošinātu tās pašas momentu ekstrēmvērtības kā pārējā stinguma sijā, tā garumu izvēlamies tādu, lai tā robežās lielākais pozitīvais lieces moments būtu vienāds ar lielāko negatīvo momentu pēc absolūtās vērtības.

Izmantojot parabolas vienādojumu, 2.7. attēlā parādītajai shēmai varam noteikt optimālu malējā paneļa laidumu:  $b = 0,85355L_0$ . Paneļa pozitīvo momentu maksimums ir attālumā no sijas gala:  $m = 0,85355L_0 - 0,5L_0 = 0,35355L_0$ .



2.7 att. Momentu epīra malējā panelī

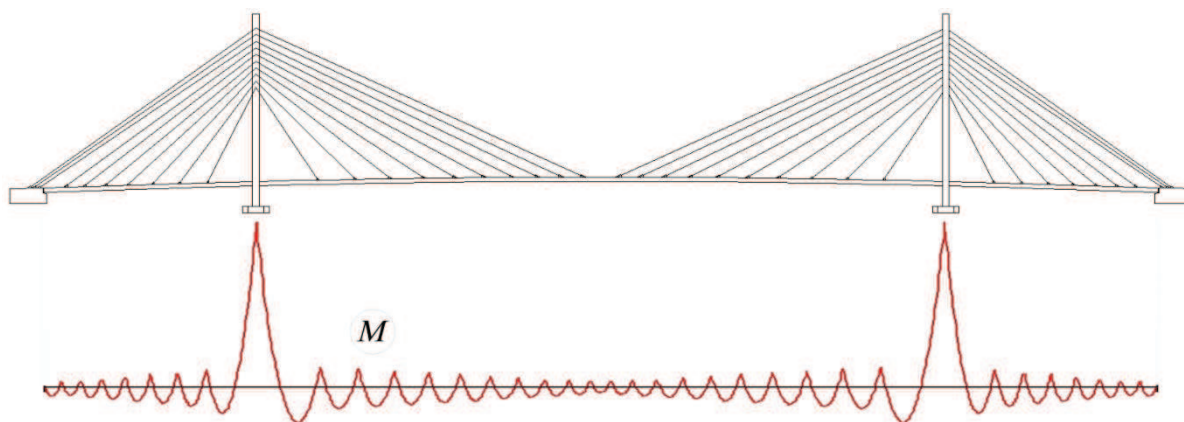
### 2.2.8.2 Paneļu garums, kas nepieciešams spriegumu minimizēšanai

2.2.7 nodaļā parādītais izvedums liek meklēt konstruktīvus paņēmienus spriegumu samazināšanai [68]. Piemēram, vajadzība samazināt stiepes spriegumus ir būtiska, ja tilta stinguma sija veidota no dzelzsbetona.

Dzelzsbetona laiduma konstrukcijai parasti ir pietiekami liels šķērsriezuma inerces moments, lai noturības zaudēšanas problēma liela spiedes spēka gadījumā nebūtu noteicošs ierobežojums. Parasti izšķiroša nozīme ir stiepes spriegumu samazināšanai. No šāda viedokļa zona tuvāk piloniem ir labākā stāvoklī tiltiem, kas būvēti ar konsolmontāžas paņēmieni, jo šeit ir lielākie spiedes spēki no vantīm, kuri samazina vai pat pilnībā novērš lieces momenta radītos stiepes spriegumus. No šāda viedokļa loģiski ir centieni samazināt stiepes spriegumus zonā, kur ir mazāki spiedes spēki – laiduma vidusdaļā. To iespējams panākt, pakāpeniski sāisinot paneļa garumu, kas noved pie mazākām lieces momentu vērtībām zonā ar mazāku spiedes asspēku.

Izveidotais matemātiskais algoritms ir pilnveidots, apskatot tādu vanšu enkurojumu izvietojumu pie stinguma sijas, kur katrs nākamais panelis ir īsāks par iepriekšējo par konstantu vērtību  $dx$ . Šī parametra izvēles kritērijus un ietekmi vēlāk nodemonstrēsim, apskatot konkrētu piemēru.

Ar aprakstīto pieeju iegūtas momentu epīras princips trīslaidumu simetriskai vanšu sistēmai parādīts 2.8. att.



2.8. att. Parametra  $dx$  ietekme uz trīslaidumu vanšu tilta lieces momentu epīru

## 2.3 Kustīgo slodžu ietekme

### 2.3.1 Koncentrētas slodzes radītā momentu epīra

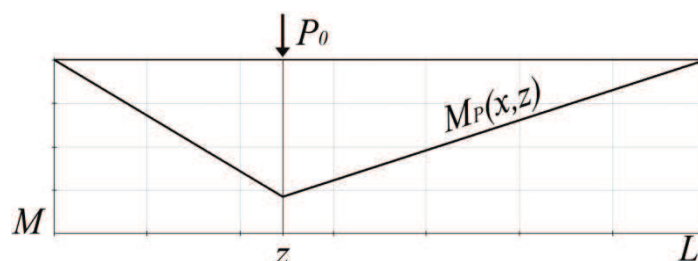
Iepriekš aprakstītās sakarības iegūtas, analizējot sistēmas darbību no vienmērīgi izkliedētas slodzes (pašsvars), kam parasti ir dominējoša ietekme uz piepūlēm liela laiduma tiltu konstrukcijās (kā to apliecina Mesīnas šauruma iekārtā tilta projekta dati, liela laiduma būvēm pat 75% no maksimālā vanšu stiepes spēka var veidot pastāvīgās slodzes).

Kustīgo slodžu ietekmes nozīme pieaug īsākiem tiltiem [47]. Tālāk izvirzītie spriedumi tiks izmantoti, lai konstruētu idealizētu lieces momentu epīru [52], ņemot vērā kustīgu koncentrēto slodzi (tiltu slodžu standartā noteiktā tandēmu slodze [60]).

Līdzīgi kā pastāvīgo slodžu gadījumā, sāksim ar vēlamā sistēmas stāvokļa definēšanu, kas jāiegūst, regulējot vantis. Atkarībā no projektētāja lēmuma, tā var būt gan vēlamā deformētā stāvokļa iegūšana, gan maksimālo spriegumu ierobežošana kādā elementā, gan arī citi apsvērumi [10]. Nodemonstrēsim risinājumu, kas ved pie minimālās iespējamās lieces momentu epīras stinguma sijā no kustīgas koncentrētas slodzes.

Tāpat kā izkliedētas slodzes gadījumā, arī maksimālos momentus no koncentrēta spēka var ierobežot tikai analizējot sistēmas ģeometriju – precīzāk sakot, no katra paneļa (laidums starp vanšu enkuriem) pieņemtā garuma. Galvenā atšķirība ir tāda, ka katram šķēlienam (jeb stinguma sijas punktam) ir savs potenciāli mazākais iespējamais lieces moments – stāvoklis, kad paneļa robežās ir pēc absolūtās vērtības vienādas pozitīvā un negatīvā momenta ekstrēmumu vērtības.

Šīs vērtības noskaidrošanai vispirms jāatrod lieces momenta epīras analītiskā izteiksme gadījumam, ja nav vanšu spēku. Tad momentu epīru veido divas taisnes – pirmā apraksta posmu pirms spēka pielikšanas punkta, bet otra – aiz šī punkta (funkcijai ir divi mainīgie:  $x$  ir apskatāmā punkta abscisa un  $z$  – spēka pielikšanas punkts):



2.9. att. Divbalstu sijas lieces momentu epīra no mezglā  $z$  pielikta koncentrēta spēka  $P_0$

$$M_P(x, z) = \begin{cases} P_0 x \left(1 - \frac{z}{L}\right), & \text{if } 0 \leq x \leq z \\ P_0 z \left(1 - \frac{x}{L}\right), & \text{if } z < x \leq L \end{cases} \quad (2.26)$$

Grafiski šī funkcija ir parādīta 2.9. attēlā.

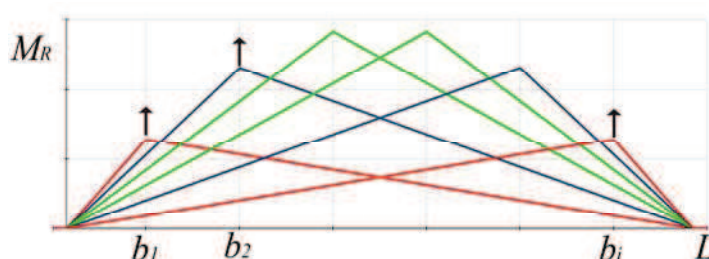
Ar 2.26 vienādojumu var atrast vanšu spēku vertikālo komponentu radītās atsevišķās epīras, spēka pielikšanas mezgla abscisu  $z$  aizstājot ar vanšu enkurmezglu abscisām  $b$  (skat. (2.19) izteiksmi).

Atbilstošās lieces momentu epīras no vienības reakcijām vanšu enkurmezglos ir:

$$M_R(x, n) = \begin{cases} x \left(1 - \frac{b_n}{L}\right), & \text{ja } 0 \leq x \leq b_n \\ b_n \left(1 - \frac{x}{L}\right), & \text{ja } b_n < x \leq L \end{cases} \quad (2.27)$$

kur:  $n = 1, 2, \dots, i$  – vants numurs.

Grafiski katras vants vienības spēka radītā epīra sešu simetrisku vanšu gadījumā parādīta 2.10. attēlā.



2.10. att. Lieces momentu epīra no vanšu enkurmezglos  $b$  pieliktām vienības reakcijām

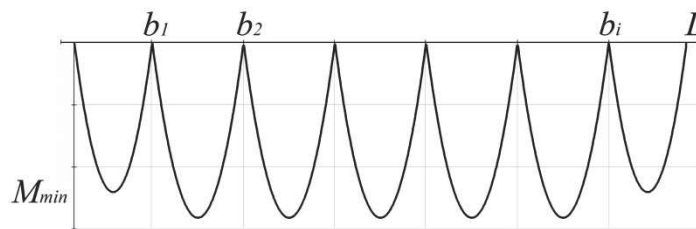
### 2.3.2 Vēlamās lieces momentu epīras definēšana

Tālāk ir svarīgi nodefinēt vēlamās momentu vērtības katram koncentrētā spēka iespējamam novietojumam. To var iegūt, zinot, ka katrā panelī starpībai starp lielāko un mazāku momenta vērtību jābūt konstantai, neatkarīgi no vanšu spēkiem. Šo konstanti var atrast no 2.28 vienādojuma, kas grafiski attēlots 2.11. attēlā.

$$M_{\min}(z) = P_0 \frac{b_{z2}(z) - 1}{b_{z2}(z) - b_{z1}(z)} (z - b_{z1}(z)) \quad (2.28)$$

kur:  $b_{z1}(z)$  – tā paneļa sākuma punkta abscisa, kurā ir pielikts koncentrētais spēks;

$b_{z2}(z)$  – šī paneļa beigu punkta abscisa.



2.11. att. Mazākā iespējamā momentu ekstrēmumu starpība panelī, atkarība no koncentrēta spēka novietojuma

Skaidrs, ka maksimālais pozitīvais moments panelī ir punktā, kur ir pielikts spēks, bet negatīvais – abos paneļa gala punktos. Zinot, ka šo abu vērtību starpība ir konstante  $M_{\min}(z)$ , minimālo iespējamo lieces momentu pēc absolūtās vērtības atrodam kā:

$$M_{\min\_poz}(z) = \frac{M_{\min}}{2}$$

$$M_{\min\_neg}(z) = -\frac{M_{\min}}{2}$$

Atbilstošās vanšu spēku vertikālās komponentes tagad var atrast, atrisinot vienādojumu sistēmu (2.29):

$$N(z)M_R' + M_P' = \frac{-M_{\min}(z)}{2}, \quad (2.29)$$

kur:

$$M_R' = \begin{pmatrix} M_R(b_1,1) & M_R(b_1,2) & \dots & M_R(b_1,i) \\ M_R(b_2,1) & M_R(b_2,2) & \dots & M_R(b_2,i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_R(b_i,1) & M_R(b_i,2) & \dots & M_R(b_i,i) \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$M_P'(z) = \begin{pmatrix} M_P(b_1, z) \\ M_P(b_2, z) \\ \dots \\ M_P(b_i, z) \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Jāatzīmē, ka matricā (2.30) ir spēkā:  $M_R(b_j, n) = M_R(b_n, j)$ , kas noved pie inversās matricas  $(M_R')^{-1}$  ar no nulles atšķirīgiem locekļiem tikai ap galveno diagonāli.

Vanšu vertikālās komponentes matricu formā var atrast:

$$N(z) = (M_R')^{-1} \left( \frac{-M_{\min}(z)}{2} - M_P'(z) \right) \quad (2.32)$$

Tagad var uzrakstīt patvaļīgā punktā  $z$  pielikta koncentrāta spēka  $P_0$  radītas momentu epīras vienādojumu ar vismazākajām iespējam ekstrēmvertībām:

$$M(x, z) = \sum_{n=1}^i (N(z)_n M_R(x, n)) + M_P(x, z) \quad (2.33)$$

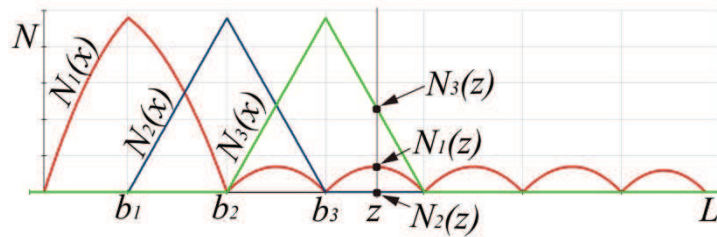
Šī vienādojuma rezultātu grafisks attēlojums tiks parādīti konkrēta piemēra apskatā 3. nodaļā.

## 2.4 Vanšu aktīvas regulēšanas koncepcija

### 2.4.1 „Aktīvo” vanšu darbība

Ir būtiski noskaidrot kā ir jāmainās vanšu stiepes spēkam, kad koncentrētais spēks kustās pāri tiltam, lai saglabātu vēlamu lieces momentu epīru [21, 61]. 2.12. attēlā parādītās līknes reprezentē nepieciešamo vanšu spēku vertikālās komponentes, kas mainās atkarībā no koncentrētā spēka pielikšanas vietas (tās uzkonstruētas no (2.32) vienādojumu sistēmas). Praktiski šādu darbību var nodrošināt, izveidojot „aktīvu” sistēmu, kas reaģē uz aktuālo stinguma sijas darbību kustīgu slodžu rezultātā un piespriedz vai atslogo kādu no vantīm [2, 3, 28, 85].

Analizējot šīs līknes, var secināt, ka „aktīvās sistēmas” iejaukšanās nepieciešama tikai kustīgā spēka novietojuma paneļa abu galu vantīm un stinguma sijas abām malējām vantīm. Šāds secinājums izdarāms arī apskatot meklējamo lieces momentu epīru, kas maina vērtību tikai trīs paneļos – abos malējos paneļos un panelī, kurā atrodas kustīgais spēks (3.17. attēls nākamajā nodaļā).



2.12. att. Trīs vanšu „aktīvas” regulēšanas spēku  $N_1$ ,  $N_2$  un  $N_3$  atkarība no koncentrētas slodzes  $P_0$  novietojuma

Veiktā analīze ļauj izdarīt būtisku secinājumu: „aktīvo” vanšu piespriegšanas spēki viscaur ir pozitīvi. Tātad vantis tiek pievilktas, bet nav nepieciešams tās atbrīvot (atslogot) vairāk par stāvokli bez kustīgās slodzes un līdz ar to nav jāsatraucas par kādas vants izslēgšanos no kopdarbības gadījumā ar salīdzinoši mazām pastāvīgajām slodzēm (viens no vanšu sistēmas ģeometriski nelineāras darbības efektiem [65]). Bez tam vēlamais rezultāts ir sasniedzams, vienlaicīgi regulējot tikai dažas vantis [12, 74].

Pirms tiek izvēlēts galējais vanšu šķērsriezuma laukums (šis lēmums jāizdara pēc visu mainīgo slodžu ietekmes analīzes, ieskaitot temperatūras, vēja u.c. ietekmi), vanšu stiepes spēku vietā ērtāk lietot atbilstošos enkurmezglu vertikālos pārvietojumus, kas dod to pašu efektu – vēlamo lieces momentu epīru var iegūt tikai vienā stinguma sijas deformētā stāvokļa formā. Mezglu punktu pārvietojumus vēlāk var nodrošināt ar jebkādu vanšu stingumu, atbilstoši tās noregulējot; tad kā noteicošais robežnosacījums paliek pieļaujamie spriegumi vantīs [34, 35, 36, 69, 84].

## 2.4.2 Stinguma sijas deformētais stāvoklis

Meklējamos stinguma sijas mezglu punktu pārvietojumus no lietderīgās transporta slodzes atradīsim, atrisinot stieņa liektās ass diferenciālvienādojumu gadījumam ar kustīgu koncentrētu spēku [37].

Divbalstu sijas izlieci no spēka  $P_0$ , kas pielikts patvaļīgā punktā  $z$  apraksta divi vienādojumi – attiecīgi apgabalam pirms un pēc punkta  $z$ :

$$y_p(x, z) = \begin{cases} \frac{P_0 x^3}{6E_S I} \left(1 - \frac{z}{L}\right) + xC_{11}(z), & ja \quad 0 \leq x \leq z \\ \frac{P_0 z}{2E_S I} \left(x^2 - \frac{x^3}{3L}\right) + xC_{21}(z) + C_{22}(z), & ja \quad z < x \leq L \end{cases}, \quad (2.34)$$

kur integrēšanas konstantes ir atrodamas:

$$C_{11}(z) = \frac{P_0 z}{6E_S I} \left( 3z - \frac{z^2}{L} - 2L \right) \quad (2.35)$$

$$C_{21}(z) = \frac{-P_0 z}{6E_S I} \left( \frac{z^2}{L} + 2L \right) \quad (2.36)$$

$$C_{22}(z) = \frac{P_0 z^3}{6E_S I} \quad (2.37)$$

Analoģiski katras vants stiepes spēka vertikālās komponentes  $N$  radītos pārvietojumus izsaka vienādojumu sistēma:

$$y_N(x, z, n) = \begin{cases} \frac{N(z)_n x^3}{6E_S I} \left( 1 - \frac{b_n}{L} \right) + x C_{N11}(n, z), & \text{ja } 0 \leq x \leq b_n \\ \frac{N(z)_n b_n}{2E_S I} \left( x^2 - \frac{x^3}{3L} \right) + x C_{N21}(n, z) + C_{N22}(n, z), & \text{ja } b_n < x \leq L \end{cases}, \quad (2.38)$$

kur integrēšanas konstantes var iegūt:

$$C_{N11}(n, z) = \frac{N(z)_n b_n}{6E_S I} \left( 3b_n - \frac{b_n^2}{L} - 2L \right) \quad (2.39)$$

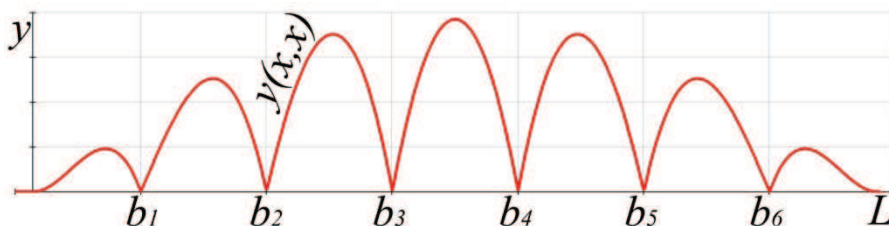
$$C_{N21}(n, z) = \frac{-N(z)_n b_n}{6E_S I} \left( \frac{b_n^2}{L} + 2L \right) \quad (2.40)$$

$$C_{N22}(n, z) = \frac{N(z)_n b_n}{6E_S I} \quad (2.41)$$

Summāro liektās ass deformēto stāvokli izsaka:

$$y(x, z) = y_p(x, z) + \sum_{n=1}^i y_N(x, z, n) \quad (2.42)$$

Izteiksme (2.42) ir izmantojama gan stinguma sijas izlieces konstruēšanai, ja spēks  $P_0$  atrodas patvaļīgā punktā ar abscisu  $z$ , gan atsevišķa punkta pārvietojuma izpētei, ja spēks pārvietojas pāri tiltam (ietekmes līnija). 2.13. attēlā ir parādīts katra punkta pārvietojums, kustīgajam spēkam atrodoties tieši šajā punktā (funkcija  $y(x, x)$ ).



2.13. att. Katra atsevišķa punkta pārvietojums no kustīgā spēka  $P_0$ , kas pielikts tieši šajā vietā gadījumam, kad darbojas „aktīvo” vanšu sistēma

## 2.5 Sijas ar elastīgiem starpbalstiem analītisks aprēķins

### 2.5.1 Nepārtraukta daudzlaidumu sija uz elastīgiem balstiem

Iepriekš izdarītie apgalvojumi un dotie priekšlikumi ir mērķēti uz racionālu parametru noteikšanu vanšu sistēmas tiltam, kuram ir nedefinēts kāds beigu stāvokļa kritērijs, kas jāizpilda gatavai būvei.

Tālāk analītiski risināsim jautājumu par stinguma sijas darbību kā sijai ar elastīgiem atsperveida balstiem pie uzdotiem nesošo elementu parametriem, kas izvēlēti pēc šajā pētījumā izdarītajiem pieņēmumiem. Šī apsvēruma princips ir tradicionāls konservatīvai būvkonstrukciju analīzei – beigu stāvokļa (lieces moments, spriegums, pārvietojums) funkcionāla atkarība no patvaļīgi pieņemtiem izejas datiem.

Ar atsevišķu aprēķina bloku uz elastīgiem starpbalstiem balstītas stinguma sijas darbības izvedumu iespējams vispārināt jebkuram pilonu un vanšu izvietojumam, piemeklējot atbilstošus balstu atsperes koeficientus [75].

Šajā analītiskajā aprēķinā kā funkcijas mainīgos atstāsim galvenos izejas datus – vanšu enkurmezglu vertikālo pārvietojumu atsperes koeficientus (tie izriet no vants stinguma  $E_v F$ ), stinguma sijas stingumu  $E_s I$  un vispārīgā gadījumā – stinguma sijas mezglu skaitu  $n$  (elastīgie un stingie balsti).

Vispārīgais uzdevuma izvedums ir izdarīts, pieņemot atsperveida balstu katrā stinguma sijas mezglā. Vietās, kur paredzamas vertikālo pārvietojumu izslēdzošas balstīklas (tilta galos un pilonu vietās) ir iespējams uzrādīt atsperi ar bezgalīgu stingumu. Tādejādi šis izvedums ir viegli pielāgojams galvenajām vanšu tiltu sistēmām – ar vienu vai diviem piloniem, kā arī ar vienu, diviem vai trim laidumiem.

Vispārinātais izvedums tiks izdarīts, pieņemot vertikālas atsperes mezglu punktus, kuras darbojas lineāri, ja nav papildus efekta, kas rodas slīpai vantij pagriežoties (lielo pārvietojumu nelineārais efekts).

Statiski nenoteicamas sistēmas risināšanai izmantosim pārvietojumu metodi no būvmehānikas [55]. Ņemot vērā, ka mezglu skaits  $n$  ir viens no mainīgajiem, atrisinājumu meklēsim matricu formā, jo šāds algoritms darbojas jebkuram risināmās vienādojumu sistēmas nezināmo skaitam. Kad sija ir sadalīta paneļos (izmantojot šajā darbā dotās rekomendācijas vai arī pēc citiem apsvērumiem), ieviešam vienas kolonnas matricas:

- $b$  – visu mezglu punktu abscisas pieņemtā koordinātu sistēmā ( $n$  locekļi);
- $L_k$  – paneļu garumi ( $n-1$  locekļi);

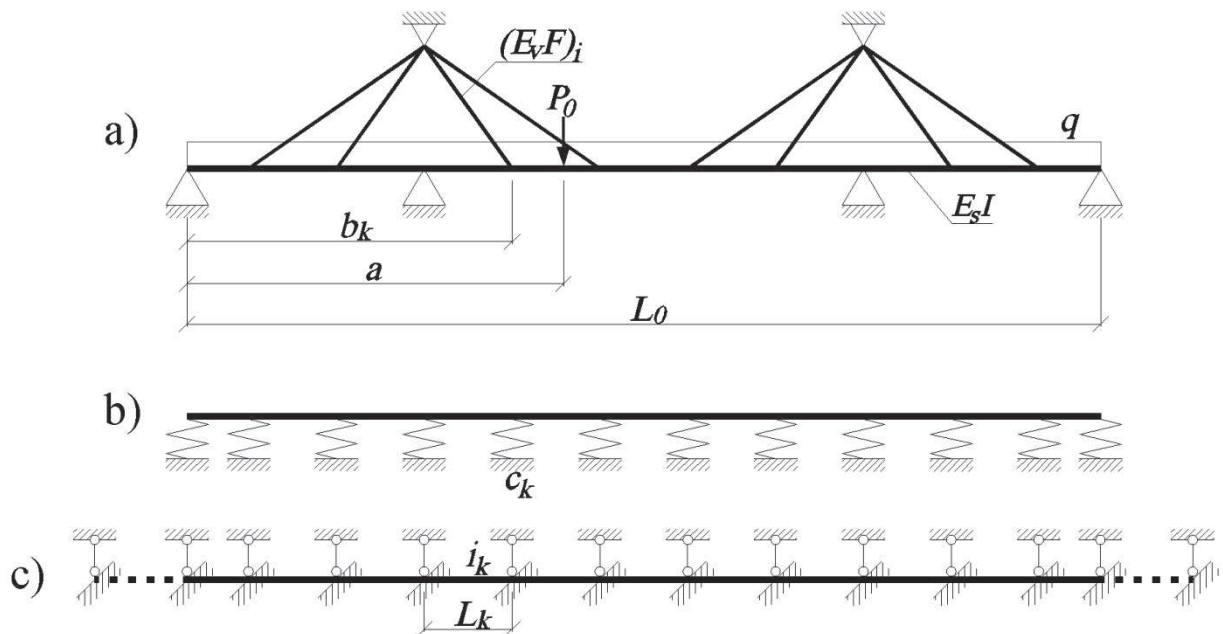
- $i$  – paneļa īpatnējais stingums ( $n-1$  locekļi), kuru aprēķina:

$$i_k = \frac{E_s I}{L_k} \quad (2.43)$$

Jāatzīmē, ka šis aprēķins ļauj izmantot atšķirīgus sijas inerces momentus katrā panelī.

Pārvietojumu metodē par nezināmiem pieņem mezglu kinemātiskos lielumus – pagriezienus un lineārus vertikālos pārvietojumus. Šo lielumu noteikšanai, katrā mezglā fiktīvi jāizveido pagriezienu ierobežojošs iespīlējums un vertikāla saite. Piešķirot katram mezglam vienības pagriezienu un vienības vertikālo pārvietojumu, kā arī zinot ārējās slodzes (izkliedētā slodze un koncentrēti spēki), no kurām konstruē pamatsistēmas epīras, var sastādīt kanoniskos vienādojumus. Papildus mezglu punktos jāpieliek spēks no atsperveida balsta (izstiepjama vants), kas ir tieši proporcionāls pārvietojumam šajā mezglā.

Aprēķina shēmas un pārvietojumu metodes pamatsistēmas izveidošanas princips parādīts 2.14. attēlā. Risinājuma vispārināšanai (noprogrammēšanai) ir ērti laiduma abos galos pievienot vēl pa vienam fiktīvam laidumam, kas ļauj izveidot universālu aprēķina algoritmu, distancējoties no atšķirīgas malējā paneļa darbības. Šiem fiktīvajiem laidumiem var patvaļīgi pieņemt garumu un īpatnējo stingumu, jo kanonisko vienādojumu atrisinājums uzrādīs, ka šī paneļa galos nav lieces momenta piepūli.



2.14. att. Vispārināta vanšu tilta aprēķina shēma:

a – tilta shēma; b – aprēķina shēma; c – pārvietojumu metodes pamatsistēma

Nezināmās mezglu punktu deformācijas (pagrieziens un pārvietojums) var iegūt atrisinot kanonisko vienādojumu sistēmas:

- no izkliedētas slodzes  $q$ :


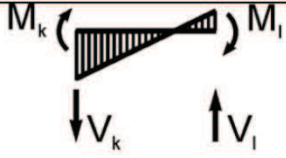

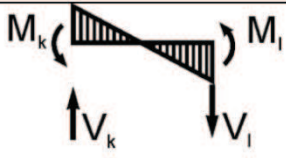
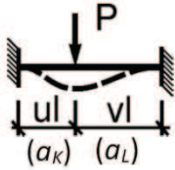



$$\begin{cases} Zq_1 \cdot r_{1,1} + Zq_2 \cdot r_{1,2} + \dots + Zq_{2n} \cdot r_{1,2n} + Rq_1 = 0 \\ Zq_1 \cdot r_{2,1} + Zq_2 \cdot r_{2,2} + \dots + Zq_{2n} \cdot r_{2,2n} + Rq_2 = 0 \\ \dots \\ Zq_1 \cdot r_{2n,1} + Zq_2 \cdot r_{2n,2} + \dots + Zq_{2n} \cdot r_{2n,2n} + Rq_n = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

- no koncentrēta spēka  $P$ :

$$\begin{cases} Zp_1 \cdot r_{1,1} + Zp_2 \cdot r_{1,2} + \dots + Zp_{2n} \cdot r_{1,2n} + Rp_1 = 0 \\ Zp_1 \cdot r_{2,1} + Zp_2 \cdot r_{2,2} + \dots + Zp_{2n} \cdot r_{2,2n} + Rp_2 = 0 \\ \dots \\ Zp_1 \cdot r_{2n,1} + Zp_2 \cdot r_{2n,2} + \dots + Zp_{2n} \cdot r_{2n,2n} + Rp_n = 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Kanonisko vienādojumu sistēmas atrisinājums dod nezināmos lieces momentus un vertikālos spēkus mezglu punktos. Ņemot vērā, ka mezglu (tātad – arī vanšu) skaitu  $n$  izmantosim kā vienu no mainīgajiem, tad vienādojumu sistēmas atrisinājumu meklēsim matricu formā.

2.1. tab. Pārvietojumu metodes pamatsistēmas epīras no mezglu vienības deformācijām (pagriezieni un lineārie pārvietojumi) un ārējās slodzes

Sloojums	Epīra	Lieces momentu un balstu reakciju vērtības
		$M_k=4i$ $M_l=2i$ $V_k=V_l=6i/l$
		$M_k=M_l=6i/l$ $V_k=V_l=12i/l^2$
		$M_p=2Pu^2v^2/l$ $M_k=uv^2Pl$ $M_l=u^2vPl$ $V_k=v^2(1+2u)P$ $V_l=u^2(1+2v)P$
		$M_k=M_l=ql^2/12$ $V_k=V_l=ql/2$

2.1. tabulā dotas pamatsistēmas epīras un to raksturīgās vērtības visiem gadījumiem, kas jāapskata sastādītajai pamatsistēmai [11]. Mezgla vienības deformācijas ietekmē abus paneļus, kuriem pieder šis mezgls (tādēļ universāla algoritma uzrakstīšanai nepieciešami fiktīvie papildus paneļi abos sijas galos), savukārt ārējā slodze ietekmē tikai to paneli, kurā tā ir pielikta.

No mezglu vienības pagriezieniem un pārvietojumiem izveidosim kvadrātisku matricu  $r$  ar  $2n$  kolonnām un  $2n$  rindām (jo katrā mezglā ir izveidoti divi fiktīvi ierobežojumi – pagrieziens un vertikālā pārvietojuma). Ņemot vērā izvedumu abos galos iespīlētam stienim, iegūstam matricas  $r$  vispārīgo formu:

$$r_{u,v} = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} ja\ 1 \leq u \leq n \\ ja\ n+1 \leq v \leq 2n \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} ja\ 1 \leq v \leq n \left\{ \begin{array}{l} 4i_u + 4i_{u+1},\ ja\ v = u \\ 2i_{\max(u,v)},\ ja\ |v-u| = 1 \end{array} \right. \\ \\ \left. \begin{array}{l} \frac{6i_{v-n}}{L_{v-n}} - \frac{6i_{v-n+1}}{L_{v-n+1}},\ ja\ v = u+n \\ (v-u-n) \frac{6i_{\max(u,v-n)}}{L_{\max(u,v-n)}},\ ja\ |v-u-n| = 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \\ \left. \begin{array}{l} ja\ n+1 \leq u \leq 2n \\ ja\ n+1 \leq v \leq 2n \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} r_{v,u},\ ja\ 1 \leq v \leq n \\ \\ \left. \begin{array}{l} C_{u-n} + \frac{12i_{v-n}}{L_{v-n}^2} - \frac{12i_{v-n+1}}{L_{v-n+1}^2},\ ja\ v = u \\ -\frac{12i_{\max(u,v)-n}}{L_{\max(u,v)-n}^2},\ ja\ |v-u| = 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. , \quad (2.46)$$

kur:  $u$  – kolonnas numurs;

$v$  – rindas numurs;

$C$  – mezgla atsperes koeficients;

$i_{max}$  un  $L_{max}$  – lielākais no apskatāmajam mezglam blakus esošo divu paneļu īpatnējiem stingumiem  $i$  un garumiem  $L$ .

Šajā izvedumā ir izmantota stingumu matricas īpašības, ka  $r_{u,v} = r_{v,u}$ . Kvadrātiskā matrica ir sadalīta četros segmentos – atbilstoši izteiksmes (2.40) sadalījumam un sekojošam piemēram (tas parādīts vienkāršotam gadījumam – kad visu paneļu garumi ir vienādi un stinguma sijai ir konstants inerces moments):

$$\begin{array}{c}
\text{lieces moments } v\text{-tajā mezglā no} \\
\text{\textit{u}-tā mezgla vienības pagrieziņa} \\
\downarrow \\
\begin{array}{cccccccc}
r_{1,1} & r_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & r_{2,1} & r_{2,2} & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & r_{2,2} & r_{2,1} & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,1} \\
\dots & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{2,1} & r_{1,1} \\
\hline
r_{n+1,1} & -r_{n+1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
r_{n+1,1} & 0 & -r_{n+1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & r_{n+1,1} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 & -r_{n+1,1} & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & r_{n+1,1} & 0 & -r_{n+1,1} \\
\dots & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{n+1,1} & r_{n+1,1}
\end{array} \\
\uparrow \\
\text{\textit{v}-tā mezgla balsta reakcija no } u\text{-tā} \\
\text{mezgla vienības pagrieziņa}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\text{lieces moments } v\text{-tajā mezglā no} \\
\text{\textit{u}-tā mezgla vienības pārvietojuma} \\
\downarrow \\
\begin{array}{cccccccc}
-r_{n+1,1} & r_{n+1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
-r_{n+1,1} & 0 & r_{n+1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -r_{n+1,1} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & 0 & r_{n+1,1} & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & -r_{n+1,1} & 0 & r_{n+1,1} \\
\dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_{n+1,1} & r_{n+1,1} \\
\hline
r_{n+1,n+1} & r_{n+2,n+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
r_{n+2,n+1} & r_{n+2,n+2} & r_{n+2,n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & r_{n+2,n+1} & r_{n+2,n+2} & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & \dots & r_{n+2,n+2} & r_{n+2,n+1} & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & r_{n+2,n+1} & r_{n+2,n+2} & r_{n+2,n+1} \\
\dots & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{n+2,n+1} & r_{2n,2n}
\end{array} \\
\uparrow \\
\text{\textit{v}-tā mezgla balsta reakcija no } u\text{-tā} \\
\text{mezgla vienības pārvietojuma}
\end{array}
\end{array}
\quad (2.47)$$

No piedāvātā risinājuma noprogramēšanas viedokļa ir svarīgi vērst uzmanību uz to, ka gadījumā ar stinguma sijas sadalījumu vienādos paneļos (konstants  $L$ ) un nemainīgu stingumu (konstants  $i$ ), matricai (2.47) ir tikai 7 dažādi locekļi.

Uzrakstīsim vienas kolonnas matricas, kas parāda pamatsistēmas momentu epīru no vienmērīgi izkliedētas slodzes  $q$  visas sijas garumā (matrica  $Rq$ ) un no koncentrēta spēka  $P$ , kas pielikts mainīgā attālumā  $a$  no sijas sākuma (matrica  $Rp$ ). Abās šajās vienas kolonnas matricās ir  $2n$  locekļu.

$$Rq_v = \begin{cases} \frac{q}{12} (L_{v+1}^2 - L_v^2), & \text{ja } 1 \leq v \leq n \\ \frac{q}{2} (L_{v-n+1} - L_{v-n}), & \text{ja } n+1 \leq v \leq 2n \end{cases} \quad (2.48)$$

$$Rp_v(a) = \begin{cases} P \left( \left( \frac{a-b_v}{L_v} \right)^2 (b_{v+1} - a) - \left( \frac{b_{v+1}-a}{L_{v+1}} \right)^2 (a-b_v) \right), & \text{ja } 1 \leq v \leq n \\ P \left( \left( \frac{a-b_{v-n}}{L_{v-n}} \right)^2 \left( 1 + \frac{2(b_{v-n+1}-a)}{L_{v-n}} \right) + \left( \frac{b_{v-n+1}-a}{L_{v-n+1}} \right)^2 \left( 1 + \frac{2(a-b_{v-n})}{L_{v-n+1}} \right) \right), & \text{ja } n+1 \leq v \leq 2n \end{cases} \quad (2.49)$$

kur:  $b$  – vienas kolonnas matrica, kas satur apskatāmā paneļa sākuma mezgla abscisas;  
 $a$  – koncentrēta spēka pielikšanas punkta abscisa.

Matricai  $Rp$  ir no nulles atšķirīgi locekļi tikai elementiem, kas attiecas uz koncentrēta spēka pielikšanas vietai tuvākajiem mezgliem. Tā kā kustīgo slodzi, kura ir reprezentēta ar koncentrētu spēku, var pielikt jebkurā punktā, tad lielumi  $a_K$  un  $a_L$  (skat. 2.1. tabulu) ir funkcijas no spēka pielikšanas punkta abscisas  $a$ . Vienādojumos (2.48) un (2.49) šie parametri jau ir izteikti caur lielumiem  $b$ ,  $a$  un  $L$ .

Kanonisko vienādojumu atrisinājums, kas dod mezglu punktu pagriezienu leņķus un pārvietojumus matricu formā ir izsakāms:

$$\begin{cases} Zq = r^{-1}Rq \\ Zp(a) = r^{-1}Rp(a) \end{cases} \quad (2.50)$$

Tālāk atradīsim pamatsistēmas momentu epīras no izkliedētās slodzes un no koncentrēta spēka: epīras  $Mq_k(x)$  un  $Mp_k(x)$ , kur  $k$  – apskatāmā paneļa numurs. Dotie vienādojumi ir spēkā katram atsevišķam pamatsistēmas panelim. Lai iegūtu epīru visai stinguma sijai, vienmērīgi izkliedētas slodzes gadījumā jāsummē visu atsevišķo paneļu epīras, bet koncentrēta spēka gadījumā kopējo epīru reprezentē tikai tā viena atsevišķā paneļa epīra, kurā atrodas spēks.

Pamatsistēmas  $k$ -tā paneļa lieces momenta vienādojums no izkliedētas slodzes  $q$ :

$$Mq_k(x) = \frac{q}{12} \left( -L_k^2 + 6L_k(x - b_k) - 6(x - b_k)^2 \right) \quad (2.51)$$

Lieces moments no koncentrēta spēka  $P$  pamatsistēmas panelī, kurā šis spēks ir pielikts:

$$Mp_k(a, x) = \begin{cases} P \left( \frac{(b_{k+1} - a)^2 \left( (x - a)(L_k + 2(a - b_k)) + 2(a - b_k)^2 \right)}{L_k^3} \right), \\ ja \quad b_k \leq x \leq a \\ P \left( \frac{(a - b_k)^2 \left( (b_{k+1} - x)(L_k + 2(b_{k+1} - a)) - L_k(a - b_k) \right)}{L_k^3} \right), \\ ja \quad a < x \leq b_{k+1} \end{cases} \quad (2.52)$$

Jāatrod arī mezglu punktu vienības pagriezienu un pārvietojumu radītās pamatsistēmas momentu epīru analītiskās izteiksmes – attiecīgi  $M1_p(x)$  un  $M2_p(x)$ :

$$M1_p(x) = \begin{cases} \frac{6i_p(b_p - x)}{b_p - b_{p-1}} - 4i_p, & \text{ja } b_{p-1} \leq x \leq b_p \\ \frac{6i_{p+1}(b_{p+1} - x)}{b_{p+1} - b_p} - 2i_{p+1}, & \text{ja } b_p < x \leq b_{p+1} \end{cases} \quad (2.53)$$

$$M2_p(x) = \begin{cases} \frac{12i_p(b_p - x)}{L_p(b_p - b_{p-1})} - \frac{6i_p}{L_p}, & \text{ja } b_{p-1} \leq x \leq b_p \\ \frac{12i_{p+1}(x - b_{p+1})}{L_{p+1}(b_{p+1} - b_p)} - \frac{6i_{p+1}}{L_{p+1}}, & \text{ja } b_p < x \leq b_{p+1} \end{cases}, \quad (2.54)$$

kur:  $p$  – apskatāmais mezgls, kurā realizējas vienības pagrieziens vai vienības pārvietojums (vienādojums jāraksta atsevišķi katram mezgla).

Tagad kā summu no pamatsistēmas momentu epīrām un vienības pagriezienu un pārvietojumu epīrām, kas reizinātas ar atrastajiem faktiskajiem  $Zq$  un  $Zp$ , varam uzrakstīt statistiski nenoteicamas nepārtrauktas sijas uz elastīgiem atspērveida starpbalstiem momentu epīras analītiskos vienādojumus no vienmērīgi izkliedētas slodzes uz visa laiduma un no koncentrēta spēka, kas pielikts attālumā  $a$  no sijas sākuma: funkcijas  $Mq(x)$  un  $Mp(a,x)$ .

$$Mq(x) = \sum_{k=1}^{n-1} Mq_k(x) + \sum_{p=1}^n (Zq_p \cdot M1_p(x)) + \sum_{p=1}^n (Zq_{p+n} \cdot M2_p(x)) \quad (2.55)$$

$$Mp(a,x) = \sum_{k=1}^{n-1} Mp_k(a,x) + \sum_{p=1}^n (Zp_p(a) \cdot M1_p(x)) + \sum_{p=1}^n (Zp_{p+n}(a) \cdot M2_p(x)) \quad (2.56)$$

Kopējā stinguma sijas momentu epīra:

$$M(a,x) = Mq(x) + Mp(a,x) \quad (2.57)$$

Šāda risinājuma nozīmīga priekšrocība ir atrastie spēki uz stinguma siju – gan ārējās slodzes, gan elastīgo starpbalstu reakcijas. Tie ļauj viegli atrast stinguma sijas liektās ass vienādojumu, pieliekot šos spēkus kā ārējās slodzes statistiski noteicamai divbalstu sijai, kas reprezentē visu stinguma siju.

## 2.5.2 Sijas uz elastīgiem balstiem deformācijas

Mezglu punktu pārvietojumus var uzreiz noteikt arī no balstu reakcijām un atsperes koeficientiem. Tas ļauj jau pirms iepriekšējā nodaļā nodemonstrētās momentu epīru konstruēšanas uzrakstīt sijas liektās ass vienādojuma analītisko izteiksmi. Kā zināms no liektās ass diferenciālvienādojuma sakarībām, tad lieces momentu un šķērsspēku epīras iespējams uzkonstruēt attiecīgi divreiz un trīsreiz atvasinot izlieču funkciju. Nodemonstrēsim šādu aprēķinu gaitu, kas var kalpot rezultātu pārbaudei.

Liektās ass vienādojumu var uzkonstruēt, zinot visus spēkus, kas darbojas uz stinguma siju (pieliktās slodzes un elastīgo balstu reakcijas). Atsperbalstu reakcijas ir nosakāmas:

$$R_p(a) = (Zp_{p+n}(a) + Zq_{p+n}) \sum_{v=1}^n r_{v+n,p+n} \quad (2.58)$$

Svarīgi atzīmēt, ka vienas kolonnas matricu  $Zp$  un  $Zq$  pārvietojumus reprezentē locekļi no  $n+1$  līdz  $2n$ . Tāpat matricā  $r$  pārvietojumus nosaka labās puses apakšējā ceturtdaļa. Uzdevumos ar konstantu stinguma sijas stingumu  $E_s I$  un paneļu garumu  $L_f$ , ir spēkā sakarība, ka matricas  $r$  labās puses apakšas ceturtdaļas rindu summa vienāda ar elastīgo balstu atsper koeficientiem:

$$\sum_{v=1}^n r_{v+n,p+n} = C_p \quad (2.59)$$

Divbalstu sijas deformētā stāvokļa izvedums vienmērīgi izklienātai slodzei un koncentrētiem spēkiem (tajā skaitā – balstu reakcijām) ir dots jau iepriekšējās nodaļās (skat. vienādojumus (2.2), (2.34) un (2.38)). Tādēļ vienlaiduma stinguma sijas liektās ass funkcijas meklēšanā vairāk neiedziļināsimies. Jāatzīmē, ka tagad atrasts izvedums sistēmai, kurā arī sijas gali var vertikāli pārvietoties, tātad izliece būs arī galu mezglu punktiem.

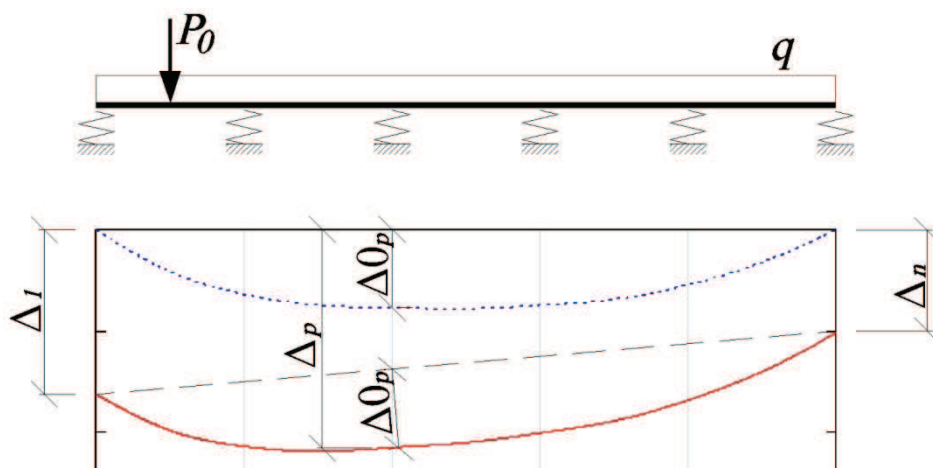
Atrastās vienas kolonnas matricas  $Zp$  un  $Zq$  ļauj uzreiz iegūt mezglu punktu pagriezienus un pārvietojumus. Stinguma sijas liektās ass vienādojuma atrašanai ir svarīgi noskaidrot mezglu pārvietojumus:

$$\Delta_p = \frac{R_p(a)}{C_p} \quad (2.60)$$

Šis atrisinājums uzrāda arī sijas galu vertikālos pārvietojumus, kas ir noderīgi vispārīgam gadījumam – laidumam, kas ir pilnībā iekārts vantīs un kuram nav stingru balstīklu galos. Gadījumā, ja šādai sistēmai jāpārbauda pieļaujamo izlieču nosacījums, tad būtiska ir relatīvā izliece – pārvietojums attiecībā pret nosacītu taisnu stāvokli – skat. 2.15. attēlu.

Mezglu punktu relatīvie pārvietojumi ir nosakāmi:

$$\Delta 0_p = \Delta_p - \Delta_1 + \frac{b_p(\Delta_1 - \Delta_n)}{L_0} \quad (2.61)$$



2.15. att. Sijas uz elastīgiem balstiem relatīvie un absolūtie pārvietojumi

Izmantojot atrastās elastīgo balstu reakcijas  $R_p$  un zināmās ārējās slodzes (tai skaitā – kustīgu koncentrētu spēku), iespējams sijas liektās ass vienādojumu uzrakstīt kā atsevišķo iedarbju radīto pārvietojumu summu.

Divbalstu sijas izlieces funkcija no vienmērīgi izkliedētas slodzes ir jau atrasta (2.2) vienādojumā. Izlieces funkcija no koncentrētiem spēkiem (kustīgā slodze, vanšu spēku vertikālās komponentes), atbilstoši atrisinot sijas liektās ass diferenciālvienādojumus ir dots vienādojumā (2.34) un (2.38) ar atbilstošajām integrēšanas konstantēm (2.35), (2.36), (2.37) un (2.39), (2.40), (2.41).

Ar šiem vienādojumiem koncentrēta spēka radīto izlieces vienādojumu  $y_p(x,a)$  iegūstam, mainīgā  $z$  vietā ievietojot spēka pielikšanas punkta abscisu  $a$ . Savukārt vanšu spēku pārvietojumu vienādojuma  $y_R(x,a)$  noteikšanai  $z$  vietā jāievieto matricas  $b$  atbilstošais loceklis.

Summāro liektās ass vienādojumu atrod:

$$y(x,a) = y_q(x) + y_p(x,a) + \sum_{b=b_1}^{b_n} y_R(x,b) \quad (2.62)$$

Tātad pēc mezglu punktu nezināmo pārvietojumu atrašanas, uzreiz samērā vienkārši var uzrakstīt liektās ass vienādojumu.

Lieces momentu un šķērsspēku epīru var iegūt attiecīgi divas un trīs reizes atvasinot liektās ass vienādojumu:

$$M(x,a) = \frac{y^2(x,a)}{dx^2} \quad (2.63)$$

$$Q(x,a) = \frac{y^3(x,a)}{dx^3} \quad (2.64)$$

Ja šādam risinājumam iespējams izveidot algoritmu izmantojamā programmatūrā, tad var izvairīties no apjomīgiem aprēķiniem, kas saistīti ar pamatsistēmas vienības pārvietojumu, pagriezienu un ārējo slodžu ietekmes aprēķinu un ietver vairāku palīgpīru konstruēšanu (2.5.1 nodaļā aprakstītās darbības). Tas ir iespējams, izmantojot inženieraprēķinu programmatūru MathCAD, taču sarežģītākām sistēmām jāreķinās ar visai laikietilpīgu problēmas grafiskās interpretācijas attēlošanu (programmas algoritms darbojas lēni). Tāpēc vispārīgā risinājuma meklēšanai šajā darbā ir iekļauts arī pilnais izvedums.

Jāatzīmē, ka no 2.5.1 nodaļā atrastajām elastīgo balstu reakcijām un ārējās slodzes, nav grūti konstruēt arī stinguma sijas šķērsspēku epīru. Šo risinājumu dziļāk neizklāstot, jautājumu atrisināsim ar analītiskās funkcijas (2.57) atvasināšanu (kas MathCAD vidē ātri dod atrisinājumu):

$$Q(x, a) = \frac{M(x, a)}{dx} \quad (2.65)$$

Šajā nodaļā parādītais risinājums ļauj viegli konstruēt vairākas interesantas likumsakarības, piemēram, elastīgo balstu reakciju ietekmes līnijas, mezglu pārvietojumu ietekmes līnijas, kustīga koncentrēta spēka radīto aptvērējepīru un tamlīdzīgi.

### **2.5.3 Izveduma pielietojums jebkuram pilonu un vanšu izvietojumam**

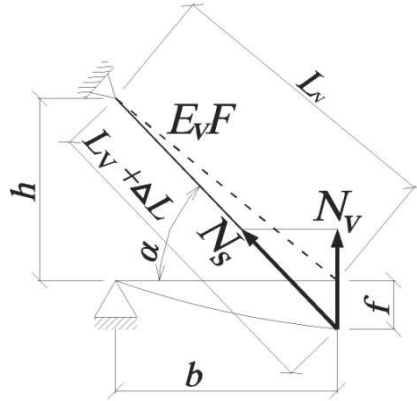
Iepriekšējā nodaļā izvestās likumsakarības, kas raksturo tilta laiduma darbību kā sijai uz elastīgiem balstiem, ir derīgas visām populārākajām vanšu tilta shēmām (ar vienu vai diviem piloniem; ar vienu, diviem vai trim laidumiem; simetriskas un nesimetriskas shēmas), atbilstoši koriģējot elastīgo balstu atsperes koeficientus. Vietas, kurās laidums balstīts uz balstīklām (piemēram, pilona savienojuma mezglā un laiduma galos), iespējams raksturot ar atsperes koeficientu  $C = \infty$ .

Tātad neatkarīgi no stinguma sijas darbības, nepieciešams atrast likumsakarības starp katrai shēmai raksturīgajiem vanšu parametriem (slīpums, garums, stingums  $E_v F$ ) un atbilstošajiem atsperes koeficientiem. Tomēr šeit jāņem vērā divi galvenie slīpu vanšu darbības nelineārie efekti [82, 86]:

- stinguma atkarība no sprieguma vantī (pašsvara nokares ietekme);
- vants leņķiskā pagriešanās, enkurmezglam vertikāli pārvietojoties.

Risinājums pašsvara nokares ietekmes ievērtēšanai tiks aprakstīt 2.6 nodaļā.

Vants leņķiskās pagriešanās efekts parādīts 2.16. attēlā. Līdzīgs uzdevums tika risināts jau 2.2.5 nodaļā, kur tika postulēts nepieciešamais vants enkurmezgla pārvietojums, no kura tika atrasts atbilstošs slīpas vants stingums. Tagad jārisina pretējs uzdevums – no slīpas vants stinguma jāatrod tās apakšējā gala vertikālais pārvietojums un atbilstošais elastīgā balsta atsperes koeficients. Tālākie spriedumi parādīs, ka šis ir nelineārs uzdevums, jo meklētais atsperes koeficients atkarīgs no vants slīpuma leņķa sinusa.



2.16. att. Slīpas vants pagriezienu ietekme uz tās gala vertikālo pārvietojumu

Novērtēsim šī nelineārā efekta ietekmi praksē sastopamu reālu stinguma sijas pārvietojumu apgabalā. No ģeometriskām likumsakarībām vants pagarinājumu  $\Delta L$  varam izteikt:

$$\Delta L = (L_v + \Delta L) - L_v = \sqrt{(h + f)^2 + b^2} - \sqrt{h^2 + b^2} \quad (2.66)$$

Savukārt no vants mehānisko īpašību likumsakarībām tās pagarinājums ir izsakāms:

$$\Delta L = \frac{N_s \cdot L_v}{E_v F} = \frac{N_s \sqrt{h^2 + b^2}}{E_v F} \quad (2.67)$$

Tagad atradīsim vants stiepes spēka vertikālo komponenti  $N_v$  un ievietosim šajā izteiksmē atrastās  $\Delta L$  un  $N_s$  likumsakarības:

$$\begin{aligned} N_v &= N_s \sin \left( \arctg \left( \frac{h + f}{b} \right) \right) = \\ &= \frac{E_v F \left( \sqrt{(h + f)^2 + b^2} - \sqrt{h^2 + b^2} \right)}{\sqrt{h^2 + b^2}} \sin \left( \arctg \left( \frac{h + f}{b} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Atrasto elastīgā balsta vertikālo spēku izdalot ar atbilstošo pārvietojumu, iegūstam meklēto atsperes koeficientu:

$$C = \frac{E_v F \left( \sqrt{(h+f)^2 + b^2} - \sqrt{h^2 + b^2} \right)}{f \cdot \sqrt{h^2 + b^2}} \sin \left( \arctg \left( \frac{h+f}{b} \right) \right) \quad (2.69)$$

(2.69) izteiksme parāda, ka atsperes koeficients ir atkarīgs no četriem nezināmajiem – vants stinguma  $E_v F$ , vants vertikālās un horizontālās projekcijas  $h$  un  $b$ , kā arī vants apakšas gala vertikālā pārvietojuma  $f$ . Vants stinguma ietekme ir tieši proporcionāla (lineāra), tādēļ tās ietekmes padziļinātā izpēte nav interesanta.

Pārējiem trim mainīgajiem novērtēsim nelabvēlīgākās ietekmes apgabalu. No ģeometrijas likumsakarībām ir redzams, ka piemēram, vertikālai vantij pagriešanās efekta nav, bet palielinoties slīpumam tas kļūst nozīmīgāks. Tātad jāmeklē iespējami lēzenākā vants. Parasti tiek rekomendēts minimālais vants slīpums  $25^\circ$ , kas acīmredzot dos visbūtiskāko ietekmi uz gala vertikālo pārvietojumu [23]. Apskatot sliktāko gadījumu, varam parametrus  $h$  un  $b$  saistīt ar izteiksmi:

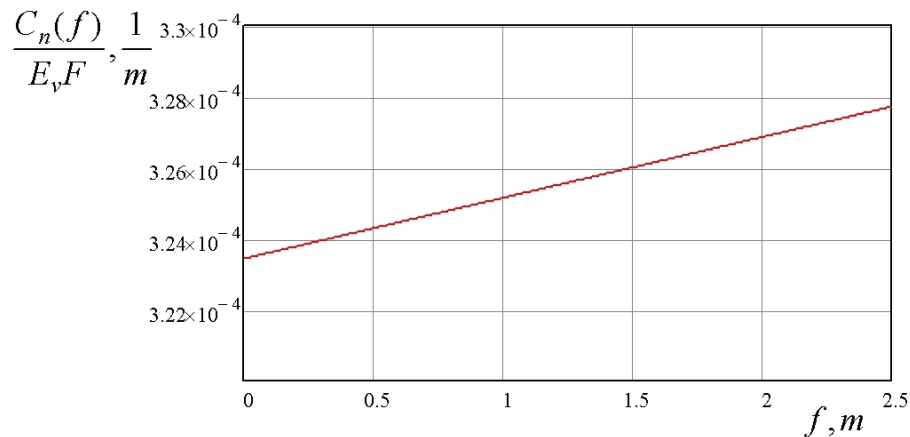
$$h = b \cdot \operatorname{tg}(25^\circ) \quad (2.70)$$

Liela laiduma daudzvanšu tiltiem, kuriem vants nelineārās darbības efekts ir būtiskāks, apskatāmās garākās (jeb lēzenākās) vants horizontālā projekcija ir aptuveni vienāda ar pusi no centrālā laiduma garuma:  $b \approx L/2$ . Šobrīd pasaulē garāko vanšu tiltu centrālais laidums ir ap 1000m. Apskatīsim vertikālā pārvietojuma  $f$  ietekmi vantij ar horizontālo projekciju  $b = 1000\text{m}/2 = 500\text{m}$  un vertikālo projekciju  $h = 500\text{m} \cdot \operatorname{tg}(25^\circ) = 233\text{m}$ . Tad atsperes koeficienta nelineārā atkarība no pārvietojuma  $f$  (pie konstanta vants stinguma) ir uzrakstāma:

$$\frac{C_n(f)}{E_v F} = \frac{\sqrt{(233\text{m} + f)^2 + (500\text{m})^2} - \sqrt{(233\text{m})^2 + (500\text{m})^2}}{f \cdot \sqrt{(233\text{m})^2 + (500\text{m})^2}} \sin \left( \arctg \left( \frac{(233\text{m}) + f}{(500\text{m})} \right) \right) \quad (2.71)$$

Kaut arī šāda laiduma tiltiem tiek izvirzītas stingrākas prasības, tomēr, ejot drošības virzienā, apskatīsim normatīvos pieļauto maksimālo tilta izlieču diapazonu:  $f_{\max} = L/400 = 2,5\text{m}$ . Grafiski atsperes koeficienta nelineārā atkarība no pārvietojuma  $f$  reālam apgabalam parādīta 2.17. attēlā.

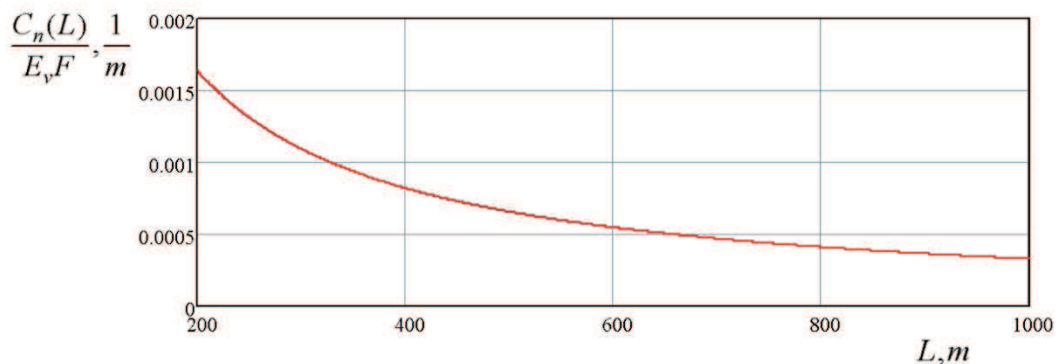
(2.71) izteiksme un 2.17. attēls parāda, ka atsperes koeficienta vērtība pieļaujamam izlieču apgabalam mainās par  $\sim 1,3\%$ , kas atstāj nebūtisku ietekmi uz kopējo aprēķinu. Nav grūti pārlicināties, ka šāda proporcija saglabājas jebkura garuma vantij, kas novietota  $25^\circ$  leņķī. Stāvākām vantīm ietekme ir mazāka. Bez tam 2.17. attēlā parādītā grafiskā interpretācija liecina, ka reālā apgabalā likumsakarība ir praktiski lineāra, kas ļauj nepieciešamības gadījumā vieglāk ievērtēt lielo pārvietojumu ietekmi ar vienkāršotu aproksimāciju.



2.17. att. Elastīgā balsta atsperes koeficienta atkarība no laiduma pārvietojumiem

Jāvērš uzmanība uz apstākli, ka pieņemot vanšu stingumu un nosakot atbilstošos aprēķinā izmantojamās atspers koeficientus, tomēr ir jāizdara pieņēmums par sagaidāmajiem stinguma sijas pārvietojumiem (skat. parametru  $f(2.69)$  izteiksmē). Rekomendējams pieņemt, ka stinguma sija izlieksies pēc parabolas likuma ar maksimālo vērtību laiduma vidū –  $1/400$  no laiduma garuma.

Vispārīgam priekšstatam par šādā veidā iegūta atsperes koeficienta relatīvo vērtību lēzenākajai ( $25^\circ$  leņķī novietotai) vantij daudzvanšu tilta sistēmā ar centrālo laidumu no 200m līdz 1000m, izteiksmes (2.69) izvedums grafiski attēlots 2.18 attēlā. Redzams, ka praktiski pielietojamā apgabalā šādas vants atsperes koeficients mainās apmēram četrkārtīgi.

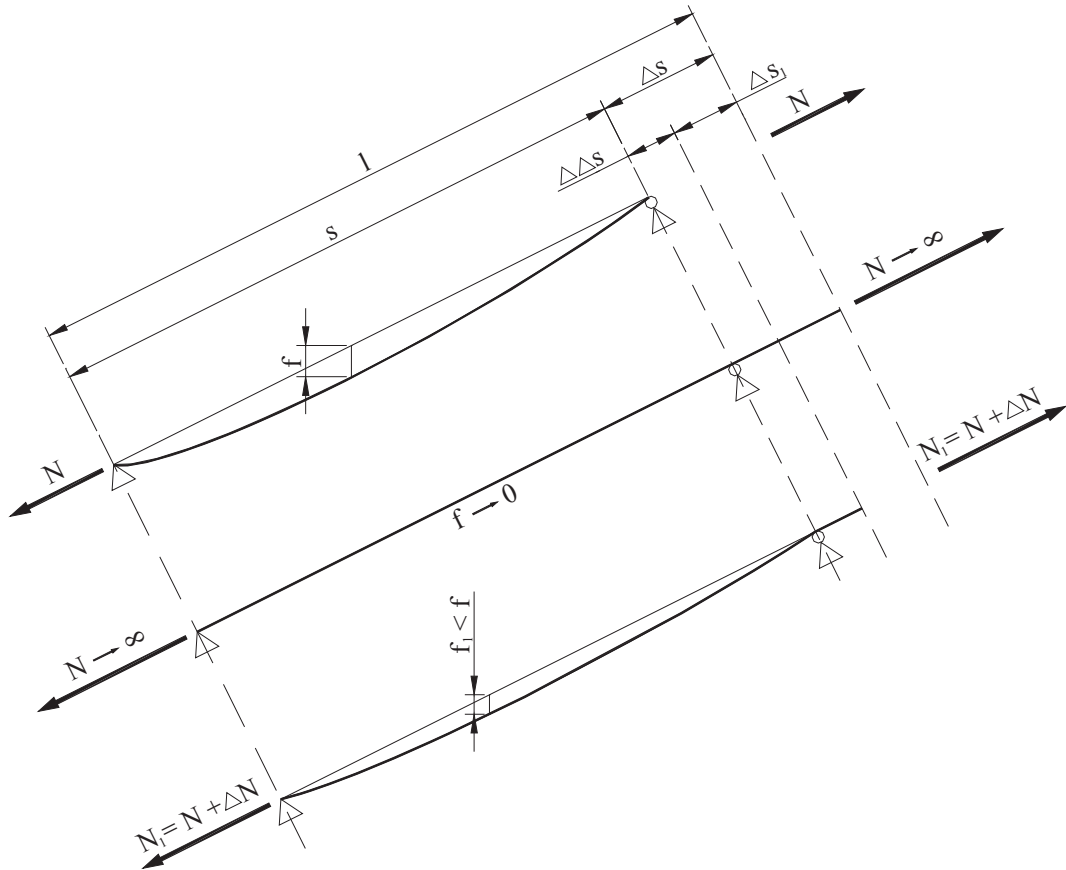


2.18. att.  $25^\circ$ slīpuma leņķī novietotas vants atsperes koeficienta relatīvās vērtības atkarība no tilta centrālā laiduma garuma

Savukārt, zinot normatīvu un ražotāju noteikto vantīm piemērojamo maksimālo spriegumu (pārraušanas spēka drošības koeficients parasti ir robežās no 2 līdz 3), iespējams izdarīt sākotnēju stiepes spēka  $N_s$  pieņēmumu, kas ļauj izvēlēties vants šķērsriezuma laukumu un atbilstošo stingumu  $E_v F$ .

## 2.6 Vanšu pašvara nokares ietekme uz tās elastīgo darbību

Kā zināms, piemēram, virvei (izņemot gadījumu, ja tā karājas vertikāli) nav izliece tikai divos gadījumos – ja tās pašsvars ir nulle vai arī tai pielikts bezgalīgi liels stiepjošs spēks (skatīt 2.19. attēlu). Šīs, protams, ir idealizētas situācijas, kuras var pieņemt tikai teorētiskos apsvērumos [24].



2.19. att. Vants pašvara nokares efekts

Tādai masīvai tērauda konstrukcijai kā vants ir liels pašsvars un tātad aprēķinā jāņem vērā arī tā radītā nokare. GEM aprēķinu programmā, modelējot šādas vantis ar stieni, tam ir jāuzdod ļoti mazs inerces moments, jo praktiski vants nepretojas liecei (dažās GEM programmās ir iestrādāts speciāls ģeometriski nelineārs troses elements; tāds ir arī šajā promocijas darbā iegūto rezultātu pārbaudei izmantotajā programmā LIRA). Pie tam īpaša uzmanība jāpievērš, lai pie specifiska slogojuma ar mainīgām slodzēm kādā no šiem stieņiem nerastos spiedes spēks. Ja tas tomēr parādās, tad aprēķina modelis nav pieņemams, tomēr, parasti vanšu tiltu laiduma konstrukcijas ir pietiekami masīvas, lai negatīva reakcija no transporta slodzēm tikai samazinātu stiepes spēku vantī, bet neizslēgtu to no darba.

Slīpa vants sava pašsvara ietekmē nokarājas, ieņemot ķēdes līnija formu (ķēdes līnija matemātiski parasti tiek aprakstīta ar transcendentu funkciju). Aprēķini rāda, ka vants nokari, ja tās maksimums nepārsniedz 1/12 no pārsegtā laiduma, ar pietiekošu precizitāti var aproksimēt arī ar parabolu [1, 20, 39, 50]. Tātad pati vants ir garāka par hordu, kas savieno tās enkurojuma punktus (skatīt 2.19. attēlu).

Apskatīsim neizstiepjamu vanti:

$$\Delta l \rightarrow 0 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow E \rightarrow \infty,$$

kur:  $\Delta l$  – vants absolūtais pagarinājums;

$\varepsilon$  – vants relatīvais pagarinājums;

$E$  – vants elastības modulis.

Sākotnēji vantij ir pielikts stiepes spēks  $N$ . Vants, kuras kopējais garums ir  $l$ , nokarājas par maksimālo lielumu  $f$ , bet hordas, kas savieno abus vants galus, garums ir  $s$ . Vants augšējais balsts ļauj pārvietoties hordas ass virzienā. Palielinot spēku  $N$  līdz bezgalībai, vants pieņem taisnas līnijas veidu, bet augšējais balsts pārvietojas pa šo taisni par  $\Delta s = l - s$ . Savukārt, palielinot sākotnējo stiepes spēku līdz  $N_l = N + \Delta N$ , augšējais balsts pārvietosies par  $\Delta \Delta s = \Delta s - \Delta s_l$ . Šis pārvietojums atbilst hordas  $s$  pagarinājumam no spēka  $\Delta N$ , tātad var arī uzrakstīt izteiksmi relatīvajam hordas pagarinājumam  $\varepsilon_f = \Delta \Delta s / s$  un tam atbilstošu elastības moduli  $E_f = \sigma / \varepsilon_f$ .

Cits veids, kā vanti nomodelēt ar taisnu stieni, ir pieņemt, ka tā ir balstīta ar virkni viens otram blakus esošu balstu (pie tam jāievēro, ka šajos balstīšanās punktos nedrīkst būt berze) [38]. Arī šādam modelim ir no reālā vants materiāla atšķirīgs elastības modulis, kuru apzīmēsim:  $E_e = \sigma / \varepsilon_e$ .

Ņemot vērā šos abus pieņēmumus, atradīsim elastības moduli, kāds jāpiešķir taisnajam stienim ar kuru modelē vanti:

$$E_i = \frac{\sigma}{\varepsilon_f + \varepsilon_e} = \frac{E_f E_i}{E_f + E_e} = \frac{E_e}{1 + \frac{E_e}{E_f}} \quad (2.72)$$

Vantīm ar salīdzinoši nelielu nokares attiecību pret laidumu (vanšu tiltiem tā tas ir gandrīz vienmēr) tiek izmantota izteiksme:

$$E_f = \frac{12\sigma^3}{(\rho l)^2} \quad (2.73)$$

kur:  $\rho$  - vants materiāla blīvums.

Tagad idealizētā elastības moduļa izteiksmi (2.72) var pārrakstīt:

$$E_i = \frac{E_e}{1 + \frac{(\rho l)^2 E_e}{12\sigma^3}} \quad (2.74)$$

Skaidrs, ka idealizētais elastības modulis ir mazāks par reālo vants materiāla elastības moduli. Tas ir izsecināms no šī aprēķina būtības – aizstāt vantī ar stieni. Vants nokares dēļ, stienis, protams, ir īsāks, tomēr pie tā paša stiepes spēka (tās pašas piepūles) vantij un stienim ir jāpagarinās vienādi. Līdz ar to stieņa relatīvais pagarinājums ir lielāks, bet elastības modulis – mazāks.

Pieaugot piepūlei vantī, tās nokare samazinās un tātad tās darbība kļūst aizvien tuvāka stienim. Samazinās arī atšķirība starp reālo un idealizēto elastība moduli. Tā kā vanšu tilti parasti tiek projektēti ar ievērojamu drošības rezervi, spriegumi vantīs pat pie nelabvēlīgiem slogojumiem ir tālu no materiāla robežpretestības un tādēļ pašsvara radītajai nokarei ir vērā ņemama ietekme. Tā pieaug palielinoties vants laidumam.

Meklējot vants idealizētu elastības moduli, jāņem vērā, ka šādās konstrukcijās vants stiepes spēks atkarībā no kustīgās transporta slodzes novietojuma var mainītie pietiekami plašā diapazonā [41, 42]. Vajadzīgā idealizētā elastības moduļa noteikšanai formulā (2.73) varētu izmantot vidējo spriegumu  $\sigma_m$ , taču literatūrā [1] šai izteiksmei ir izmantots papildus reizinātājs, kas raksturo atšķirību starp lielāko un mazāko spriegumu:

$$16 \mu^2 / (1 + \mu)^4, \quad (2.75)$$

kur:  $\mu = \sigma_{max} / \sigma_{min}$

Izteiksme (2.56) pārveidojas:

$$E_i = \frac{E_e}{1 + \frac{(\rho l)^2}{12\sigma_m^3} \cdot \frac{(1 + \mu)^4}{16\mu^2} \cdot E_e} \quad (2.76)$$

Ar izteiksmi (2.76) ir atrodams idealizētais elastības modulis, kas jāizmanto vanšu elementam. Kā redzams, šo vērtību ietekmē arī spriegums vantīs, tātad galīgajos aprēķinos katrai konstrukcijai tā jāmeklē individuāli [63].

### 3 APRĒĶINU METODIKAS PRAKTISKS PIELIETOJUMS

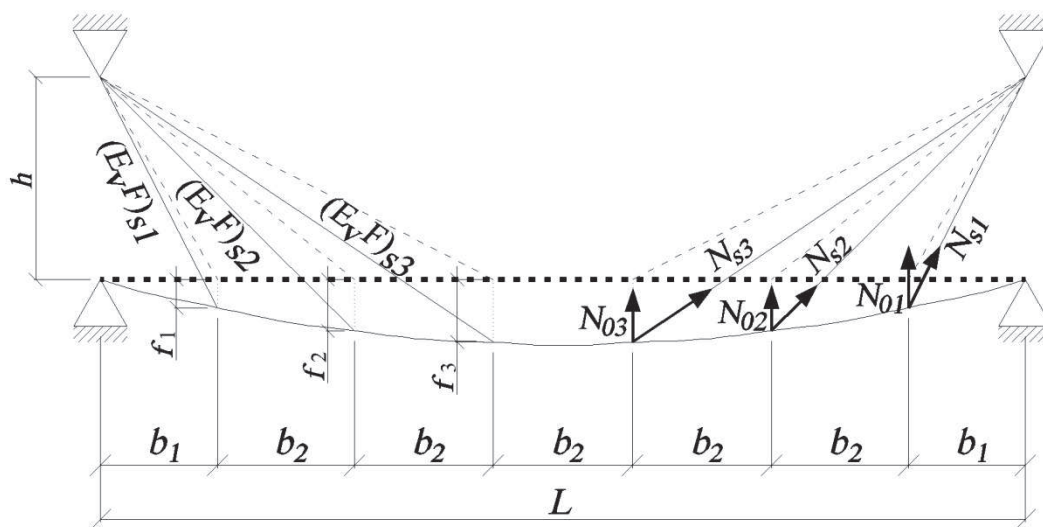
#### 3.1 Apskatāmo vanšu sistēmu definēšana

##### 3.1.1 Simetriska sistēma ar vienu centrālo laidumu

2. nodaļā atrastās analītiskās izteiksmes izmantosim, lai izvēlētos vanšu sistēmas elementu parametrus un pētītu to kopsakarības. Galīgie tilta aprēķini, protams, ir jāveic ar GEM programmu, ar kuru pārbauda iegūto rezultātu atbilstību izraudzītajiem kritērijiem, kā arī ievērtē telpiskos u.c. aspektus [57]. Izlases kārtībā atsevišķi tālāk doto likumsakarību punkti ir pārbaudīti ar GEM programmu un ir konstatēta ļoti laba sakritība (rezultāti apkopoti 4. nodaļā).

Piemēra aplēsēm jākalpo iegūto formulu un metodikas precizitātes pārbaudei, tādēļ nav ņemti vērā daži faktori (piemēram, pilonu deformācija no mainīgajām slodzēm un vanšu pašsvara nokares ietekme).

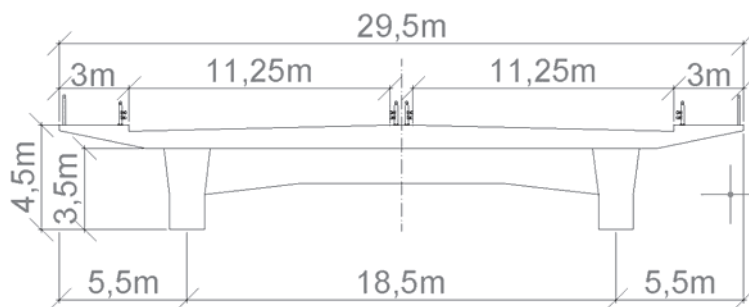
Šajā nodaļā tiks izmantoti divi vanšu tilta shēmas piemēri.



3.1. att. Vanšu sistēmas deformētā stāvokļa ģeometrija

Pirmā vanšu tilta shēma parādīta 3.1. attēlā. Piloni sākotnēji pieņemti ar augstumu  $h = 50\text{m}$ .  $L = 231\text{m}$  garais laidums ir sadalīts 7 paneļos. Vantis izvietotas radiāli (atsevišķās pārbaudēs tiks meklēti citi racionāli izvietojumi).

Šeit nedosim tilta šķērsgriezuma ģeometrijas raksturotāju aprēķinu, jo tas neattiecas uz darbā apskatāmo tēmu. Pieņemtais šķērsgriezums parādīts 3.2. attēlā – dzelzsbetona konstrukcija ar divām galvenajām sijām; brauktuves platums paredzēts trim kustības joslām katrā virzienā un divām gājēju ietvēm.



3.2. att. Tilta laiduma konstrukcijas šķērsgriezums

Ir pieņemti šādi sākotnējie laiduma konstrukcijas jeb stinguma sijas šķērsgriezuma parametri:

- inerces moments  $I = 41,7476 \text{ m}^4$ ;
- elastības modulis  $E_s = 36 \text{ GPa}$ ;
- vienmērīgi izkliedētā slodze  $q = 1300 \text{ kN/m}$ .

Stinguma sija ir sadalīta paneļos, saskaņā ar 2.2.8.1 nodaļā definētiem apsvērumiem:

$$b_2 = b_3 = b_4 = \frac{L}{2 \cdot 0,85355 + 5} = \frac{231}{6,7071} = 34,441 \text{ m}$$

$$b_1 = 0,85355 b_2 = 0,85355 \cdot 34,441 = 29,397 \text{ m}$$

### 3.1.2 Simetriska trīslaidumu sistēma ar diviem piloniem

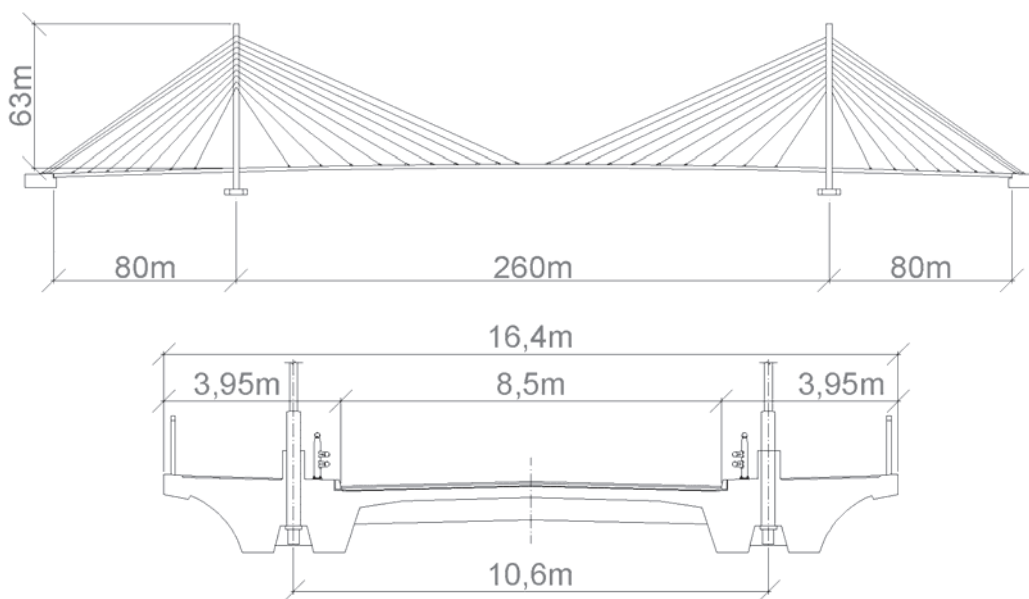
Otra vanšu tilta shēma, kas tiks analizēta šajā nodaļā ir izvēlēta no šobrīd skiču projekta līmenī izstrādātas konstrukcijas tiltam pār Daugavu Jēkabpilī (projekta autors – AS „Ceļuprojekts”).



3.3. att. Tilta vizualizācija no skiču projekta „Daugavas tilts Jēkabpilī”  
(autors: AS „Ceļuprojekts”, 2013.)

Piedāvātā konstrukcija ir simetrisks trīslaidumu vanšu tilts ar diviem piloniem. Centrālais 260m garais laidums ir sadalīts 21 panelī, bet malējie laidumi – 8 panelos. Tātad centrālais laidums pret katru no piloniem ir iekārts 10 vantīs, bet malējie laidumi – 7 vantīs (skat. 3.4. attēlu). Atlikušās trīs aizmugurējās vantis ir enkurotas krastā novietotā masīvā enkurbalstā un kalpo pilona līdzsvara nodrošināšanai. Vantis izvietotas vēdekļveidīgi.

Pieņemts, ka stinguma sijas ģeometriskais stāvoklis tiks pilnībā nodrošināts, būvniecības laikā veidojot atbilstošu konstruktīvo pacēlumu, bet ar vanšu regulēšanu jāpanāk vēlams lieces momentu vai spriegumu sadalījums. Pilona augstums izvēlēts tā, lai garākās vants slīpuma leņķis nepārsniegtu  $25^\circ$ .



3.4. att. Tilta sānskats un stinguma sijas šķērsgriezums

3.1. tabula. Stinguma sijas ģeometriskie un mehāniskie parametri

Laidums	$L$ , m	Šķērsgriezuma laukums $A$ , $m^2$	Pretestības moments		Inerces moments $I$ , $m^4$
			$W_{augšā}$ , $m^3$	$W_{apakšā}$ , $m^3$	
Centrālais	260	10,0	2,597	1,923	2,0
Malējais	80	15,0	3,896	2,885	3,0

2.2.8.2 nodaļā ir postulēti apsvērumi stinguma sijas optimālam sadalījumam panelos, kas dod iespēju samazināt stiepes spriegumus stinguma sijā. Šie apsvērumi ir izmantoti, izvēloties tilta pār Daugavu Jēkabpilī vanšu izkārtojumu.

Vispārīgu tendenču meklēšanai, ir izveidots aprēķina algoritms ar patvaļīgiem paneļu garumiem. Tas tiks izmantots parametra  $dx$  ietekmes uz lielākajiem stiepes spriegumiem novērtēšanai.

## 3.2 Pastāvīgo slodžu analīze

### 3.2.1 Stinguma sijas vēlamās momentu epīras definēšana

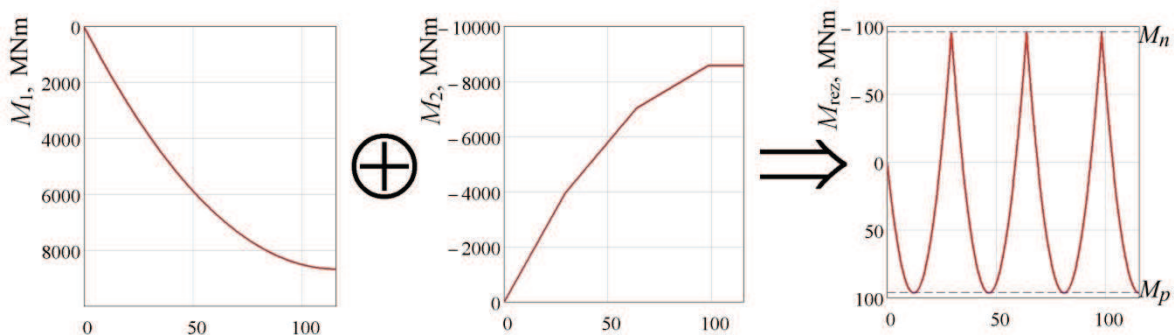
Apskatītā vanšu tiltu analīzes metodika ir balstīta uz matemātisko modeli, kas apraksta konstrukcijas deformēto stāvokli. Iegūtās likumsakarības parāda sakarību starp piepūlēm nesošajos elementos un to izliecēm. Katru spēku, kas darbojas uz stinguma siju (balstu reakcijas, vanšu stiepes un regulēšanas spēki, pašsvars, transporta slodze u.c.) var apskatīt atsevišķi un tik ilgi, kamēr nenostādā kāds no sistēmas nelineāras darbības principiem, kopējo stāvokli ar labu precizitāti var iegūt, izmantojot superpozīcijas principu – summējot atsevišķās iedarbes.

Analizēsim 3.1.1 nodaļā aprakstīto konstrukciju – tiltu ar vienu centrālo laidumu, kas iekārts trīs simetriskos vanšu pāros. Postulēsim stinguma sijai vēlamo lieces momentu epīru un meklēsim ģeometriskos un mehāniskos izejas datus, kas ved pie meklētā rezultāta.

Ar vanšu enkurojuma vietās pie stinguma sijas pieliktiem vertikāliem simetriskiem spēkiem mēs iegūsim momentu epīru, kas pēc rakstura ir līdzīga 2.2. attēlā parādītajai, tikai ar trim spēku pāriem – epīra  $M_2$ , kas parādīta 3.5. attēla, bet vērtības dotas 3.2. tabulā.

Uz divbalstu siju izkliegtās slodzes radītās epīras  $M_2$  (skat. 3.5. att. un 3.2. tab.) vērtības vidējā paneļa (ar laidumu  $b_2$ ) zonas sākumā un beigās varam noteikt jau tagad. Meklēsim tādu lieces momentu epīru, kurā pēc vanšu spriegošanas paneļa sākumā ir maksimālā negatīvā, bet paneļa vidū – maksimālā pozitīvā vērtība, pie tam skaitliski šīs vērtības būs vienādas, bet ar pretējām zīmēm. Zinot šo vērtību, jau aprēķinu sākuma stadijā var izvēlēties un precizēt stinguma sijas parametrus.

$$M_p = M_n = \frac{M_1 \left( \frac{L}{2} \right) - M_1 \left( \frac{L}{2} - \frac{b_2}{2} \right)}{2} = 96,38 \text{ MN} \cdot \text{m}$$



3.5. att. Vēlamās momentu epīras iegūšana, saspriedzot vantis (simetrijas dēļ parādīta tikai puse no stinguma sijas)

3.2. tabula. Momentu vērtības raksturīgajos punktos

$x, m$	$M_1, MNm$	$M_2, MNm$	$M_{rez}, MNm$
0	0	0	0
12.2	1731.97	-1635.59	96.38
29.4	3852.27	-3948.65	-96.38
46.6	5587.08	-5490.7	96.38
63.8	6936.36	-7032.74	-96.38
81.1	7900.14	-7803.76	96.38
98.3	8478.4	-8574.78	-96.38
115.5	8671.16	-8574.78	96.38

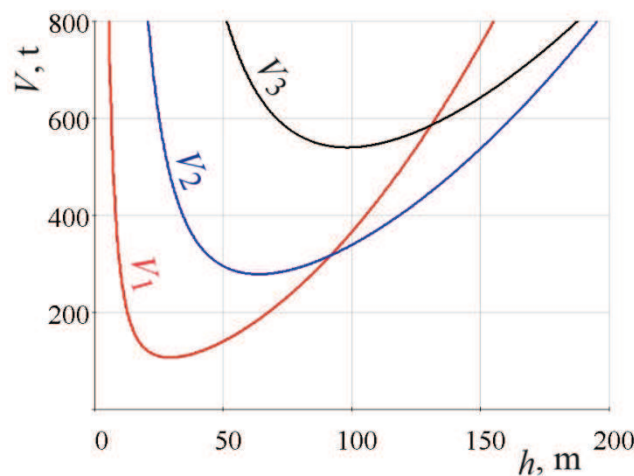
Sastādot vienādojumu sistēmas pēc iepriekš dotā parauga (vienādojums 2.18), iegūstam vanšu stiepes spēku vertikālās komponentes  $N_0$ , stinguma sijas pārvietojumus šajos punktos  $f$ , atbilstošos stiepes spēkus radiāli izkārtotās vantīs  $N_a$  (pieņemts pilona augstuma 50m) un šī spēka uzņemšanai nepieciešamo vants stingumu  $(E_v F)_s$ . Rezultāti doti 3.3. tabulā.

3.3.tabula. Nepieciešamie vanšu parametri

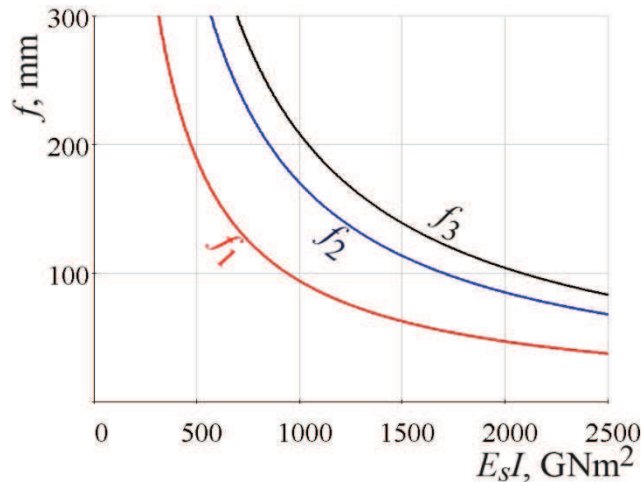
Vants Nr.	$N_0, MN$	$f, mm$	$N_s, MN$	$(E_v F)_s, MN$
1	44.77	56.67	51.92	61638
2	44.77	102.62	72.52	92877
3	44.77	125.59	98.54	190618

### 3.2.2 Ietekmes funkciju forma un nozīme

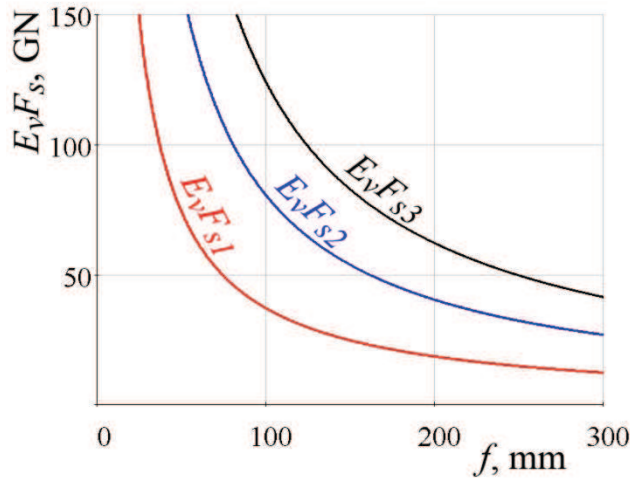
Tālākajos attēlos dosim dažādas sakarības, kas iegūtas apskatāmajai sistēmai ar piedāvāto metodiku. Tās attēlo robežkritēriju izmaiņas, ja variē ar 3.3. tabulā atrastajiem racionālajiem parametriem.



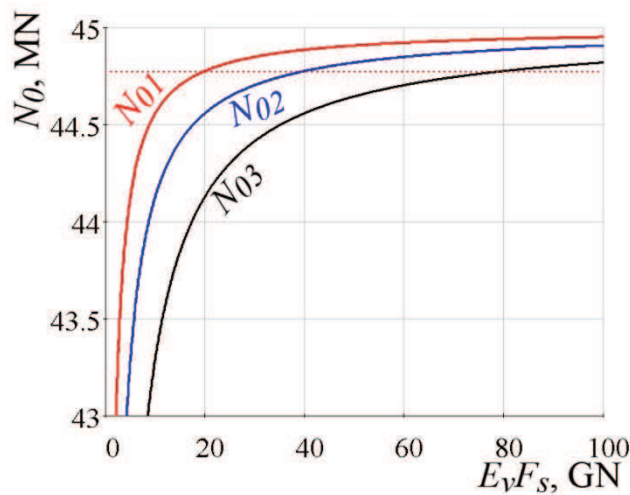
3.6. att. Vanšu tērauda patēriņa  $V$  [tonnas] atkarība no vanšu slīpuma (mainīts pilona augstums  $h$  [m] sistēmai ar radiālām vantīm)



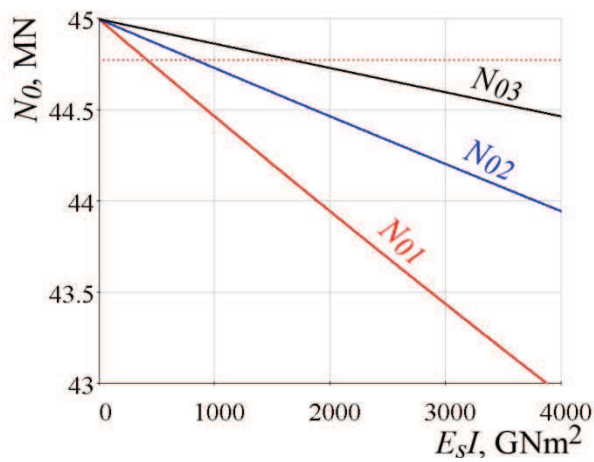
3.7. att. Vanšu enkurojuma punktu pie stinguma sijas vertikālo pārvietojumu  $f$  [mm] atkarība no stingrība sijas stīguma  $E_s I$  [MNm<sup>2</sup>], pie 3.3. tabulā dotajiem vanšu stingumiem  $(E_v F)_s$



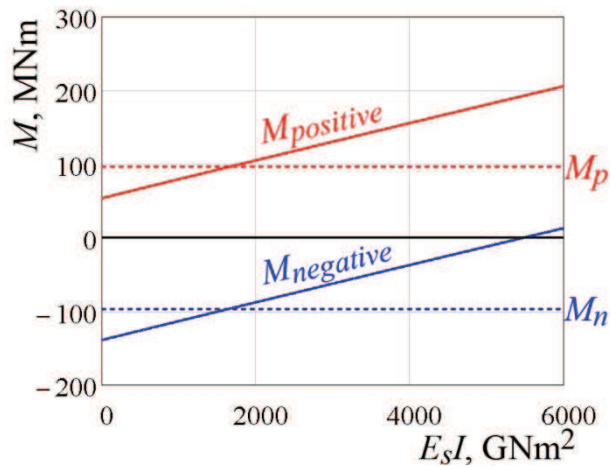
3.8. att. Vanšu stingumu atkarība no stinguma sijas izliecēm vanšu enkurojuma vietās  $f$  [mm]



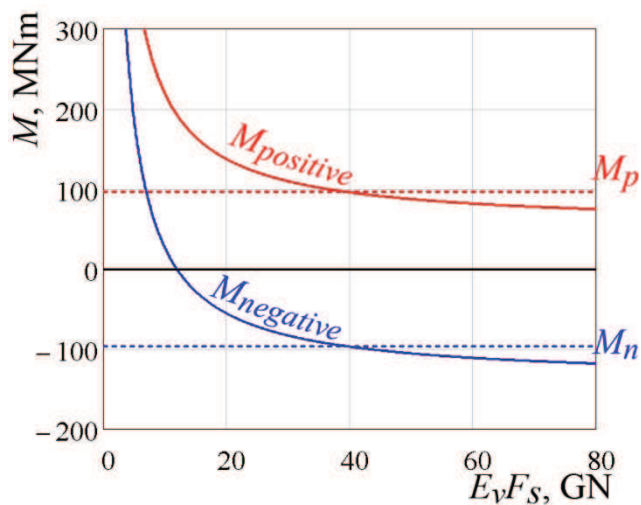
3.9. att. Vants stiepes spēka vertikālās komponentes  $N_0$  [MN] atkarība no vants  $E_v F$  [MN], pie konstanta stinguma sijas stīguma  $E_s I$



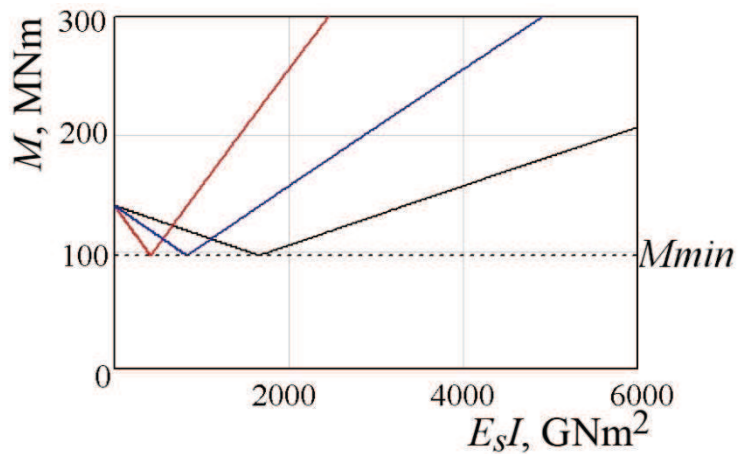
3.10. att. Vants stiepes spēka vertikālās komponentes  $N_0$  [MN] atkarība no stinguma sijas stinguma  $E_s I$ , pie konstantiem vanšu stingumiem  $E_v F$



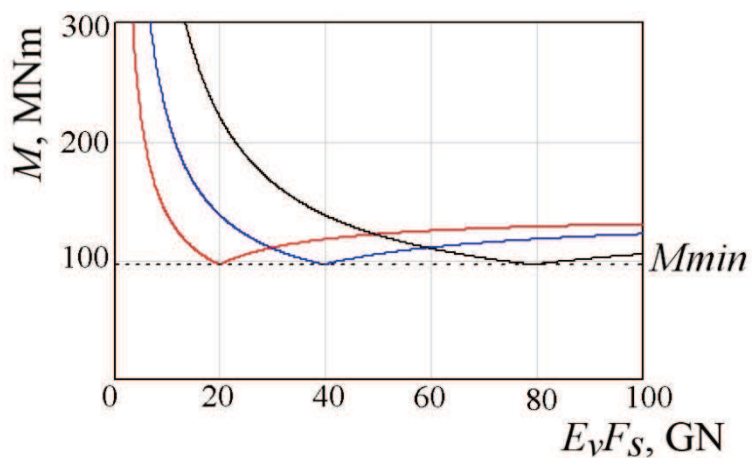
3.11. att. Vidējā paneļa lielākā un mazākā lieces momenta  $M_+$  un  $M_-$  [MNm] atkarība no laiduma konstrukcijas stinguma  $E_s I$  [MNm<sup>2</sup>]



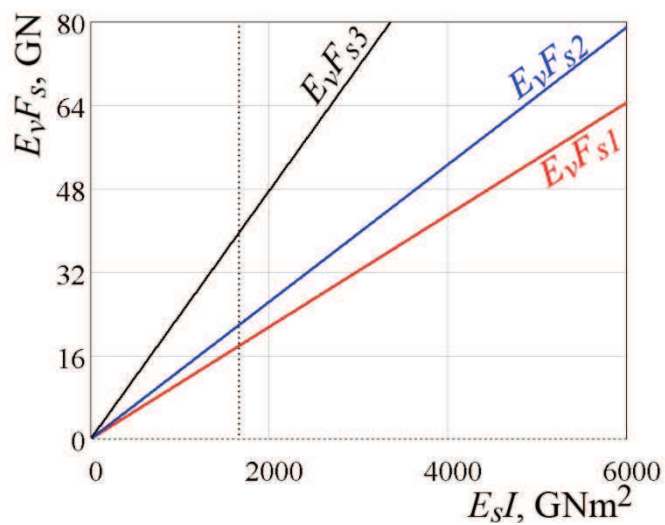
3.12. att. Vidējā paneļa lielākā un mazākā lieces momenta  $M_+$  un  $M_-$  [MNm] atkarība no vanšu stinguma  $E_v F$  [MN]



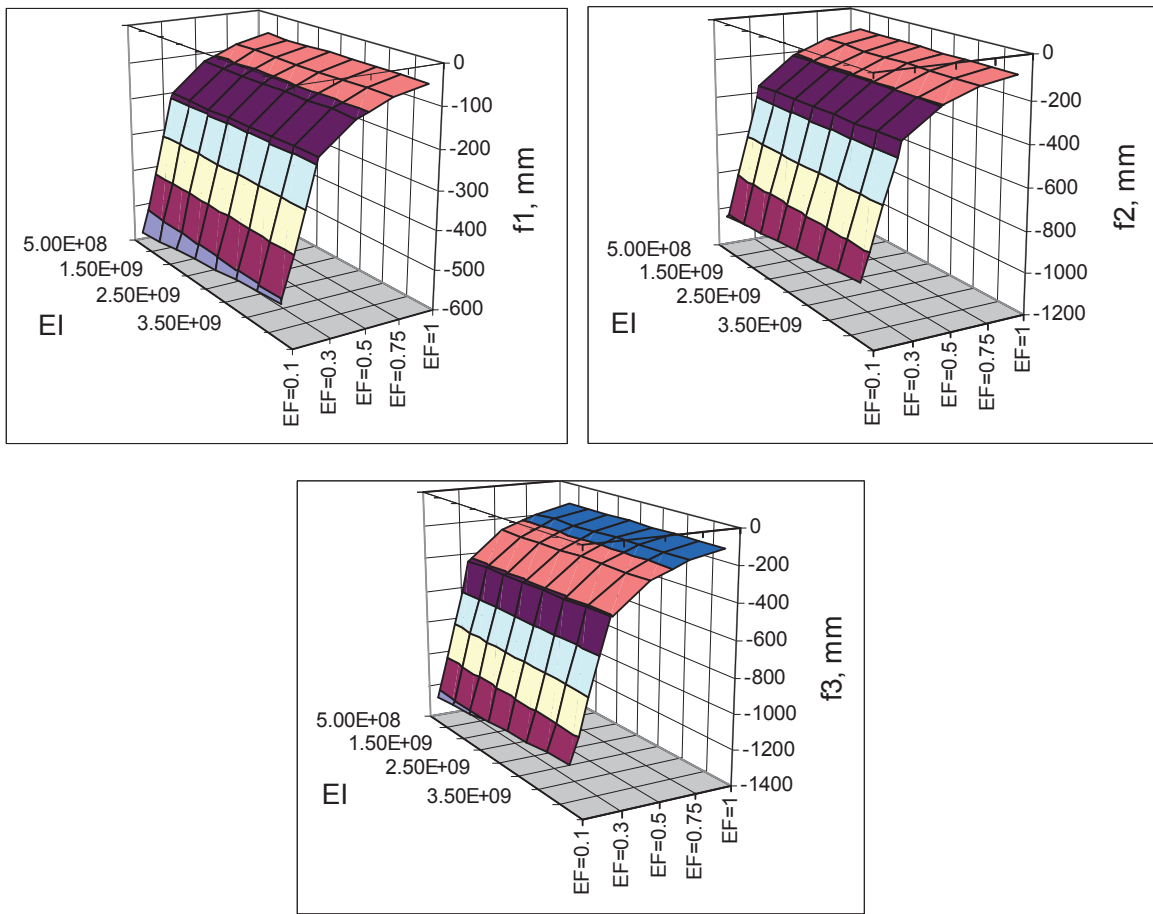
3.13. att. Maksimālā lieces momenta (pēc absolūtās vērtības) atkarība no sijas  $E_s I$ , pie trim konstantām vanšu  $E_v F$  vērtībām



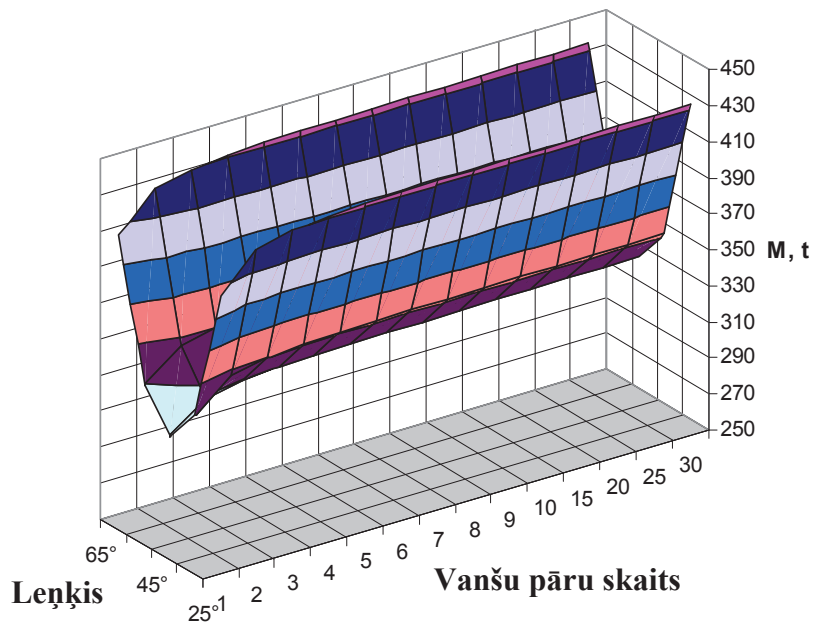
3.14. att. Maksimālā lieces momenta (pēc absolūtās vērtības) atkarība no vanšu  $E_v F$ , pie trim konstantām sijas  $E_s I$  vērtībām.



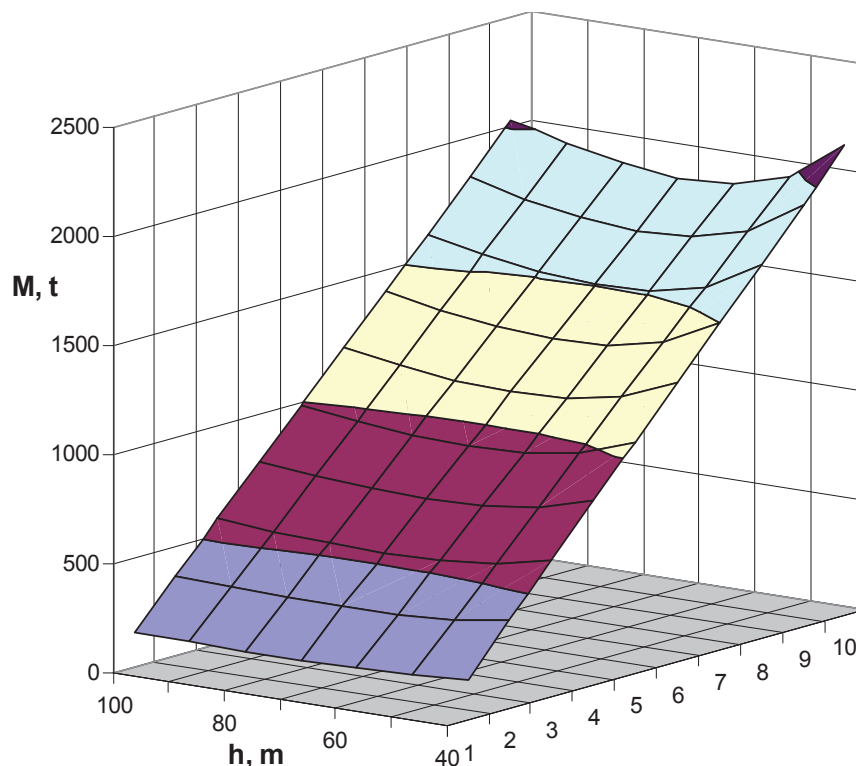
3.15. att. Nepieciešamā vanšu stingumu  $E_v F$  [MN] atkarība no laiduma konstrukcijas stinguma  $E_s I$  [ $\text{MNm}^2$ ].



3.16. att. Vanšu un laiduma konstrukcijas stingumu ietekme uz vanšu enkurojuma punktu vertikālajiem pārvietojumiem  $f_1$ ,  $f_2$  un  $f_3$



3.17. att. Arfas tipa vanšu tilta vanšu apjoma atkarība no sadalījuma paneļos (vanšu pāru skaita) pie dažādiem vanšu slīpumiem



3.18. att. Vanšu apjoma (masa  $M$ , t) atkarība no sadalījuma paneļos (vanšu pāru skaita) tiltam ar radiālām vantīm pie dažādiem pilonu augstumiem

Šajā nodaļā parādītās atrasto likumsakarību grafiskās interpretācija ļauj izdarīt virkni secinājumu par apskatāmās vanšu sistēmas nesošo elementu kopdarbību un ietekmi uz postulētajām robežnosacījumu vēlamajām vērtībām.

- Vērtību, līdz kādai ir iespējams samazināt lielākās lieces piepūles, kādas pēc vanšu regulēšanas radīsies stinguma sijā no vienmērīgi izkliedētas slodzes, var viegli noteikt tikai no laiduma konstrukcijas sadalījuma paneļos. Zinot tās, var prognozēt stiepes spēkus vantīs un dimensionēt sākotnējos vanšu parametrus.

- No vanšu materiāla ekonomijas viedokļa labāka ir „arfas” tipa tilta shēma. Minimāli vanšu šķērsriezuma laukumi ir pie slīpuma leņķa  $\approx 54^\circ$ , bet, ņemot vērā šo elementu garumu, vismazākais vanšu kopējais apjoms ir pie leņķa  $45^\circ$ .

- Laiduma konstrukcijas izlieces no vienmērīgi izkliedētas slodzes var samazināt, palielinot stinguma sijas stingumu  $E_s I$  vai vanšu  $E_v F$ . Šajā nodaļā ir noskaidrota vanšu enkurojuma punktu vertikālo pārvietojumu atkarība no šo abu elementu stingumiem. Kopdarbībā vertikālo pārvietojumu samazināšanai daudz lielāku ietekmi dod vanšu  $E_v F$  palielināšana. Tātad to šķērsriezuma palielināšana ir efektīvāks līdzeklis vēlamās momentu epīras iegūšanai, salīdzinājumā ar stinguma sijas stinguma koriģēšanu.

- Lieces piepūles, kādas rodas stinguma sijā, var samazināt, veidojot lokanāku brauktuves konstrukciju (ar mazāku  $E_s I$ ) vai izvēloties masīvākas vantis. Robežgadījumos, kad  $E_s I \rightarrow 0$  vai  $E_v F \rightarrow \infty$ , sistēmā rodas lieces piepūles kā parastai nepārtrauktai daudzlaidumu sijai. Stinguma sijas  $E_s I$  ietekme uz lieces piepūlēm tajā, reālās robežās, ir lineāra sakarība (lieces moments pieaug tieši proporcionāli sijas  $E_s I$ ). Pie mazām vanšu  $E_v F$  vērtībām šī rādītāja nelielas izmaiņas būtiski ietekmē lieces piepūles stinguma sijā. Pie lielām  $E_v F$  šī ietekme ir minimāla.

- Vanšu stiepes spēka vertikālā komponente, palielinot  $E_v F$ , asimptotiski tiecas uz nepārtrauktas daudzlaidumu sijas balsta reakcijas vērtību. Palielinot stinguma sijas  $E_s I$  var nedaudz atslogot vantis, taču šī ietekme dod mazu efektu. Pie mazām  $E_s I$  vērtībām arī vants stiepes spēka vērtība ir tuva nepārtrauktas daudzlaidumu sijas balsta reakcijai.

- Katrai laiduma konstrukcijas  $E_s I$  vērtībai ir atbilstoša vanšu  $E_v F$ , pie kuras no vienmērīgi izkliedētas slodzes radīsies mazākās iespējamās lieces piepūles stinguma sijā. Reālās robežās šī sakarība ir lineāra – lokanākai stinguma sijai var izvēlēties slaidākas vantis, taču šajā gadījumā jāpievērš uzmanība abu šo rādītāju ietekmei uz laiduma konstrukcijas izlieču pieaugumu. Noteicošs paliek pieļaujamo izlieču kritērijs.

- Lieces momentus stinguma sijā var būtiski samazināt, biežāk liekot elastīgos starpbalstus – vantis. Sadalot laiduma konstrukciju mazākos paneļos, palielinās vanšu skaits (kopgarums), bet samazinās stiepes spēki, kādi tajā radīsies, tātad var izmantot mazākus šķērsriezuma laukumus. Arfas tipa tiltam vanšu kopējais apjoms palielinās tikai nedaudz, bet sistēmai ar radiālām vantīm pieaugums ir ievērojams.

- Arfas tipa vanšu sistēmai no vants materiāla ekonomijas viedokļa optimāls ir slīpuma leņķis  $45^\circ$ , bet sistēmai ar radiālām vantīm izdevīgi izvēlēties pilona augstumu  $\approx 1/3$  no centrālā laiduma garuma. Ietaupījums, ko iespējams gūt ar minimālu vanšu patēriņu jāskata kontekstā ar pilona izmaksām (piemēram, arfas tipa sistēmai ar  $45^\circ$  slīpām vantīm visticamāk, ka pilons ir izveidots neracionāli augsts).

### 3.3 Kustīgās slodzes analīze

Kustīgās slodzes ietekmes apsvērumus nodemonstrēsim 3.1.1 nodaļā nodefinētajai vanšu sistēmai.

Koncentrēts spēks ir pieņemts kā maksimālā tandēmslodze [49], kas paredzēta standartā LVS EN 1991-2 „1. Eirokodekss: Iedarbes uz konstrukcijām – 2. daļa: Satiksmes slodzes tiltiem”:  $P_0 = 1200 kN$  (tandēmu kopējā slodze gadījumam, ja tilta brauktuvei ir

vismaz trīs kustības joslas). Sākotnēji pieņemts, ka tas pielikts laidums vidū – mezglā  $z = L/2 = 115,5m$ . Vēlāk pielikšanas mezglis  $z$  tiks apskatīts kā mainīgais.

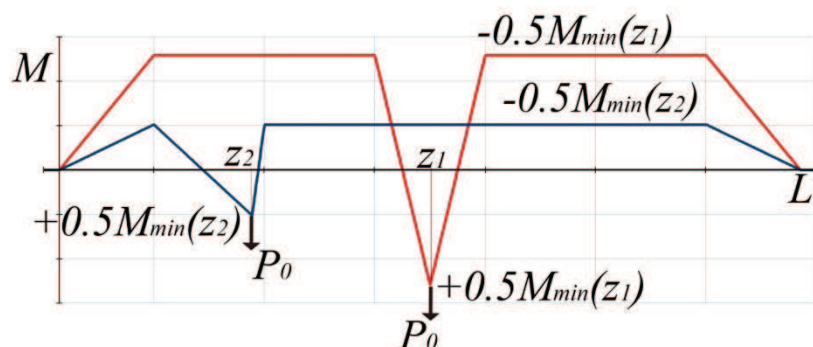
Enkurmezglu abscisas:

$$b = \begin{pmatrix} 29.397 \\ 63.838 \\ 98.279 \\ 132.72 \\ 167.161 \\ 201.602 \end{pmatrix} m$$

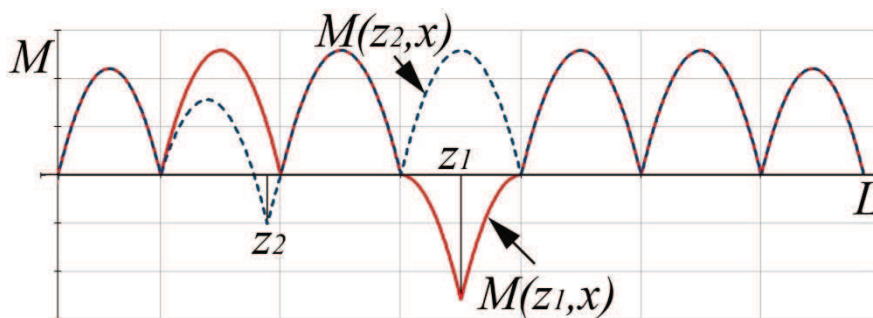
Izpratne par 2.3 nodaļā nodemonstrētā izveduma starprezultātiem palīdz šī risinājuma noprogammēšanai, tādēļ tālāk doti skaitlisks risinājums apskatītajam piemēram.

$$M_R' = \begin{pmatrix} 0.063 & -0.029 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.063 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$$

$$M_p'(z) = \begin{pmatrix} 17.6 \\ 38.3 \\ 59.0 \\ 59.0 \\ 38.3 \\ 17.6 \end{pmatrix} MNm \quad M_{\min}(z) = 10.33 MNm \quad N(z) = \begin{pmatrix} 175.7 \\ 0 \\ 600 \\ 600 \\ 0 \\ 175.7 \end{pmatrix} kN$$



3.19. att. „Aktīvas” vanšu sistēmas idealizētās lieces momentu epīras no koncertētas slodzes (parādīti divi nejauši izvēlēti koncentrēta spēka novietojumi:  $z_1 = L/2 = 115.5m$  un  $z_2 = 60m$ )

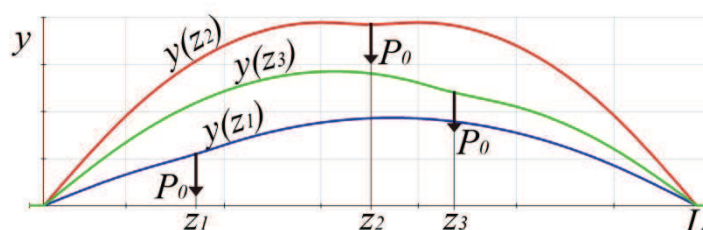


3.20. att. Divu nejauši izvēlētu šķēlienu ( $z_1 = L/2 = 115.5\text{m}$  un  $z_2 = 60\text{m}$ ) lieces momentu ietekmes līnijas no kustīga koncentrēta spēka  $P_0$ , ja darbojas „aktīvā” vanšu sistēma

Lieces momentu epīras uzkonstruēšana, novietojot koncentrēto spēku dažos nejauši izvēlētos punktos (3.19. att.), apliecina, ka vēlamais efekts ir sasniegts – lielāko pozitīvo un negatīvo momentu absolūtās vērtības ir vienādas.

Vienādojumus (2.33) var lietot lieces momentu aptvērējepīru konstruēšanai katram sijas šķēlienam. 3.20. attēls parāda divu šķēlienu ( $z_1$  un  $z_2$ ) aptvērējepīras, ja darbojas „aktīvā” vanšu sistēma.

Vizuālas kontroles nolūkā, 3.21. attēlā parādīts stinguma sijas deformētais stāvoklis ar trim nejauši izvēlētiem koncentrētā spēka pielikšanas punktiem. Līknes iegūtas, izmantojot (2.42) izteiksmi un parāda, ka „aktīvā” sistēma stinguma siju ceļ uz augšu, tomēr šie nav absolūtie, bet gan relatīvie pārvietojumi no „aktīvās” sistēmas darbības.



3.21. att. Stinguma sijas izlieces, ja koncentrēts spēks  $P_0$  atrodas trīs nejauši izvēlētos šķēlienos ( $z_1 = 60\text{m}$ ,  $z_2 = L/2 = 115.5\text{m}$ ,  $z_3 = 140\text{m}$ ) un darbojas aktīvo vanšu sistēma

### 3.4 „Aktīvas” vanšu sistēmas pielietojums

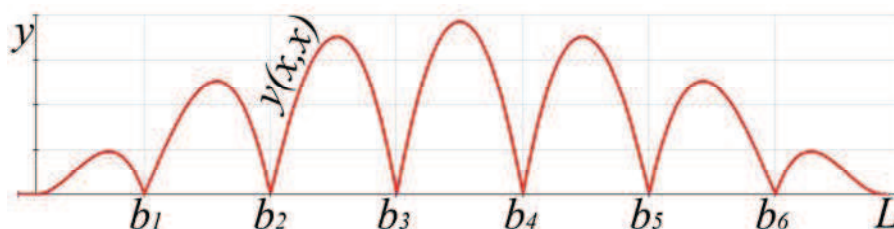
#### 3.4.1 Stinguma sijas pārvietojumi

Šajā apakšnodaļā apskatīsim „aktīvās” vanšu sistēmas vēlamo darbību no stinguma sijas pārvietojumu viedokļa.

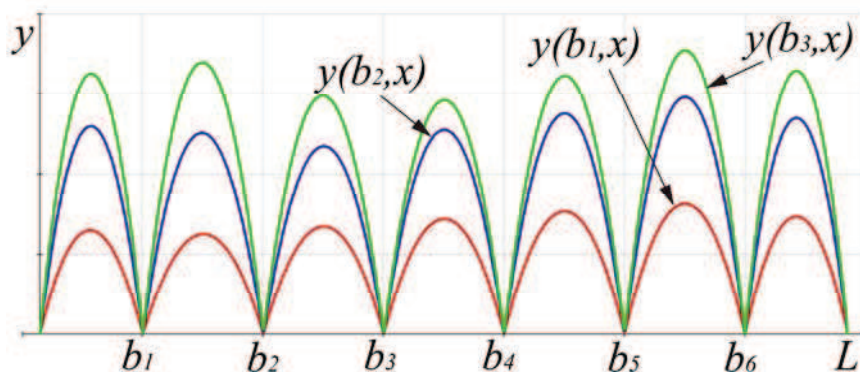
3.22. attēls parāda katra šķēliena pārvietojumu gadījumā, ja koncentrētais spēks ir pielikts tieši šajā mezglā un darbojas „aktīvā” vanšu sistēma; tas dod attiecīgā mezgla

maksimālo iespējamo pārvietojumu. Piemēram, ja kustīgais spēks atrodas tieši vants enkurmezgla šķēlienā, tad „aktīvā” sistēma šo vanti uzspriedz tā, ka mezgls paliek tādā pozīcijā kā no pastāvīgām slodzēm; faktiski šis stāvoklis ir pielīdzināms nepārtrauktai daudzslaidumu sijai uz nedeformējamiem starpbalstiem [7, 22, 25, 83]. Līdz ar to arī papildus lieces momenti sijā nerodas (skat. 3.20. att., kas parāda, ka koncentrētam spēkam atrodies vanšu enkurmezglu punktos  $b$ , stinguma sijā nerodas papildus lieces momenta piepūles).

3.23. attēls demonstrē „aktīvas” sistēmas vanšu enkurmezglu vertikālos pārvietojumus (respektīvi, lineāro pārvietojumu, kādam jārodas no vants piespriegšanas), kustīgajam spēkam pārvietojoties pāri pa tiltu (simetrijas dēļ parādīta tikai vienas puses trīs enkurmezgli). Arī šīs līknes iegūtas, izmantojot (2.42) vienādojumu sistēmu.



3.22. att. Katra šķēliena, kurā pielikts koncentrētais spēks  $P_0$  vertikālais pārvietojums, ja darbojas „aktīvā” vanšu sistēma



3.23. att. „Aktīvas” vanšu sistēmas piespriegšanas spēku radīti stinguma sijas vertikālie pārvietojumi, koncentrētam spēkam pārvietojoties pāri tiltam; parādīti trīs malējo enkurmezglu pārvietojumi

Svarīgi atzīmēt, ka 3.22. un 3.23. attēli uzrāda tikai pozitīvas (lejupvērstas) vērtības, kas nozīmē, ka „aktīvā” sistēmā nav tādu mezglu, kas varētu pacelties, tādējādi riskējot atslābināt vai pat izslēgt no darba kādu no vantīm [22, 45].

Jāņem vērā, ka pārvietojumi notiek visos vanšu enkurmezglos, taču, kā secināts 2.4 nodaļā, „aktīvā” sistēma vienlaicīgi darbojas tikai ar četrām vantīm (vai pat tikai trim

vantīm – kamēr koncentrētais spēks atrodas malējos paneļos); pie tam šis secinājums ir spēkā jebkuram vanšu skaitam.

Tāpat jānorāda, ka EN normatīvos definētās tiltu transporta slodzes iepriekš apskatītās sistēmas enkurmezglas rada vertikālos pārvietojumus, kas nepārsniedz 20mm. Šis šķiet pietiekami reāls rezultāts, skatoties no „aktīvās” sistēmas praktiskas ieviešanas viedokļa.

### 3.4.2 Spriegumi nesošajos elementos

3.1.1 nodaļā definētajai vanšu sistēmai ir veikta aprēķinu pārbaude ar galīgo elementu metodes programmu LIRA. Tika pētīta „aktīvās” vanšu sistēmas (AVS) efektivitāte. Galvenie rezultāti ir apkopoti 3.4. tabulā.

3.4. tabula. Vanšu spēku un stinguma sijas lieces momentu maksimālo vērtību salīdzinājums ar un bez „aktīvas” vanšu sistēmas (AVS) izmantošanas

Piepūle	Pašsvars	Mainīgā slodze	
		bez AVS	ar AVS
Vants spēks $N_1$ , MN	26.1	26.0	26.2
Vants spēks $N_2$ , MN	36.1	36.3	36.3
Vants spēks $N_3$ , MN	49.4	50.6	51.9
Max. $M_{poz.}$ , MNm	48.2	58.1	53.4
Max. $M_{neg.}$ , MNm	-48.2	-48.6	-53.4

Rezultāti parāda, ka apskatītajā sistēmā „aktīvā” vanšu sistēma ļauj samazināt maksimālos normatīvos (bez drošības koeficientiem) lieces momentus stinguma sijā par 10%. Vienlaicīgi maksimālie stiepes spēki vantīs pieaug tikai par 3%.

Minētie rezultāti attiecināmi tikai uz apskatīto sistēmu. Katras vanšu sistēmas ģeometrija (vanšu slīpuma leņķi, stinguma sijas sadalījums paneļos u.c.) un mehāniskās īpašības ir izšķirošas, pieņemot lēmumu par „aktīvas” vanšu sistēmas ieviešanas lietderību.

Daži eksperimenti ar izstrādāto matemātisko modeli parāda, ka „aktīvās” vanšu sistēmas efektivitāti nosaka rādītājs:

$$\eta = \frac{S_{pastāvīgais}}{S_{kopējais}}, \quad (3.1)$$

kur:  $S_{pastāvīgais}$  – pastāvīgā piepūle (lieces moments stinguma sijā, vanšu stiepes spēks u.c.);  
 $S_{kopējais}$  – kopējā maksimālā piepūle, kas iegūta, ņemot vērā mainīgo slodžu ietekmi (transporta slodze, vējš, temperatūra u.c.).

Pieaugot parametram  $\eta$ , samazinās „aktīvās” sistēmas efektivitāte un otrādi. Tātad vērtība šādai sistēmai vairāk būtu jāpievērš konstrukcijās ar slaidām stinguma sijām un relatīvi zemu pašsvaru.

Ieguvumi no spriegumu samazināšanas balstās ne tikai uz ekonomiskiem apsvērumiem, samazinot materiāla patēriņu. Spriegumu svārstību amplitūdas samazināšana (starpība starp maksimālajiem un minimālajiem spriegumiem) ļauj samazināt materiāla noguruma efektu [15, 66, 67]. Ar atsevišķu analīzi ir iespējams vērtēt „aktīvās” sistēmas ietekmi uz būves drošuma indeksu  $\beta$ , kas ir definēts normatīvā LVS EN 1990 „Eirokodekss. Konstrukciju projektēšanas pamatprincipi” [48].

### **3.5 Spriegumu samazināšana stinguma sijā**

#### **3.5.1 Konstruktīvi paņēmieni spriegumu samazināšanai**

Apsvērumus par maksimālo spriegumu samazināšanu stinguma sijā izmēģināsim ar 3.1.2 nodaļā parādīto vanšu tilta konstrukciju.

Šī ir dzelzsbetona konstrukcija, kurai izšķiroša nozīme ir stiepes spriegumu samazināšanai [32]. Ja izmantots konsolmontāžas būvniecības paņēmiens, zona tuvāk piloniem ir labākā stāvoklī, jo šeit ir lielākie spiedes spēki no vantīm, kuri samazina vai pat pilnībā novērš lieces momenta radītos stiepes spriegumus. Tādēļ meklēsim iespēju, modificējot tilta konstrukciju, samazināt stiepes spriegumus zonā, kur ir mazāki spiedes spēki – laiduma vidusdaļā. Kā iepriekš ir secināts, to iespējams panākt, pakāpeniski saīsinot paneļa garumu par vērtību  $dx$  (divu blakus paneļu garumu starpība), kas noved pie mazākām lieces momentu vērtībām.

3.24. attēlā ir salīdzināti lieces momenti  $M$ , asspēki  $N_G$  un spriegumi  $\sigma$  augšējās un apakšējās šķērsriezuma šķiedrās. Apskatītas divas sistēmas:

- ar konstantu paneļa garumu (parametrs  $dx = 0\text{m}$ );
- ar mainīgu paneļa garumu ( $dx = 1,0\text{m}$ ).

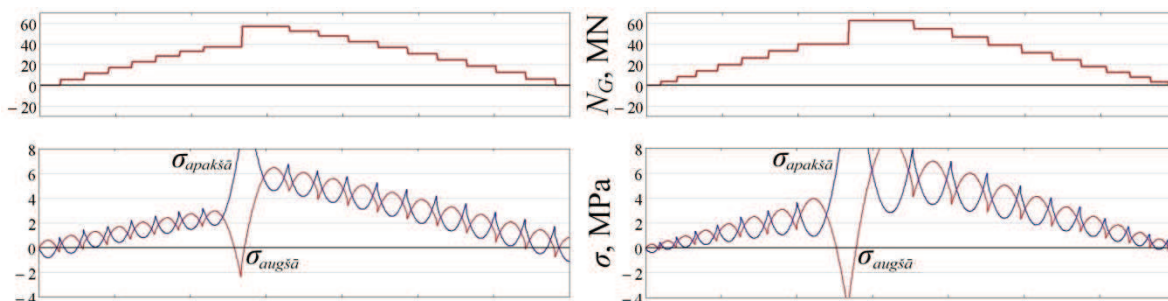
Pie tam abām sistēmas modifikācijām salīdzināsim arī laiduma būvniecības paņēmiena ietekmi.

3.24. attēlā parādīts gadījums, kad laidums ir montēts uz nepārtrauktām turām pēc tam pievienojot vantis un visu sistēmu vienlaicīgi ieslēdzot kopdarbībā pēc turu nolaišanas. Redzams, ka nav iegūts būtisks stiepes spriegumu samazinājums centrālā laiduma vidusdaļā.



3.24. att. Stinguma sijas lieces momenta  $M$ , asspēka  $N_G$  un šķērsgriezuma augšējo un apakšējo šķiedru spriegumu  $\sigma$  epīras divām tilta sistēmas modifikācijām: ar konstantu un mainīgu sadalījumu paneļos; izmantots būvniecības paņēmieni, laidumu montējot uz nepārtrauktām turām (simetrijas dēļ parādīta tikai viena tilta puse)

Cits uzdevuma izvedums nepieciešams, ja būvdarbi veikti ar konsolmontāžas metodi secīgi pievienojot laiduma paneļus un pakāpeniski iekļaujot darbā vantis. Šis ir sarežģītāks, bet lētāks būvniecības paņēmieni, jo nav nepieciešamība pēc turu konstrukcijas, kuru izmaksas tiešā veidā saistītas ar apstākļiem būvniecības vietā un var būt sevišķi augstas, ja tilts jābūvē pār ūdensšķērslī vai dziļu aizu. Lieces moments stinguma sijā pēc vanšu regulēšanas ir tāds pats kā montējot uz turām, bet asspēks un līdz ar to arī spriegums mainās; iegūtās epīras parādītas 3.25. attēlā.

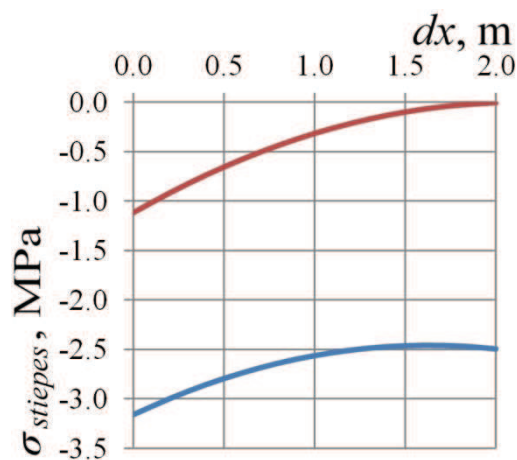


3.25. att. Stinguma sijas asspēka  $N_G$  un šķērsgriezuma augšējo un apakšējo šķiedru spriegumu  $\sigma$  epīras divām tilta sistēmas modifikācijām: ar konstantu un mainīgu sadalījumu paneļos; izmantots būvniecības paņēmieni, laidumu montējot ar konsolmontāžas paņēmieni (simetrijas dēļ parādīta tikai viena tilta puse)

Jāatzīmē, ka panelim, kas atrodas vistuvāk pilonam, nav pielietots pakāpeniskas saīsināšanas princips – tas izvēlēts patvaļīgi no konstruktīviem apsvērumiem. Praksē šai laiduma daļai mēdz izmantot individuālu konstrukciju (piemēram, citu šķērsriezumu) ar citu nestspēju (pretestības un inerces momenti) kā pārējai laiduma konstrukcijai. Nepieciešamības gadījumā vajadzīgo nestspēju iespējams nodrošināt, uzstādot saspriegto stiegrojumu.

Salīdzinot 3.22. un 3.23. attēlos parādītās epīras, redzams, ka izmantojot konsolmontāžas paņēmieni, stiepes asspēki laiduma vidū vairs neveidojas un gadījumā ar pakāpeniski saīsinātiem paneļu garumiem iespējams gandrīz pilnībā izvairīties no spiedes spriegumiem.

Vispārīgā gadījumā lielākais stiepes spriegums, kas rodas centrālā laiduma vidū, ir atkarīgs no ieviestā parametra  $dx$  (blakus paneļu garumu starpība). 3.26. attēls parāda lielākā stiepes sprieguma betona laiduma konstrukcijā samazinājumu, palielinot parametru  $dx$  diviem apskatītajiem montāžas tehnoloģijas paņēmieniem (lokālie maksimumi pilona tuvumā netiek apskatīti, jo kā minēts iepriekš, šīs zonas nestspēja jānodrošina uzstādot saspriegto stiegrojumu). Racionāla vanšu regulēšanas koncepcija un stinguma sijas sadalīšana paneļos ļauj būtiski samazināt stiepes spriegumus, kas ir būtiski betona konstrukcijām.



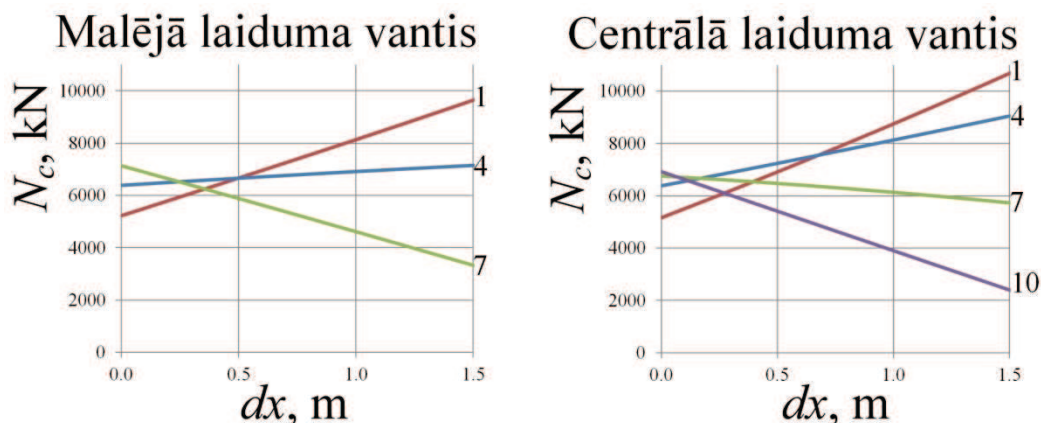
3.26. att. Lielākā stiepes sprieguma stinguma sijā atkarība no parametra  $dx$ ; parādīta sakarība diviem laiduma būvniecības paņēmieniem: montāža uz nepārtrauktām turām (zilā līnija) un ar konsolmontāžu (sarkanā līnija)

### 3.5.2 Spriegumu samazināšanas ietekme uz vanšu spēkiem

Noskaidrosim, kā ieviestā parametra  $dx$  izmaiņas, kas uzlabo spriegumu stāvokli stinguma sijā, ietekmē stiepes spēkus vantīs.

Gadījumā, ja stinguma sija tiek sadalīta vienādos paneļos (konstants attālums starp vanšu enkurmezgliem; parametrs  $dx = 0$ ), īsākajās pilonam tuvākajās vantīs ir mazāks stiepes

spēks (līnija Nr.1 abos 3.27. attēla grafikos) kā garākajās vantīs (līnija Nr.7 malējiem laidumiem un līnija Nr.10 centrālajam laidumam). 3.27. attēls parāda, ka parametra  $dx$  palielināšana ved pie stiepes spēka pieauguma mazāk noslogotajās malējās vantīs un pie atslogojuma garākajās vantīs. Šī likumsakarība ir spēkā gan malējo, gan centrālā laiduma vantīm.



3.27. att. Vanšu stiepes spēku atkarība no parametra  $dx$ . Parādītas trīs malējā laiduma (Nr.1 – īsākā vants; Nr.7 – garākā vants) un trīs centrālā laiduma vantis (Nr.1 – īsākā vants; Nr.10 – garākā vants)

Grafiski attēlotās likumsakarības parāda, ka eksistē tāds parametra  $dx$  apgabals, kurā visas vantis ir visai līdzīgi noslogotas. Šis ir būtisks ieguvums no racionālu sistēmas parametru meklēšanas viedokļa, jo ir iespējams izmantot viena šķērsgriezuma vantis, kuras ir līdzīgi noslogotas.

Apskatāmajam piemēram parametra  $dx$  vērtība 0,4m dod vēlamo vienmērīgo stiepes spēku sadalījumu vantīs. Tomēr šī vērtība nav optimāla no stinguma sijas stiepes spriegumu samazināšanas viedokļa. Šajā pētījumā nemeklēsim kompromisu, jo tas ir atkarīgs arī no citiem aspektiem, kas būtu jāapskata katras būves projektā.

### 3.5.3 Spriegumu samazināšanas vispārināta koncepcija

3.5.2 nodaļas spriedumi ir racionāli tiltiem ar dzelzsbetona laiduma konstrukciju. Turpretī vanšu tiltiem ar tērauda stinguma siju, ir ievērojami mazāks laiduma šķērsgriezuma inerces moments, kas atsevišķos gadījumos var novest pie noturības problēmām zonās ar lielākajiem spiedes asspēkiem – pilonu tuvumā, ja tilta laidums būvēts ar konsolmontāžas paņēmieni. It sevišķi šis aspekts ir būtisks liela laiduma daudzvanšu sistēmām.

Analizējot šādas sistēmas, ir iespējams, ka nepieciešami pretēji apsvērumi kā šeit parādītie – lieces momentu samazināšana pilonu tuvumā vai tamlīdzīgi.

### 3.6 Uz elastīgiem balstiem balstītas stinguma sijas darbība

Pārvietojumu metodes pielietojumu, analizējot uz elastīgiem balstiem balstītas nepārtrauktas daudzlaidumu sijas darbību („lejupejošs” risinājums – no izejas datu pieņēmuma līdz lieces momentiem un pārvietojumiem) demonstrēšanai apskatīsim 3.1.1. nodaļā piedāvātās vanšu sistēmas stinguma siju. Tas ļaus veikt salīdzinājumu ar iepriekš izdarītā „augšupejoša” izveduma rezultātiem.

Vispirms pārbaudīsim rezultātus no vienmērīgi izkliedētas slodzes, ko salīdzināsim ar iepriekš atrastajiem rezultātiem un pēc tam analizēsim koncentrēta spēka ietekmi.

Izejas dati:

- laidums:  $L_0 = 231\text{m}$ ;
- stinguma sijas elastības modulis un inerces moments:  $E = 36\text{GPa}$ ,  $I = 41,7476\text{m}^4$ ;
- sadalījums septiņos paneļos ar garumiem (matrica  $L_k$ ) un mezglu abscisām (matrica  $b_v$ ):

$$L_k = \begin{pmatrix} 29,397 \\ 34,441 \\ 34,441 \\ 34,441 \\ 34,441 \\ 34,441 \\ 29,397 \end{pmatrix} m \quad b_v = \begin{pmatrix} 0,0 \\ 29,397 \\ 63,838 \\ 98,279 \\ 132,721 \\ 167,162 \\ 201,603 \\ 231,0 \end{pmatrix} m$$

- paneļu īpatnējie stingumi (matrica  $i_k$ ) un balstu atsperes koeficienti (matrica  $C_v$ ; atsperes koeficienti noteikti no 3.3. tabulā atrastajiem vanšu stingumiem  $E_v F$  un mezglu pārvietojumiem  $f$ ; vērtība  $\infty$  nozīmē, ka sijas galos ir nedeformējams balsts):

$$i_k = \begin{pmatrix} 51,124 \\ 43,637 \\ 43,637 \\ 43,637 \\ 43,637 \\ 43,637 \\ 51,124 \end{pmatrix} \text{GN} \cdot m \quad C_v = \begin{pmatrix} \infty \\ 795.685 \\ 443.532 \\ 363.908 \\ 363.908 \\ 443.532 \\ 795.685 \\ \infty \end{pmatrix} \frac{MN}{m}$$

Sistēma slogota ar:

- vienmērīgi izkliedētu slodzi visā sijas garumā:  $q = 1300 \text{ kN/m}$ ;

- koncentrētu spēku  $P_0 = 1200\text{kN}$ , kas pielikts attālumā no sijas sākuma  $a = 45\text{m}$  (aptuveni otrā paneļa vidus).

Aprēķina izveduma mērķis ir arī koncentrēta spēka pielikšanas punkta abscisu  $a$  atstāt kā mainīgo. Tas ļautu ērti iegūt gan atsevišķu lieces momentu ietekmes līnijas jebkuram sijas šķēlumam, gan arī konstruēt aptvērējepīru, izmantojot ietekmes līniju ekstrēmvērtības. Tomēr šeit ir jāatzīmē, ka problēma nav tiešā veidā atrisināma ar programmatūru MathCAD, jo tās iebūvētais matricu algebras aprēķina algoritms neļauj matricas locekļus paredzēt kā mainīgos, respektīvi, operēt ar funkcionāļiem. Risinājums ir vai nu izmantot kādu citu vienādojumu sistēmas risināšanas algoritmu vai arī izpētīt meklējamo matricas locekļu veidošanās mehānismu un tos aprēķināt soli pa solim un pēc tam atrastās vērtības ievietot meklējamajā matricā. Tādēļ ir svarīgi izprast kanonisko vienādojumu risinājuma matricu raksturu. Tālāk nodemonstrēsim ar vienādojumiem (2.47), (2.48) un (2.49) atrastās apskatāmā piemēra matricas.

$$R_q = \begin{matrix} -93.621 \\ -34.883 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 34.883 \\ 93.621 \\ 19.108 \\ 41.495 \\ 44.773 \\ 44.773 \\ 44.773 \\ 44.773 \\ 41.495 \\ 19.108 \end{matrix} \cdot \text{MN} \quad R_p = \begin{matrix} 0 \\ -5.602 \cdot 10^3 \\ 4.64 \cdot 10^3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 684.301 \\ 515.699 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \cdot \text{kN}$$

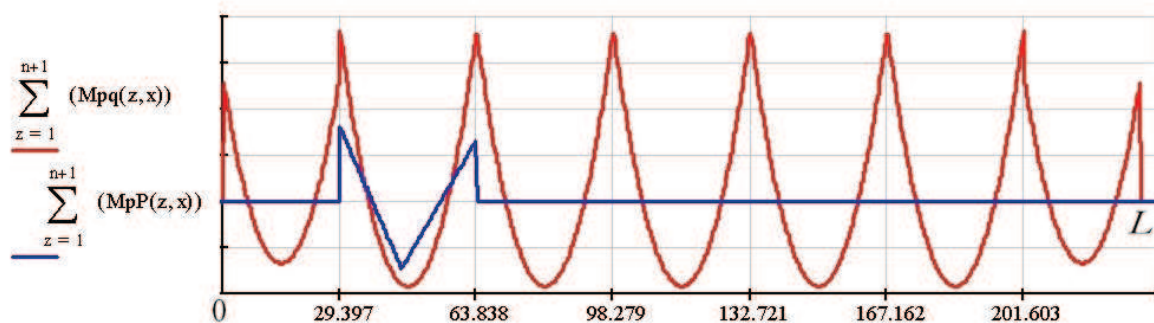
$$r = \begin{matrix} 204.5 & 102.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10.4 & 10.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 102.2 & 379 & 87.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10.4 & 2.8 & 7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 87.3 & 349.1 & 87.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.6 & 0 & 7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 87.3 & 349.1 & 87.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.6 & 0 & 7.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 87.3 & 349.1 & 87.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.6 & 0 & 7.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 87.3 & 379 & 102.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.6 & -2.8 & 10.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 102.2 & 204.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10.4 & 10.4 \\ -10.4 & -10.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \cdot 10^{49} & -0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10.4 & 2.8 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7 & 1.9 & -0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.6 & 0 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & 1.3 & -0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.6 & 0 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & 1.2 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.6 & 0 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & 1.2 & -0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7.6 & 0 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & 1.3 & -0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.6 & -2.8 & -10.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & 1.9 & -0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.4 & 10.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7 & 8 \cdot 10^{49} \end{matrix} \cdot \text{GN}$$

Matricu formā atrisinot (2.50) vienādojumu sistēmu, atrodam stinguma sijas balstu mezglu pārvietojumus un pagriezienus no izklīdētās slodze  $q$  un koncentrēta spēka  $P_0$ :

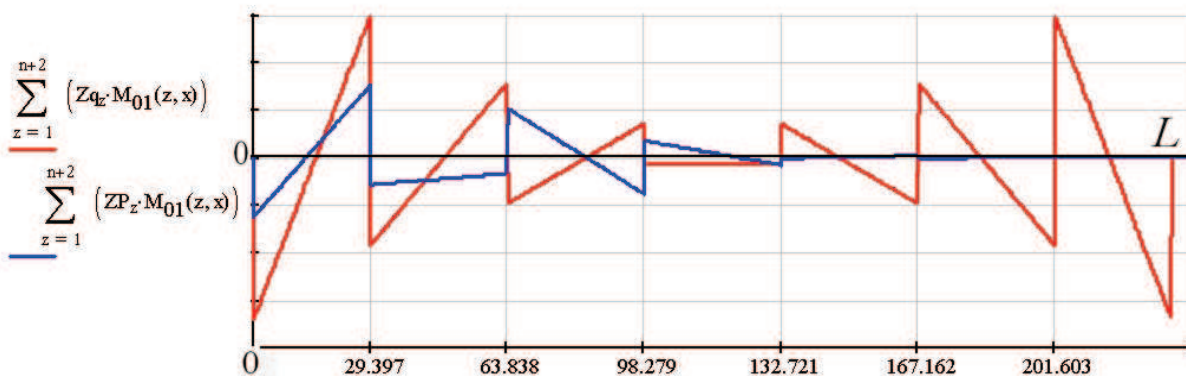
$Z_q =$	$2.51 \cdot 10^{-3}$
	$1.639 \cdot 10^{-3}$
	$9.652 \cdot 10^{-4}$
	$3.191 \cdot 10^{-4}$
	$-3.191 \cdot 10^{-4}$
	$-9.652 \cdot 10^{-4}$
	$-1.639 \cdot 10^{-3}$
	$-2.51 \cdot 10^{-3}$
	0
	-0.056
	-0.101
	-0.123
	-0.123
	-0.101
-0.056	
0	

$Z_p =$	$2.596 \cdot 10^{-5}$
	$4.613 \cdot 10^{-5}$
	$-3.898 \cdot 10^{-5}$
	$-1.593 \cdot 10^{-5}$
	$4.166 \cdot 10^{-7}$
	$1.357 \cdot 10^{-6}$
	$1.179 \cdot 10^{-7}$
	$-1.18 \cdot 10^{-7}$
	0
	$-9.608 \cdot 10^{-4}$
	$-1.107 \cdot 10^{-3}$
	$-1.278 \cdot 10^{-4}$
	$6.731 \cdot 10^{-5}$
	$2.031 \cdot 10^{-5}$
$-1.157 \cdot 10^{-6}$	
0	

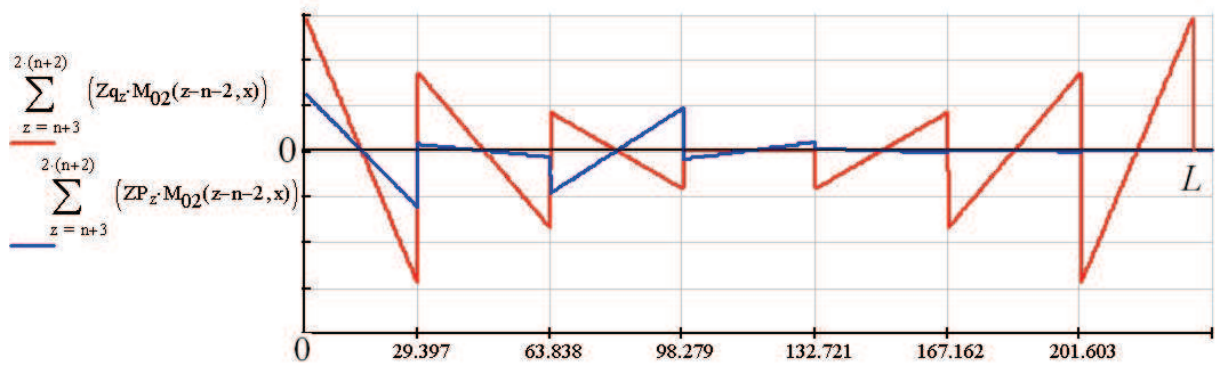
Pamatsistēmas epīras no izklīdētās slodzes un koncentrētā spēka parādītas 3.28. attēlā, bet no mezglu reālajiem pagriezieniem un pārvietojumiem – 3.29. un 3.30 attēlā.



3.28. att. Pamatsistēmas momentu epīras no ārējām slodzēm

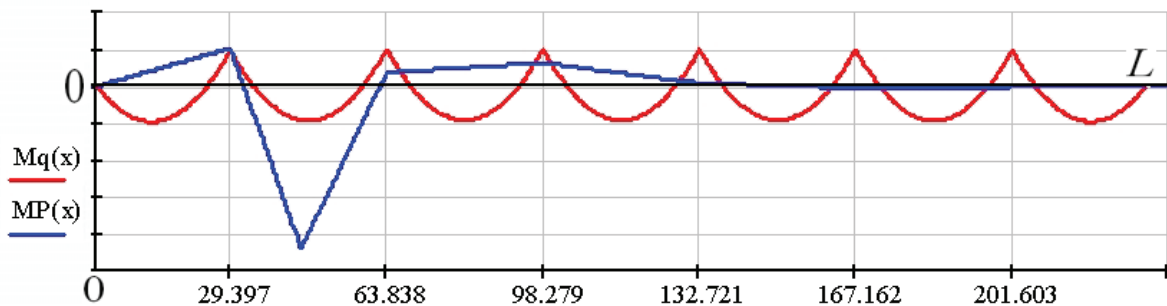


3.29. att. Pamatsistēmas momentu epīras no ārējo slodžu izraisītajiem mezglu pagriezieniem



3.30. att. Pamatsistēmas momentu epīras no ārējo slodžu izraisītajiem mezglu vertikāliem pārvietojumiem

Sijas meklētās momentu epīras no vienmērīgi izkliedētas slodzes un no koncentrēta spēka parādītas 3.31. attēlā.



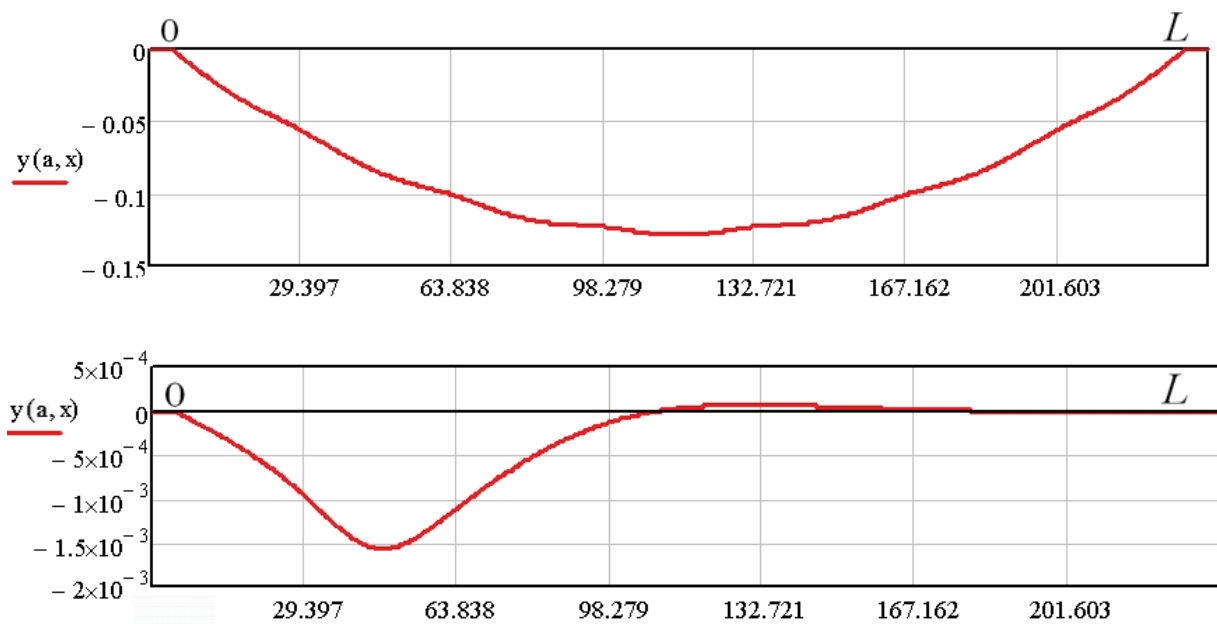
3.31. att. Sijas ar elastīgiem starpbalstiem momentu epīras no ārējas slodzes

Pats par sevi saprotams, ka abu ārējo slodžu kopējās ietekmes epīras ir iegūstamas, summējot abas šajos grafikos parādītās līknes.

Iegūtās balstu reakcijas un mezglu punktu vertikālie pārvietojumi no ārējo slodžu summārās ietekmes ir:

$$RR_P = \begin{matrix} 15.697 \\ 45.549 \\ 45.296 \\ 44.84 \\ 44.769 \\ 44.796 \\ 44.785 \\ 15.768 \end{matrix} \cdot \text{MN} \qquad \Delta_P = \begin{matrix} 0 \\ 57.245 \\ 102.125 \\ 123.217 \\ 123.022 \\ 100.998 \\ 56.285 \\ 0 \end{matrix} \cdot \text{mm}$$

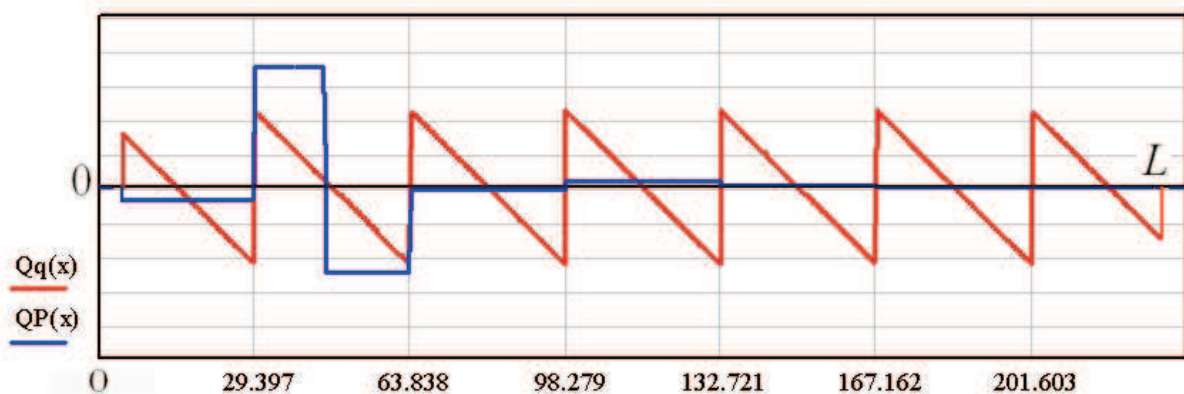
Vizuālai kontrolei pievienota arī sijas deformētā stāvokļa funkcijas grafiskā interpretācija (3.32. att.) no abiem slodžu veidiem, kas konstruēta, gan izkliedēto slodzi, gan koncentrēto spēku, gan arī balstu reakcijas pieliekot kā ārēju slodzi parastai divbalstu sijai.



3.32. att. Stinguma sijas izliece no vienmērīgi izkļiedētas slodzes (augšējā diagramma) un no koncentrēta spēka (apakšējā diagramma)

Apskatītajā piemērā vēl atliek uzkonstruēt šķērsspēku epīras. Var pārliecināties, ka vienāds rezultāts iegūstams gan izmantojot atrastās balstu reakcijas, gan vienreiz atvasinot lieces momenta epīras vienādojumu, gan arī trīs reizes atvasinot izlieces funkcijas vienādojumu.

Šķērsspēku epīra abiem slojojumiem parādīta 3.33. attēlā.



3.33. att. Stinguma sijas šķērsspēku epīra no vienmērīgi izkļiedētas slodzes un no koncentrēta spēka

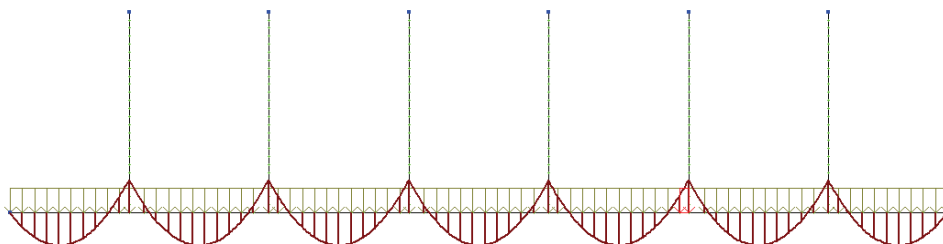
## 4 MATODIKAS PRECIZITĀTES NOVĒRTĒJUMS

### 4.1 Pastāvīgo slodžu ietekmes pārbaude

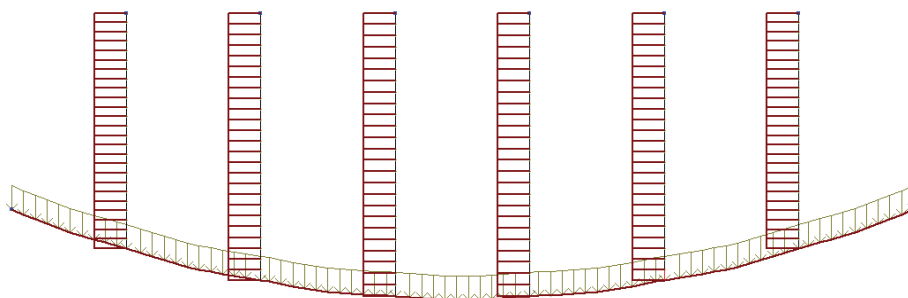
#### 4.1.1 Vertikālu vanšu analītiskā aprēķina pārbaude

Pārliecināsimies par 3.2. nodaļā izdarīto aprēķinu, šo vanšu sistēmu aprēķinot ar galīgo elementu metodes (GEM) konstrukciju aprēķinu programmu. Izmantosim iegūtos vanšu elastīgās darbības raksturotājus un piemēra sākumā pieņemto stinguma sijas ģeometriju un pārbaudīsim, vai šādai sistēmai no vienmērīgi izkliedētas slodzes rodas atrastie pārvietojumi  $f_1, f_2$  un  $f_3$  un stiepes spēki vertikālajās vantīs  $N_1, N_2$  un  $N_3$ .

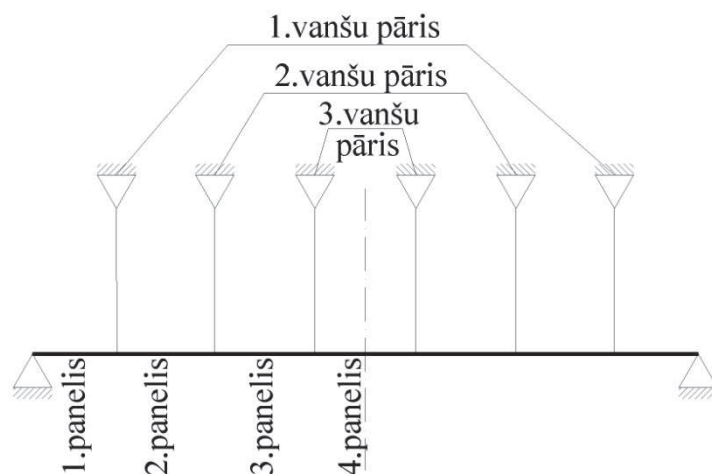
Nelineārās sistēmas aprēķins veikts ar GEM programmu LIRA. Grafiski rezultāti parādīti 4.1. un 4.2. attēlā, bet 4.1. tabulā dots skaitlisko vērtību salīdzinājums analītiskajam aprēķinam un ar GEM programmu iegūtajam. Maksimālā kļūda ir iegūta 0,034%, kas ir saistīta ar noapaļošanas precizitāti [33]. Iegūtie rezultāti apstiprina izdarīto analītisko izvedumu precizitāti un pamatotību.



4.1. att. Vanšu sistēmas ar vertikālām vantīm stinguma sijas momentu epīras grafiska aina (aprēķins ar GEM programmu LIRA)



4.2. att. Vanšu sistēmas ar vertikālām vantīm stiepes spēku epīras vantīs grafiskā aina (aprēķins ar GEM programmu LIRA; parādīts sistēmas deformētais stāvoklis)



4.3 att. Vanšu sistēmas ar vertikālām vantīm aprēķina shēmas apzīmējumi

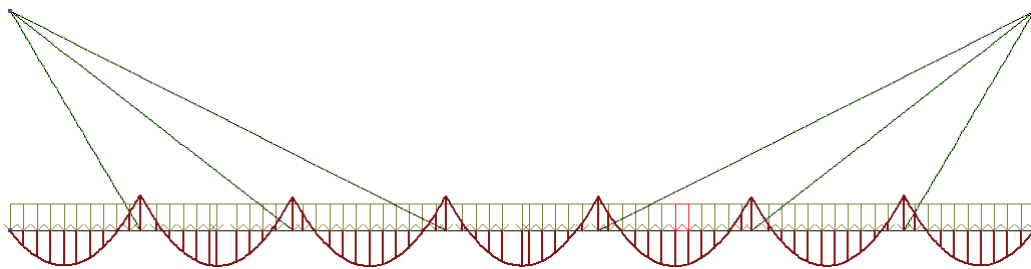
4.1. tabula. Sistēmas ar vertikālām vantīm aprēķina rezultātu salīdzinājums

Piepūle vai pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments stinguma sijā, kNm	maksimālā 1. panelī	96378	96391	0.014
	minimālā 1. panelī	-96378	-96345	-0.034
	maksimālā 2. panelī	96378	96386	0.008
	minimālā 2. panelī	-96378	-96395	0.017
	maksimālā 3. panelī	96378	96364	-0.014
	minimālā 3. panelī	-96378	-96388	0.010
	maksimālā 4. panelī	96378	96368	-0.011
Vanšu stiepes spēks, kN	1. vanšu pāris	44773	44771	-0.004
	2. vanšu pāris	44773	44775	0.004
	3. vanšu pāris	44773	44773	0.000
Stinguma sijas izliece, mm	$f_1$	-56.672	-56.670	-0.004
	$f_2$	-102.618	-102.602	-0.016
	$f_3$	-125.590	-125.566	-0.019

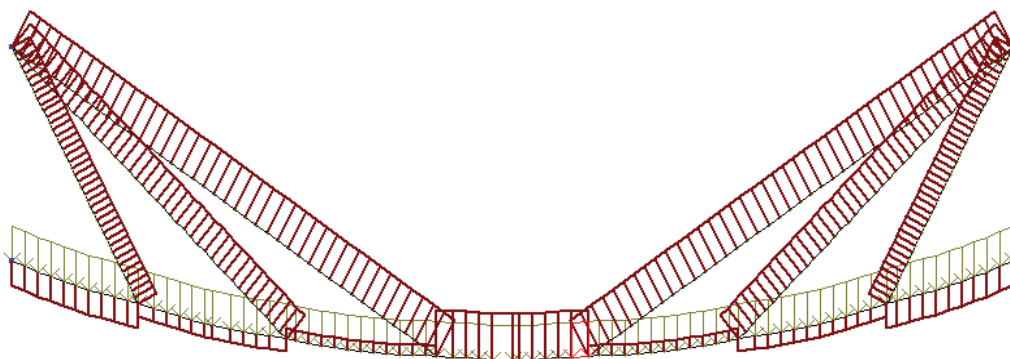
#### 4.1.2 Slīpu vanšu analītiskā aprēķina pārbaude

Arī analītisko risinājumu ar slīpām vantīm salīdzināsim ar GEM programmas rezultātiem. Konstrukciju aprēķinu programmā LIRA ir sastādīta nelineāra aprēķinu shēma, ar atrastajiem vanšu elastīgās darbības raksturotājiem.

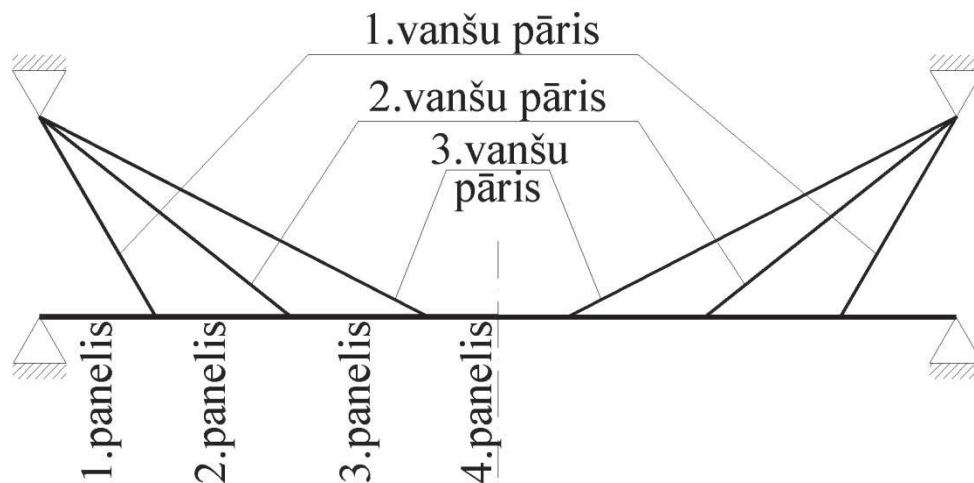
4.4. un 4.5. attēlā parādīts iegūtā risinājuma grafisks atainojums, bet 4.2. tabulā salīdzināts analītiskais risinājums ar GEM programmas rezultātiem. 4.6. attēlā parādīti slīpo vanšu aprēķina shēmas apzīmējumi.



4.4. att. Vanšu sistēmas ar slīpām vantīm stinguma sijas momentu epīras grafiska aina (aprēķins ar GEM programmu LIRA)



4.5. att. Vanšu sistēmas ar vertikālām vantīm stiepes spēku epīras vantīs grafiskā aina (aprēķins ar GEM programmu LIRA; parādīts sistēmas deformētais stāvoklis)



4.6. attēls. Vanšu sistēmas ar vertikālām vantīm aprēķina shēmas apzīmējumi

4.2. tabulā lielākā kļūda ir aptuveni 3,5%. Galvenokārt kļūda (it īpaši attiecībā uz izliecēm) ir izskaidrojama ar vanšu piestiprinājuma punktu pie stinguma sijas horizontālo pārvietojumu, kāds rodas gadījumam ar slīpām vantīm, jo parādās stiepes un spiedes asspēki stinguma sijā (skatīt 4.5. attēlu). Kā tika paskaidrots 2. nodaļā, šeit piedāvātajā analītiskajā risinājumā horizontālais pārvietojums netiek ņemts vērā.

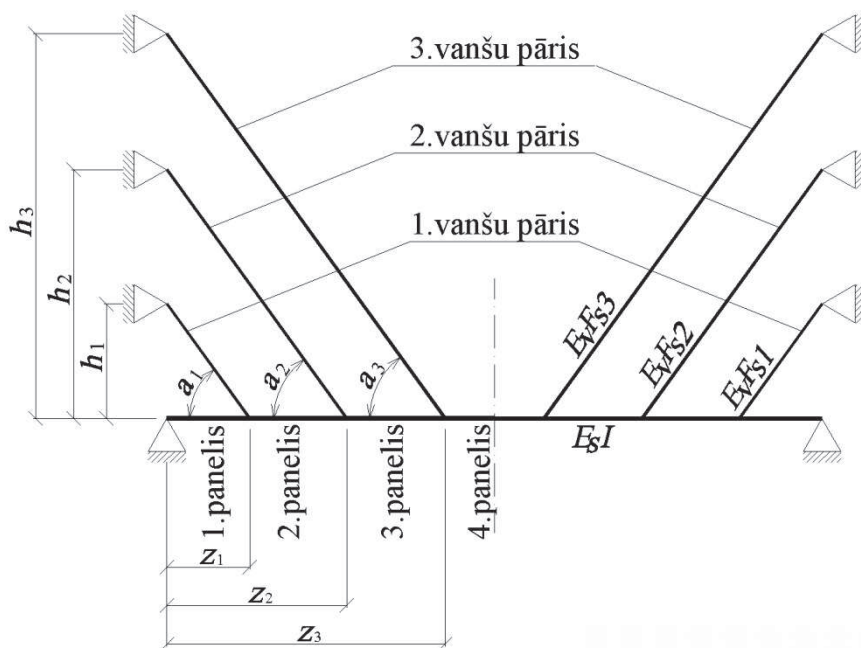
4.2. tabula. Sistēmas ar slīpām vantīm aprēķina rezultātu salīdzinājums

Piepūle vai pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments stinguma sijā, kNm	maksimālā 1. panelī	96378	95565	-0.844
	minimālā 1. panelī	-96378	-98340	2.035
	maksimālā 2. panelī	96378	96861	0.501
	minimālā 2. panelī	-96378	-93449	-3.039
	maksimālā 3. panelī	96378	98289	1.982
	minimālā 3. panelī	-96378	-95485	-0.927
	maksimālā 4. panelī	96378	97271	0.926
Vanšu stiepes spēks, kN	1. vanšu pāris	51924	52165	0.464
	2. vanšu pāris	72520	72191	-0.453
	3. vanšu pāris	98544	98671	0.129
Stinguma sijas izliece, mm	$f_1$	-56.672	-58.064	2.456
	$f_2$	-102.618	-106.159	3.451
	$f_3$	-125.590	-130.012	3.521

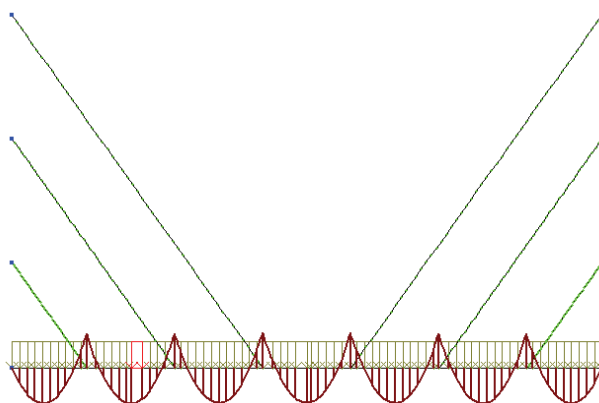
Kā redzams no 4.2. tabulas, apskatāmajā piemērā minētā neprecizitāte nerada lielu kļūdu, taču jādomā, ka šī ietekme pieaugs, samazinoties stinguma sijas stingumam  $E_s F$ . Pie neliela stingrība sijas šķērsgriezuma laukuma 4.5. attēlā redzamās slīpo vanšu piepūļu horizontālās komponentes nodotais asspēks radīs ievērojamākus sijas garenvirziena pārvietojumus.

### 4.1.3 Optimāla vanšu slīpuma leņķa analīze

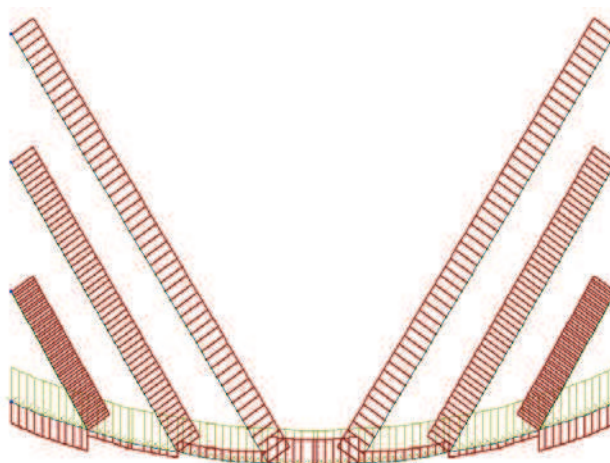
3.2.2 nodaļā konstatēts, ka no vanšu šķērsgriezuma laukuma minimizēšanas viedokļa racionāla ir arfas tipa vanšu sistēma. Iegūto rezultātu izrēķināsim arī ar GEM programmu. Aprēķina shēma parādīta 4.7. attēlā. Iegūtie rezultāti grafiki parādīti 4.8. un 4.9. attēlā, bet skaitliski ar analītiski iegūtajiem rezultātiem salīdzināti 4.3. tabulā.



4.7. att. Racionālas arfas tipa vanšu sistēmas aprēķina shēma



4.8. att. Arfas tipa vanšu sistēmas stinguma sijas momentu epīra (aprēķins ar GEM programmu LIRA) sistēmai ar minimāliem vanšu šķērsgrizumiem



4.9. att. Arfas tipa vanšu sistēmas stiepes spēku epīras (aprēķins ar GEM programmu LIRA; parādīts sistēmas deformētais stāvoklis) sistēmai ar minimāliem vanšu šķērsgrizumiem

4.3. tabula. Arfas tipa vanšu sistēmas ar minimāliem vanšu šķērsriezumiem aprēķina rezultātu salīdzinājums

Piepūle vai pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments stinguma sijā, kNm	maksimālā 1. panelī	96378	96992	0.637
	minimālā 1. panelī	-96378	-94895	-1.539
	maksimālā 2. panelī	96378	97659	1.329
	minimālā 2. panelī	-96378	-95297	-1.122
	maksimālā 3. panelī	96378	96541	0.169
	minimālā 3. panelī	-96378	-97132	0.782
	maksimālā 4. panelī	96378	95624	-0.783
Vanšu stiepes spēks, kN	1. vanšu pāris	54835	54758	-0.140
	2. vanšu pāris	54834	54783	-0.094
	3. vanšu pāris	54834	54899	0.119
Stinguma sijas izliece, mm	$f_1$	-56.672	-57.580	1.603
	$f_2$	-102.618	-103.807	1.159
	$f_3$	-125.590	-126.459	0.692

#### 4.1.4 Vanšu tilpuma minimizēšana

Kā iepriekš secināts, iegūtais optimālais vanšu slīpuma leņķis, pie kura varam izmantot vantis ar vismazāko šķērsriezuma laukumu, ir samērā stāvs – simetriskai sistēmai ar 231m garu centrālo laidumu būtu nepieciešami aptuveni 140m augsti piloni. Tātad arī iegūtās vantis ir garas.

Atradīsim tādu vants slīpuma leņķi, pie kura būtu vismazākais vanšu tērauda (iespējams arī cita, piemēram, kompozīta materiāla) patēriņš. Tātad atradīsim funkciju, kas parāda vanšu materiāla daudzuma, respektīvi, tilpuma, atkarību no katra atsevišķa simetrisku vanšu pāra piestiprinājuma vietas pie pilona augstuma  $h$ .

Vismazākais vanšu materiāla patēriņš ir pie:

- pirmajam vanšu pārim  $h_1 = 29,355 m$  ;
- otrajam vanšu pārim  $h_2 = 63,763 m$  ;
- trešajam vanšu pārim  $h_3 = 98,211 m$  .

Salīdzināsim optimālos trīs vanšu pāru slīpuma leņķus pie šiem nosacījumiem:

- pirmajam vanšu pārim:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{h_1}{z_1} = \operatorname{arctg} \frac{h_1}{b_1} = \operatorname{arctg} \frac{29,355}{29,397} = 44,959^\circ$$

- otrajam vanšu pārim:

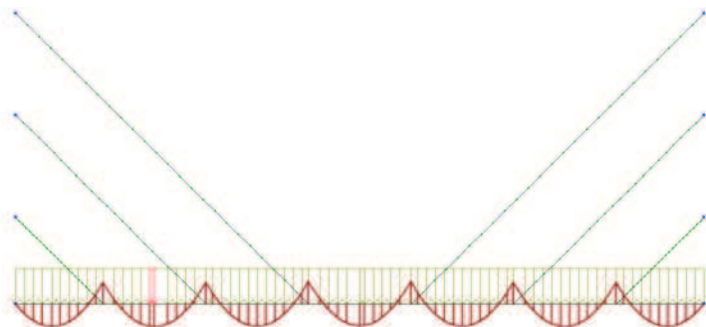
$$\alpha_2 = \operatorname{arctg} \frac{h_2}{z_2} = \operatorname{arctg} \frac{h_2}{b_1 + b_2} = \operatorname{arctg} \frac{63,763}{63,838} = 44,966^\circ$$

- trešajam vanšu pārim:

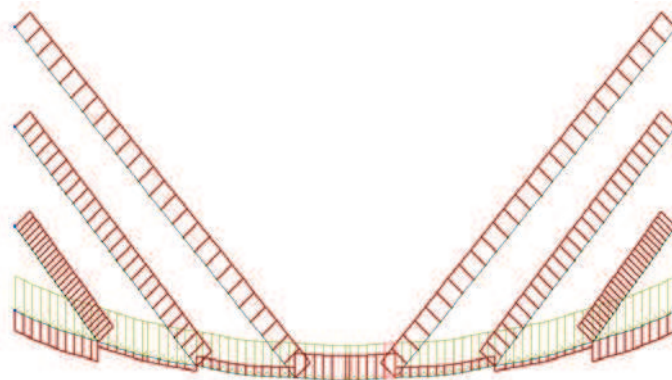
$$\alpha_3 = \operatorname{arctg} \frac{h_3}{z_3} = \operatorname{arctg} \frac{h_3}{b_1 + b_2 + b_3} = \operatorname{arctg} \frac{98,211}{98,279} = 44,980^\circ$$

Ar vienādojumu (2.15) vants  $E_v F_s$  aprēķināšanai, noteiksim šo parametru arī šeit apskatāmajā gadījumā ar nupat konstatētajiem no vanšu materiāla patēriņa viedokļa optimālajiem slīpuma leņķiem. Šis parametrs nepieciešams, lai apskatāmo situāciju varēt modelēt ar GEM programmu.

GEM programmas aprēķins veikts ar iepriekš izmantoto tilta shēmu, kas parādīta 4.8. attēlā, bet uzdodot jaunus vanšu slīpuma leņķus  $\alpha$  un stingumus  $E_v F_s$ . Rezultāti grafiski ir parādīti 4.10. un 4.11. attēlā, bet skaitliski ar analītiskajiem salīdzināti 4.4. tabulā.



4.10. att. No vanšu tilpuma minimizēšanas viedokļa optimālas vanšu sistēmas stinguma sijas momentu epīras (aprēķins ar GEM programmu LIRA)



4.11. attēls. No vanšu tilpuma minimizēšanas viedokļa optimālas vanšu sistēmas stiepes spēku epīras (aprēķins ar GEM programmu LIRA; parādīts sistēmas deformētais stāvoklis)

No vanšu apjoma minimizēšanas viedokļa optimālais slīpuma leņķis  $\alpha$  ir ļoti tuvs  $45^\circ$ . Šķiet, ka nelielā atšķirība radusies sistēmas deformēšanās dēļ. Lai pārbaudītu vai šis tiešām ir apskatāmās sistēmas optimāls vanšu slīpuma leņķis, ar GEM programmu izrēķināsim trīs variantus: ar  $42^\circ$ ,  $45^\circ$  un  $48^\circ$  leņķiem. Nepieciešamos izejas datus – vanšu  $E_v F_s$  noteiksim ar jau iepriekš vairākkārt izmatotajām formulām.

Neiedziļinoties katrā atsevišķajā risinājumā, iegūtie rezultāti ir apkopoti 4.5. tabulā.

Bez tam, lai rezultātā iegūtu reālu vanšu apjomu (tilpums vai masa), nevis kā iepriekš optimizējam elastības moduļa, šķērsriezuma laukuma un garuma reizinājumu, tad izvēlēsimies tērauda elastības moduli:  $E_v = 195\text{GPa}$ .

Jāpiebilst, ka mūsu risinājums balstās uz tādu vanšu atrašanu, kuras bez tā saucamās vanšu regulēšanas jeb saspriegšanas dod vēlamos rezultātus (pagarinājumu). Pats par sevi saprotams, ka iegūtas tiks pēc apjoma ļoti lielas vantis, kādas reāli netiktu izmantotas. Tomēr šo pārbaūžu būtība šobrīd ir atrast optimālu vants slīpuma leņķi. Tā kā praksē izmantojamā vanšu saspriegšanas metodika nav atkarīga no to slīpuma leņķa, tad varam apgalvot, ka leņķis, kāds ir optimāls nespriegtām vantīm ir labākais risinājums arī saspriegtām.

4.4. tabula. No vanšu tilpuma minimizēšanas viedokļa optimālas vanšu sistēmas aprēķina rezultātu salīdzinājums

Piepūle vai pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments stinguma sijā, kNm	maksimālā 1. panelī	96378	97607	1.275
	minimālā 1. panelī	-96378	-93410	-3.080
	maksimālā 2. panelī	96378	98941	2.659
	minimālā 2. panelī	-96378	-94220	-2.239
	maksimālā 3. panelī	96378	96699	0.333
	minimālā 3. panelī	-96378	-97893	1.572
	maksimālā 4. panelī	96378	94862	-1.573
Vanšu stiepes spēks, kN	1. vanšu pāris	63304	63125	-0.282
	2. vanšu pāris	63306	63187	-0.188
	3. vanšu pāris	63301	63452	0.238
Stinguma sijas izliece, mm	$f_1$	-56.672	-58.484	3.198
	$f_2$	-102.618	-104.985	2.307
	$f_3$	-125.590	-127.312	1.371

4.5. tabula. No vanšu apjoma minimizēšanas viedokļa optimālo slīpuma leņķu pārbaudes rezultāti (iegūti ar GEM programmu LIRA)

Vanšu pāra Nr.	Slīpuma leņķis, °	z, m	h, m	$L_v$ , m	$F_s$ , cm <sup>2</sup>	Tilpums, m <sup>3</sup>	Masa, t	Kopējā masa, t
1	42	29.397	26.469	39.558	3318.0	13.125	103.0	<b>1783</b>
2		63.838	57.480	85.903	3980.4	34.192	268.4	
3		98.279	88.491	132.247	5008.4	66.235	519.9	
1	45	29.397	29.397	41.574	3123.6	12.986	101.9	<b>1764</b>
2		63.838	63.838	90.281	3747.0	33.828	265.6	
3		98.279	98.279	138.987	4714.5	65.526	514.4	
1	48	29.397	32.649	43.933	2989.4	13.133	103.1	<b>1784</b>
2		63.838	70.899	95.404	3585.8	34.210	268.5	
3		98.279	109.150	146.876	4511.4	66.262	520.2	

4.5. tabulas rezultāti apstiprina gaidīto – 45° slīpām vantīm vajadzīgs vismazākais materiāla patēriņš.

## 4.2 Stinguma sijas darbības izveduma pārbaude

Šajā nodaļā pārbaudīsim 2.5 nodaļas izvedumu par sijas uz elastīgiem balstiem darbību. Tas ir tradicionāls lejupejošu spriedumu aprēķins – tiek pieņemti izejas dati un no tiem aprēķināta vanšu tilta darbība: konstruēsim lieces momentu un šķērsspēku epīras, kā arī atradīsim liektās ass vienādojumu. Tiks analizēta 3.1.1 nodaļā pieņemtā vanšu tilta sistēma. Tā tiks slogota ar vienmērīgi iekļiedētu slodzi, kā arī ar koncentrētu kustīgu (patvaļīgā punktā pieliktu) spēku  $P_0$ . Būtiskā atšķirība no 3.6 nodaļā dotā piemēra ir tāda, ka šoreiz vanšu šķērsriezumu pieņemsim patvaļīgi, pie tam – visām vantīm vienādu. Tas nozīmē, ka jau uzdevuma sākumā nāksies izdarīt pieņēmumu par sagaidāmiem mezglu punktu vertikāliem pārvietojumiem, kas vants pagriezienu dēļ nelineāri ietekmē aprēķinā pieņemto elastīgo balstu atsperes koeficientus. Sagaidāms, ka šī iemesla dēļ radīsies kļūda, kura tiks noteikta, rezultātus salīdzinot ar GEM aprēķinu.

Sāksim ar vienmērīgi izkļiedētas slodzes  $q = 130\text{kN/m}$  ietekmes aprēķinu.

Stinguma sijas laidums, sadalījums paneļos, šķērsriezuma inerces moments un materiāla elastības modulis ir kā pieņemts 3.1.1 nodaļā. Visas vantis pieņemam ar parametriem:

- elastības modulis:  $E_v = 195 \text{ GPa}$ ;
- šķērssgriezums (pieņemot, ka vantis šķērssgriezumā izvietotas divās plaknēs):  $37500 \text{ mm}^2$ .

Bez tam, modificēsim sistēmu, neenkurojot visas vantis pie pilona vienā punktā, bet gan ar vertikālu soli 2m (garākās vants enkurs ir 50m augstumā, vidējās – 48m, bet īsākā – 46m).

Vispirms pārbaudīsim rezultātus, ko dod pieņēmums, ka visas vantis tiks noslogotas ar spriegumu līdz 1/3 no pārraušanas sprieguma 1860 MPa, respektīvi, pieņemot, ka vanšu drošības koeficients ir  $\gamma = 3$ .

Lietojot 2.16. attēlā dotos apzīmējumus, varam prognozēt mezglu punktu pārvietojumus, kādi tie būs, ja vants tiks noslogota ar trešdaļu no pārraušanas spēka:

$$f_{prog} = \sqrt{\left(\frac{1860 \text{ MPa}}{\gamma \cdot E_v} \sqrt{h^2 + b^2} + \sqrt{h^2 + b^2}\right)^2 - b^2} \quad (4.1)$$

Ievietojot pieņemtās sistēmas ģeometriskos lielumus, iegūstam trīs simetrisko vanšu enkurmezglu prognozētos vertikālos pārvietojumus:

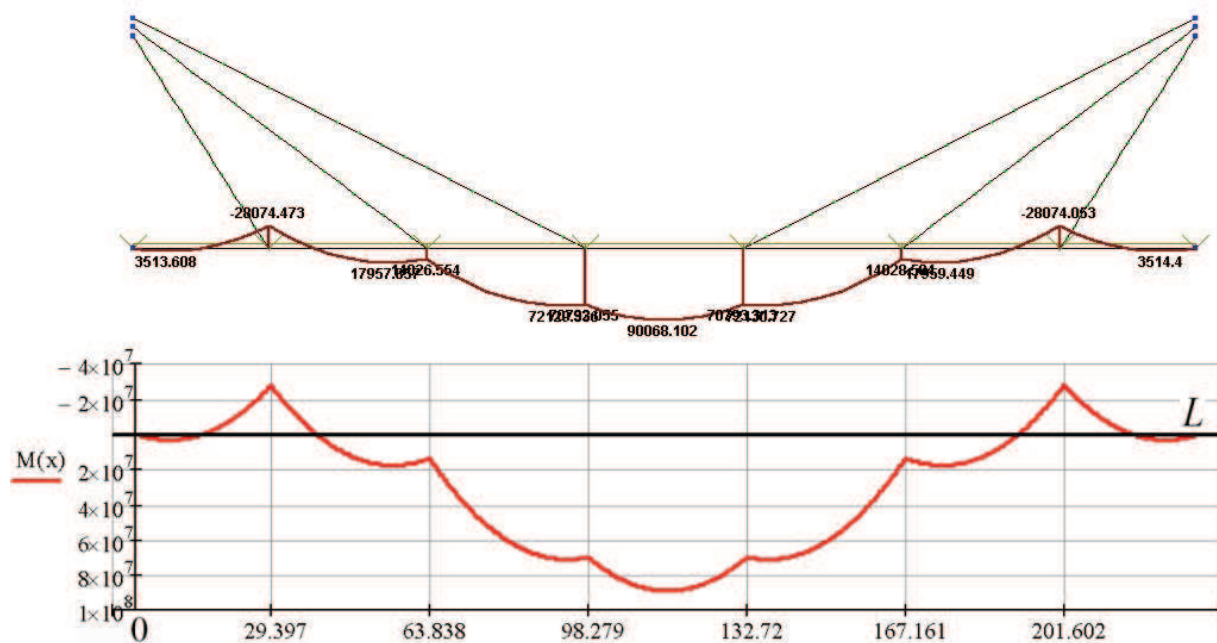
$$f_{prog} = \begin{pmatrix} 205.855 \\ 421.382 \\ 768.496 \\ 768.496 \\ 421.382 \\ 205.855 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Ievietojot atrastos lielumus (2.69) izteiksmē pārvietojuma  $f$  vietā, atrodam elastīgo balstu atsperes koeficientu vienas kolonas matricu (sijas gali stāv uz nekustīgām balstīklām, tāpēc pirmais un pēdējais loceklis ir  $\infty$ ):

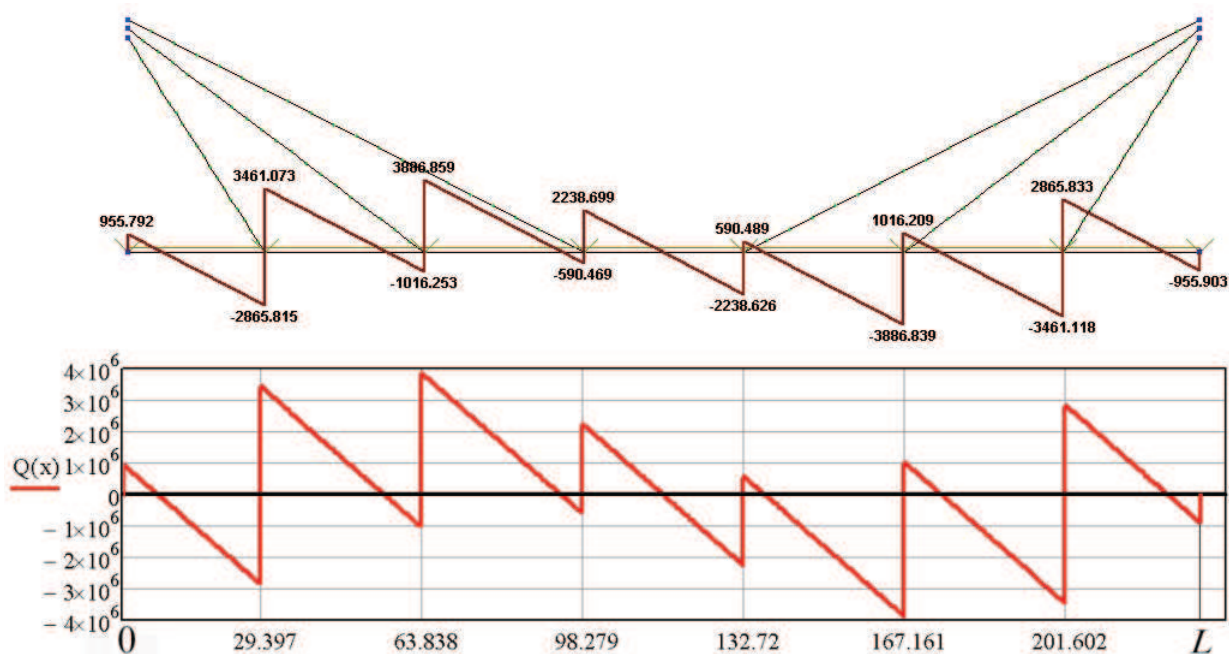
$$C = \begin{pmatrix} \infty \\ 95.292 \\ 33.344 \\ 13.885 \\ 13.885 \\ 33.344 \\ 95.292 \\ \infty \end{pmatrix} \frac{MN}{m}$$

Ar šiem izejas lielumiem veicam 2.5 nodaļā izvesto aprēķinu un konstruējam lieces momentu epīru (4.12. att.), šķērsspēku epīru (4.13. att.) un liektās ass funkciju (4.14. att.).

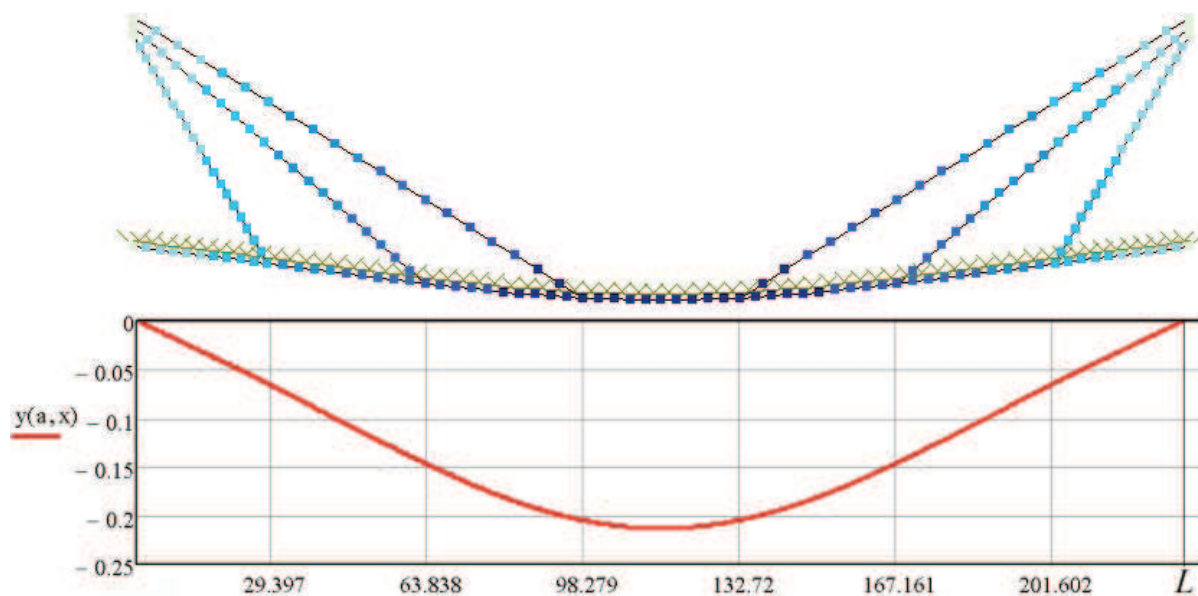
Iegūtie rezultāti ir apkopoti 4.6. un 4.7. tabulā, kur tie salīdzināti ar GEM aprēķinu (simetrijas dēļ parādīti tikai vienas puses rezultāti).



4.12. attēls. Lieces momentu epūra no vienmērīgi izkliedētas slodzes, kas iegūta ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)



4.13. attēls. Šķērsspēku epūra no vienmērīgi izkliedētas slodzes, kas iegūta ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)



4.14. attēls. Stinguma sijas deformētais stāvoklis no vienmērīgi izkliedētas slodzes, kas iegūts ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)

4.6. tabula. Lieces momentu un šķērsspēku aprēķina rezultātu salīdzinājums izkliedētai slodzei

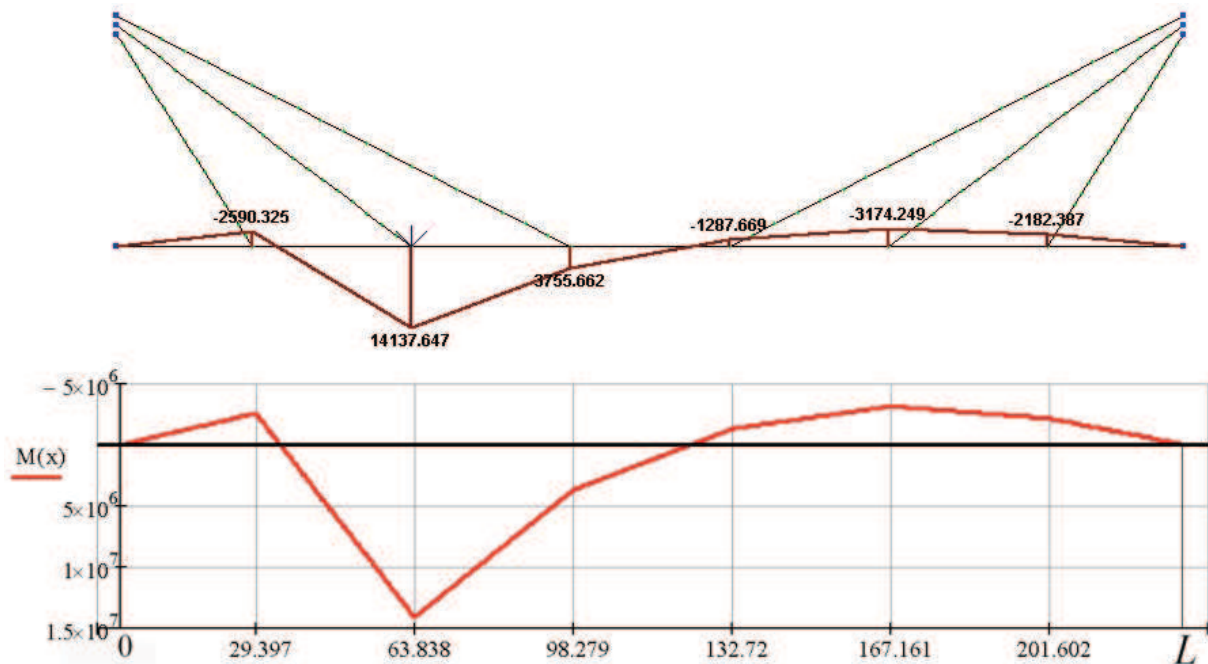
Piepūle		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments, KNm	uz 1. starpbalsta	-27735	-28074	1.21
	uz 2. starpbalsta	13793	14027	1.67
	uz 3. starpbalsta	69963	70792	1.17
	1. paneļa maksimums	3599	3514	-2.42
	2. paneļa vidus	12304	12252	-0.43
	3. paneļa vidus	61153	61685	0.86
	4. paneļa vidus	89238	90068	0.92
Šķērsspēks, KN	Gala balsts	967	956	-1.17
	1. starpbalsts K	-2854	-2866	0.41
	1. starpbalsts L	3444	3461	0.48
	2. starpbalsts K	-1033	-1013	-1.95
	2. starpbalsts L	3869	3887	0.45
	3. starpbalsts K	-608	-590	-2.99
	3. starpbalsts L	2239	2239	0.02

4.7. tabula. Mezglu vertikālo pārvietojumu aprēķina rezultātu salīdzinājums izkļiedētai slodzei

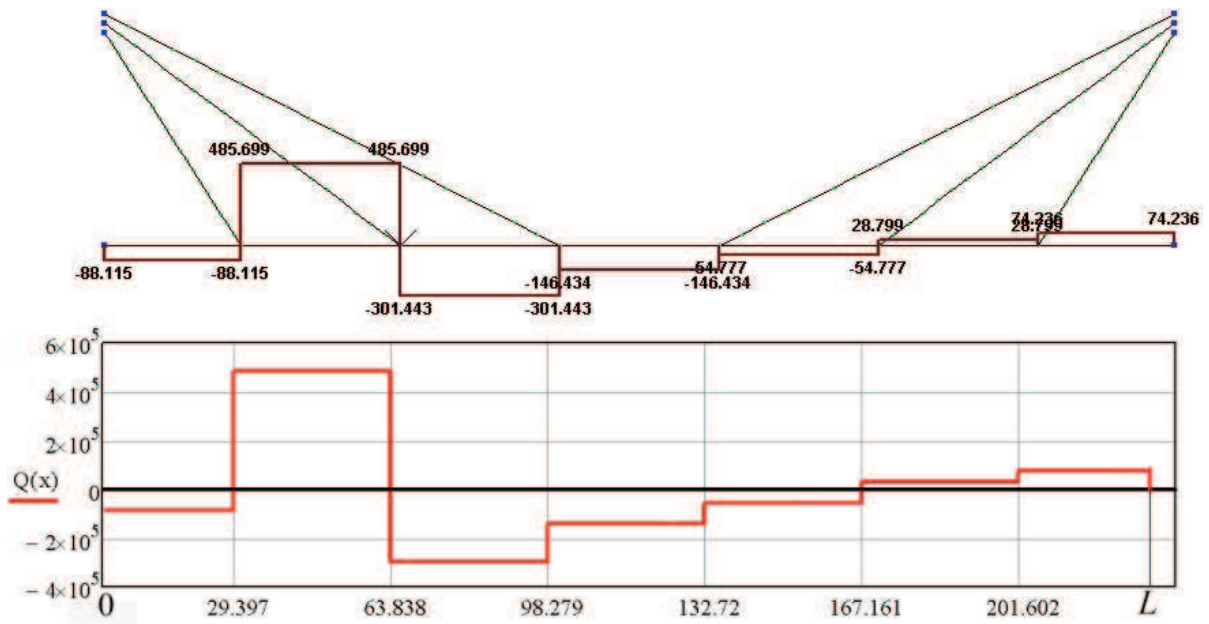
Pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Pārvietojums, mm	1. vants enkurmezglis	-66	-67	0.81
	2. vants enkurmezglis	-147	-148	0.88
	3. vants enkurmezglis	-205	-207	0.91
	1. paneļa vidus	-33	-33	0.77
	2. paneļa vidus	-107	-108	0.84
	3. paneļa vidus	-182	-183	0.89
	4. paneļa vidus	-213	-215	0.91

Grafisko interpretāciju un skaitlisko rezultātu salīdzinājums parāda ļoti labu sakritību – kļūda nepārsniedz 3%. Jāatzīmē, ka izlieču absolūtās vērtības (līdz 215 mm) ir salīdzinoši nelielas, tādēļ vants pagrieziens nedod būtisku nelineārā efekta ietekmi.

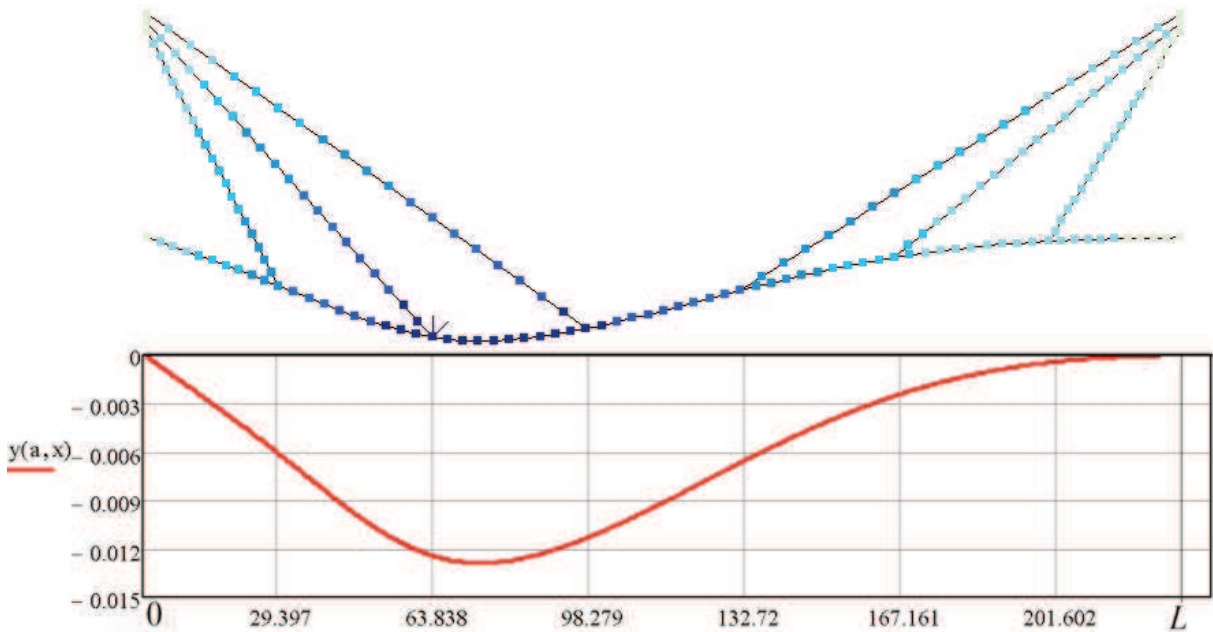
Tālāk šo pašu aprēķinu atkārtosim, shēmu slogojot ar koncentrētu spēku  $P_0 = 1200\text{kN}$ , kas pielikts otrās vants enkurmezglā (patvaļīgi pieņemts punkts). Rezultātu grafiskā interpretācija un skaitlisks salīdzinājums parādīts 4.15., 4.16. un 4.17. attēlā un 4.8. tabulā (šķērsspēku salīdzinājuma vietā šoreiz apskatīsim ar tiem saistītās balstu reakcijas).



4.15. attēls. Lieces momentu epūra no koncentrēta spēka, kas iegūta ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)



4.16. attēls. Šķērsspēku epūra no koncentrēta spēka, kas iegūta ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)



4.17. attēls. Stinguma sijas deformētais stāvoklis no koncentrēta spēka, kas iegūts ar GEM aprēķinu (LIRA – augšējais attēls) un ar precīzām būvmehānikas metodēm (MathCAD – apakšējais attēls)

Arī aprēķins ar koncentrēto slodzi uzrāda ļoti labu sakrītību (lielākās kļūdas ir vietās, kur apskatīto parametru absolūtās vērtības ir salīdzinoši mazas un līdz ar to proporcionāli liela ietekme ir vērtību noapaļošanai). Pie tam koncentrētas slodzes gadījumā stinguma sijas izlieces nav simetriskas (jo spēks pielikts otrās vants enkurojuma mezglā), taču aprēķinā pieņemti pa pāriem simetriski elastīgo balstu atsperes koeficienti. Tātad simetriski

izvietotajām vantīm atšķirīga leņķiskā pagrieziņa nelineārā ietekme uz atsperes koeficientu nav bijusi izšķiroša.

4.8. tabula. Lieces momentu, elastīgo balstu reakciju un mezglu vertikālo pārvietojumu aprēķina rezultātu salīdzinājums koncentrētai slodzei

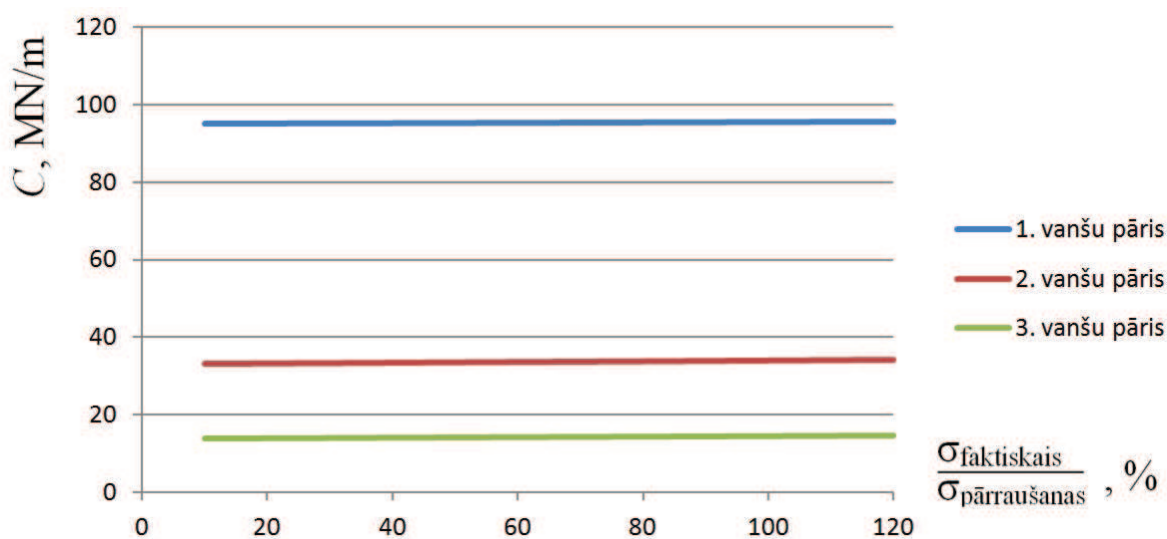
Piepūle vai pārvietojums		Risinājums		Kļūda, %
		analītisks	ar GEM	
Lieces moments, KNm	uz 1. starpbalsta	-2580	-2590	0.39
	uz 2. starpbalsta	14071	14138	0.47
	uz 3. starpbalsta	3677	3756	2.10
	uz 4. starpbalsta	-1308	-1288	-1.54
	uz 5. starpbalsta	-3145	-3174	0.93
	uz 6. starpbalsta	-2148	-2182	1.56
	1. paneļa vidus	-1290	-1295	0.39
	2. paneļa vidus	5750	5774	0.41
	3. paneļa vidus	8874	8947	0.81
	4. paneļa vidus	1185	1234	4.00
	5. paneļa vidus	-2226	-2231	0.22
	6. paneļa vidus	-2647	-2678	1.19
	7. paneļa vidus	-1074	-1091	1.56
Balstu reakcijas, KN	Sākuma gala balsts	-88	-88	0.39
	1. starpbalsts	572	574	0.40
	2. starpbalsts	-786	-787	0.20
	3. starpbalsts	157	155	-1.33
	4. starpbalsts	91	92	0.31
	5. starpbalsts	82	84	1.56
	6. starpbalsts	44	45	2.83
	Beigu gala balsts	-73	-74	1.56
Pārvietojums, mm	1. vants enkurmezgls	-6.0	-6.1	0.89
	2. vants enkurmezgls	-12.4	-12.5	0.90
	3. vants enkurmezgls	-11.3	-11.4	1.15
	4. vants enkurmezgls	-6.6	-6.7	1.45
	5. vants enkurmezgls	-2.5	-2.5	1.84
	6. vants enkurmezgls	-0.5	-0.5	2.52

Noteiksim vanšu spēkus abiem sloojuma gadījumiem, noteiksim atbilstošos spriegumus vantīs un salīdzināsim ar sākotnēji pieņemto ( $1/3$  no pārraušanas sprieguma). Rezultāti parādīti 4.9. tabulā. Tie parāda, ka pieņēmums ir tālu no reāli konstatētiem spēkiem, tomēr arī šāds pieņēmums ir devis labus rezultātus, modelējot laiduma darbību kā sijai uz elastīgiem balstiem.

4.9. tabula. Vanšu faktisko stiepes spēku un spriegumu salīdzinājums ar pieņemto ( $q$  – sloojums ar izkliedētu slodzi;  $P_0$  – sloojums ar koncentrēts spēks)

Vants Nr.	Stiepes spēks, kN		Spriegums, MPa			Drošības rezerve		
			Pārraušanas	Faktiskais		Pieņemtā	Faktiskā	
	no $q$	no $P_0$		no $q$	no $P_0$		no $q$	no $P_0$
1	7505	681	1860	200	18	3	9	102
2	8143	687	1860	217	18	3	9	102
3	6219	342	1860	166	9	3	11	204
4	6219	202	1860	166	5	3	11	345
5	8143	139	1860	217	4	3	9	502
6	7506	54	1860	200	1	3	9	1294

Šis novērojums aicina pārbaudīt apskatāmā piemēra vanšu atsperes koeficientu atkarību no izteiksmē (4.1) pieņemtā drošības koeficienta, kas parāda vants materiāla nestspējas faktisko izmantojumu. Izpētes nolūkā apskatīsim arī gadījumu, kad vants ir pārslogota līdz 120%. Trīs simetrisko vanšu pāriem atbilstošo atspers koeficientu atkarība no sprieguma vantī, kas izteikts procentos no pārraušanas sprieguma, parādīta 4.18. attēlā.



4.18. attēls. Trīs simetrisku vanšu pāru darbības modelēšanai izmantojama atsperes koeficienta atkarība no mezglu faktiskajiem pārvietojumiem

Iegūtais rezultāts parāda, ka faktiskais vants spēks minimāli ietekmē atsperes koeficientu vērtības un tādēļ reālā apgabalā jebkura pieņemta vērtība ir labi izmantojama, vanšu tilta stinguma siju aprēķinot kā nepārtrauktu daudzslāņu siju uz elastīgiem starpbalstiem – šādā aprēķinā reāliem uzdevumiem lielo pārvietojumu un vanšu pagriezienu nelineāro ietekmi uz atsperes koeficienta vērtību var ignorēt.

## 5 TEORĒTISKĀS BĀZES APROBĀCIJA

Veiktā pētījuma mērķis ir izstrādāt vispārinātu vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības analītiskas izpētes metodiku. Ņemot vērā, ka mūsdienu vanšu sistēmu attīstības straujš kāpums ir noticis pēdējās desmitgadēs, to aprēķinu metožu izstrāde ir notikusi laikā, kad galvenais inženiera instruments ir automatizētas programmatūras, kas, izmantojot galīgo elementu metodi, ļauj modelēt un analizēt sarežģītas konstrukcijas, bez vajadzības izstrādāt speciālas metodes to aprēķinam ar precīziem būvmehānikas paņēmieniem. Tādēļ vanšu tiltu racionālu risinājumu meklēšanā gandrīz vienmēr tiek izmantotas optimizācijas metodes, kas ir saistītas ar apjomīgu tehnisku darbību veikšanu – sistēmas izejas datu kopu ģenerēšana, liela skaita konstrukcijas modifikāciju aprēķināšana, būtisko rezultātu apkopošana un aproksimācija, iegūto funkciju minimizēšana un, vajadzības gadījumā, papildināšana ar jaunām izejas datu kopām. Šīs darbības nav kvalitatīvi veicamas bez labas izpratnes par vanšu sistēmu darbību, tajā skaitā – arī nelineārajiem efektiem, kas var būt par iemeslu meklējamās likumsakarības aprakstošo matemātisko funkciju pārrāvumam, lēcienam vai laužienam (tās var nebūt gludas funkcijas). Ejot klasisku optimizācijas ceļu, neveiksmīgi izvēlēta iegūtos punktus aproksimējoša funkcija var šos lēcienus neuzrādīt, bet minimizēšanas algoritmi var apstāties pie lokāla nevis globāla ekstrēmpunkta.

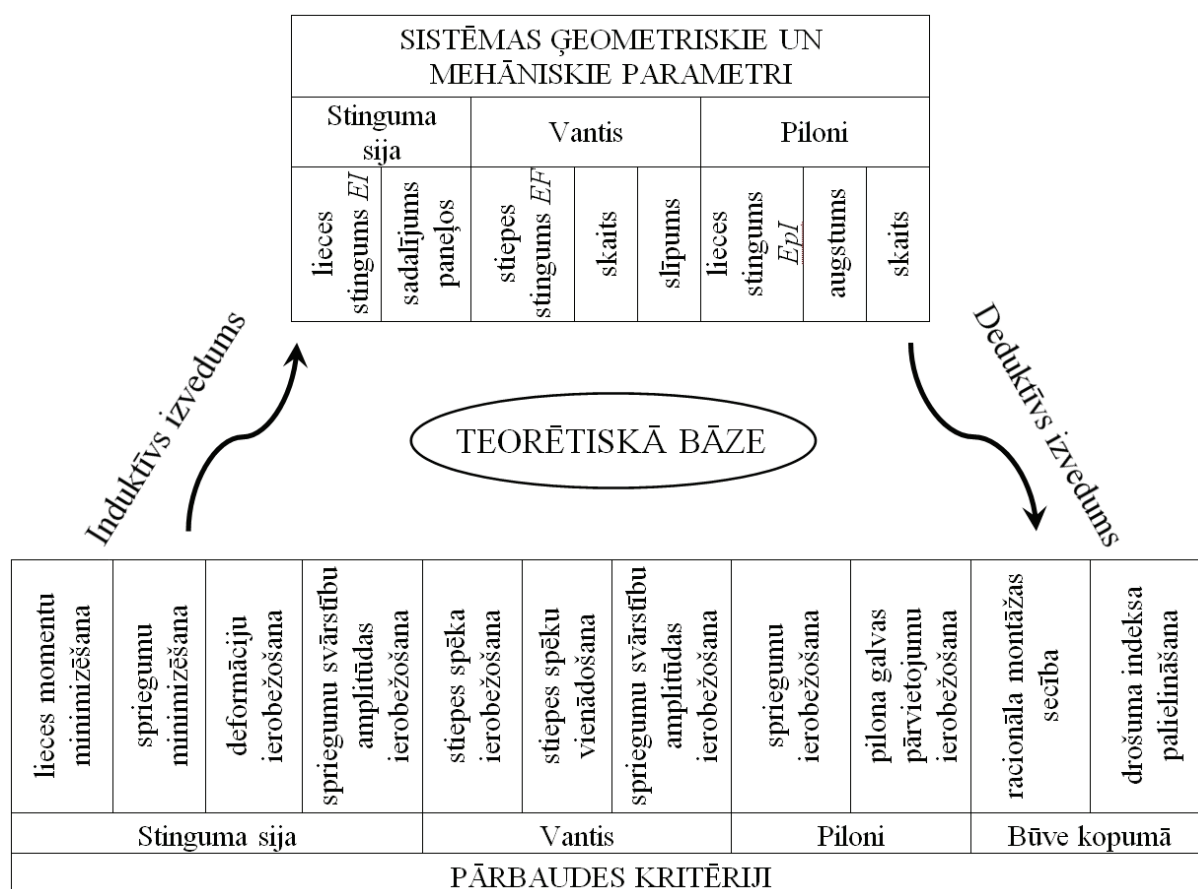
Šajā promocijas darbā aprakstītajā pētījumā ir meklētas analītiski (tātad – uz precīziem matemātiskiem izvedumiem balstītas un bez nejaušu punktu aproksimācijas) iegūtas likumsakarības vanšu tiltu izejas parametru ietekmes noteikšanai uz būtiskajiem konstrukcijas pārbaudes kritērijiem. Šīs funkcijas ir nepārtrauktas visā apskatāmajā apgabalā tādēļ ir lietojamas gan ekstrēmpunktu meklēšanai, gan arī savstarpējās ietekmes tendenču kontrolei.

Postulēto apsvērumu pielietojums ir izmēģināts uz dažiem piemēriem, kas uzrāda apskatāmajai sistēmai raksturīgas likumsakarības. Atsevišķos gadījumos tās ir jau iepriekš viegli prognozējamas (kas apliecina izveidotās analītiskās pieejas loģiskumu), bet citos uzrāda visai negaidītas tendences, kuru praktisks pielietojums ir padziļinātas izpētes vērts.

Šī darba secinājumos ir apkopoti tikai daži priekšlikumi, kas izriet no apskatīto piemēru rezultātiem. Dziļāks šī pētījuma mērķis ir piedāvātā spriešanas virziena (respektīvi, vanšu tiltu konstruktīvās darbības izpēte ar precīzām būvmehānikas metodēm) algoritmu iestrāde programmatūrā, kas šajā darbā parādītajām funkcionālajām (grafiski attēlojamām) likumsakarībām radnieciskus rezultātus dotu jebkurai lietotāju interesējošai vanšu tilta shēmai. Šāds analīzes veids ļautu nokļūt pie racionālas konstrukcijas ātrāk, vienkāršāk un ticamāk (ņemot vērā neskaidrības ar aproksimējošo funkciju atbilstību visā pētāmajā

apgabalā), salīdzinot ar iteratīvām optimizācijas metodēm. Tas dotu arī labāku izpratni par vienu vai cita konstrukcijas pārbaudes kritērija „jūtīgumu” uz izejas datu izmaiņām. Jādomā, ka šāda analīzes instrumenta lietošana dotu arī citus vērā ņemamus racionālu konstrukciju izvēles priekšlikumus bez šajā darbā konstatētajiem.

Izstrādājamās programmatūras izmantošanas principālā shēma parādīta 5.1. attēlā. Lietotājam iespējams uzdot vienu vai vairākus no uzskaitītajiem kritērijiem (tikpat labi – gan pieņemt sistēmas ģeometriskos vai mehāniskos parametrus, kā arī nodefinēt kādu no kopējai shēmai svarīgiem nosacījumiem) un iegūt grafisku ainu par to saderību ar citiem rādītājiem.



5.1. attēls. Vanšu tilta būtisko savstarpēji saistīto parametru un kritēriju apkopojums

Izstrādātais pētījums pilnībā nosedz jautājumus, kas saistīti ar vanšu un stinguma sijas darbību un savstarpējo ietekmi, kā arī sniedz risinājumus populārāko būvniecības metožu ievērtēšanai. Papildus iespējams spriedumos iekļaut pilonu darbību, kā arī būvei izvirzāmās ilgmūžības un drošības prasības [18, 31], kas saistītas ar EN būvnormatīvos definētā drošuma indeksa  $\beta$  ietekmi.

## SECINĀJUMI

Promocijas darbā ir izstrādāta vanšu tiltu nesošo elementu kopdarbības analīzes jauna metodika, kas palīdz atrast racionālus sistēmas izejas parametrus. Definēti novatoriskas „aktīvas” vanšu sistēmas darbības principi. Metodikas pielietojuma iespējas parādītas ar piemēriem. Rezultātu precizitāte pārbaudīta ar tradicionālām aprēķinu metodēm.

- 1) Pierādīts, ka samazinot stinguma sijas inerces momentu, iespējams samazināt arī vanšu šķērsriezuma laukumu, nemainot stinguma sijas lieces momentu epīru. Robežu līdz kurai iespējams samazināt šķērsriezuma parametrus, nosaka pieļaujamie spriegumi atvieglotajā konstrukcijā (nestspējas robežstāvokļa kritērijs) un pārvietojumu ierobežojumi (lietojamības robežstāvokļa kritērijs).
- 2) Mazākie teorētiski iespējamie lieces momenti stinguma sijā no mainīgas kustīgās slodzes ir iegūstami, izveidojot „aktīvu” vanšu sistēmu – sistēmu, kas darbojas kā mehānisms, atkarībā no aktuālajiem vanšu enkurmezglu pārvietojumiem kustīgās slodzes ietekmē, piespriedzot atsevišķas vantis.
- 3) „Aktīvas” vanšu sistēmas spēja samazināt piepūles stinguma sijā ir lielāka konstrukcijām ar mazāku parametra  $\eta$  vērtību, kas parāda pastāvīgo slodžu radīto piepūļu attiecību pret maksimālo piepūli mezglā, kas iegūta no nelabvēlīgākā mainīgās slodzes novietojuma. Ja ar „aktīvas” vanšu sistēmas palīdzību maksimālās piepūles stinguma sijā samazina par 10%, tad maksimālie stiepes spēki vantīs pieaug par 3%. „Aktīva” vanšu sistēma dod materiāla ekonomiju, kā arī pagarina konstrukcijas darba mūžu, samazinot spriegumu svārstības tilta laiduma konstrukcijā.
- 4) Pierādīts, ka „aktīvās” vanšu sistēmas regulēšanas mehānismam vienlaicīgi jādarbojas tikai tajās vantīs, kas ietver tilta segmentu (paneli), kurā atrodas kustīgā slodze, kā arī centrālā laiduma malējām vantīm. Tas nozīmē, ka malējās vantis ir aktīvas nepārtraukti, taču pārējās darbojas tikai epizodiski; tādēļ „aktīvas” sistēmas malējām vantīm ieteicams paredzēt lielākas drošības rezerves.
- 5) Konstatēts, ka vanšu stiepes spēki ir proporcionāli elastīgu atsperveida balstu pārvietojumiem. Šos lielumus saista atsperes koeficients, kas ir nelineāri atkarīgs no vants stinguma  $E_v F$ . Pārbaudīts, ka tiltam pieļaujamu izlieču apgabalā šīs atkarības linearizēšanas radītā aprēķinu kļūda izstrādātajā metodikā nepārsniedz 1,3%.
- 6) Racionāla stinguma sijas sadalīšana paneļos un ar to saistītā vanšu enkuru izvietošana ļauj samazināt maksimālos spriegumus laiduma konstrukcijā, vienlaikus vienādojot vanšu stiepes spēkus.

**STINGUMA SIJAS APRĒKINS KĀ SIJA UZ ELASTĪGIEM BALSTIEM**Laidums:  $L_0 := 231\text{m}$ Vienmērīgi izkliedēta un koncentrēta slodze:  $q := 130 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$   $P := 1200\text{kN}$  konc. spēka pielikšanas punksts:  $a := 46.61\text{m}$ Stinguma sijas elastības modulis un šķērsgriezuma inerces moments:  $E := 36\text{GPa}$   $I := 41.7476\text{m}^4$ Vanšu skaits:  $n := 6$ Indeksi:  $t := 1..n$   $k := 1..n+1$   $p := 1..n+2$   $f := 1..n+3$   $d := 1..n+4$ Peneļu garumi:  $b_0 := \begin{pmatrix} 29.397 \\ 34.441 \\ 34.441 \\ 34.441 \\ 34.441 \\ 34.441 \\ 29.397 \end{pmatrix} \text{m}$ 

Pārbaude:

$$\sum_{z=1}^{n+1} b_{0_z} = 230.999\text{m}$$

$$bb(p) := \sum_{z=1}^p b_{0_z}$$

Mezglu punkti (arī fiktīvie):

Laidumi:

$$b_d := \begin{cases} -1\text{m} & \text{if } d = 1 \\ (0\text{m}) & \text{if } d = 2 \\ L_0 + 1\text{m} & \text{if } d = n + 4 \\ bb(d - 2) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$L_{\text{eff}} := \begin{cases} 0 & \text{if } f = 1 \vee f = n + 3 \\ b_{0_{f-1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$i_{i_k} := \frac{E \cdot I}{L_{k+1}}$$

Īpatnējais stingums:

$$i_f := \begin{cases} 0 & \text{if } f = 1 \vee f = n + 3 \\ i_{f-1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Sistēmas ģeometrijas parametrs:

- 1 - divi piloni un viens centrālais laidums
- 2 - divi piloni un trīs laidumi
- 3 - viens pilons un viens laidums
- 4 - viens pilons un divi laidumi

 $\dot{g} := 1$ Pilona augstums:  $h_p := 50\text{m}$ Vertikālais attālums starp vanšu enkuriem pilonā:  $dh := 2\text{m}$ 

Vanšu enkuru pilonā skaits un augstums:

$$ef := \begin{cases} 1.. \frac{n}{2} & \text{if } \dot{g} = 1 \\ 1.. \frac{n-2}{4} & \text{if } \dot{g} = 2 \\ 1..n & \text{if } \dot{g} = 3 \\ 1.. \frac{n-1}{2} & \text{if } \dot{g} = 4 \end{cases}$$

$$ef = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$h_{ef} := h_p - dh \cdot \begin{pmatrix} \frac{n}{2} & \text{if } \dot{g} = 1 & -ef \\ \frac{n-2}{4} & \text{if } \dot{g} = 2 \\ n & \text{if } \dot{g} = 3 \\ \frac{n-1}{2} & \text{if } \dot{g} = 4 \end{pmatrix} \quad h_{ef} = \begin{matrix} 46 \\ 48 \\ 50 \end{matrix} \text{m}$$

Vanšu parametri elastības modulis un šķērsgriezuma laukums::

$$E_V := 195\text{GPa} \quad F_V := 250 \cdot 150\text{mm}^2 = 37500 \cdot \text{mm}^2$$

$$EFs := E_V \cdot F_V = 7312.5 \cdot \text{MN}$$

Vanšu enkurmezgli:  $bbb_t := b_{t+2}$ Pieņemts vanšu drošības koef.:  $\gamma := 3$ 

Prognozētie vanšu enkurmezglu vertikālie pārvietojumi (pieņemot, ka spriegums vantī būs ap 50% no 1860MPa):

$$z_{\text{prog}_t} := \begin{cases} \sqrt{\left[ \frac{1860\text{MPa}}{\gamma \cdot E_V} \cdot \sqrt{(h_t)^2 + (bbb_t)^2} + \sqrt{(h_t)^2 + (bbb_t)^2} \right]^2 - (bbb_t)^2} - h_t & \text{if } t \leq \frac{n}{2} \\ \sqrt{\left[ \frac{1860\text{MPa}}{\gamma \cdot E_V} \cdot \sqrt{(h_{n-t+1})^2 + (bbb_{n-t+1})^2} + \sqrt{(h_{n-t+1})^2 + (bbb_{n-t+1})^2} \right]^2 - (bbb_{n-t+1})^2} - h_{n-t+1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Atbilstošie vanšu enkurmezglu vertikālā pārvietoējuma atsperes koeficienti

$$Nv_t := \begin{cases} \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{(h_t + zprog_t)^2 + (bbb_t)^2} - \sqrt{(h_t)^2 + (bbb_t)^2} \right]}{zprog_t \cdot \sqrt{(h_t)^2 + (bbb_t)^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{h_t + zprog_t}{bbb_t} \right) \right) & \text{if } t \leq \frac{n}{2} \\ \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{(h_{n-t+1} + zprog_t)^2 + (bbb_{n-t+1})^2} - \sqrt{(h_{n-t+1})^2 + (bbb_{n-t+1})^2} \right]}{zprog_t \cdot \sqrt{(h_{n-t+1})^2 + (bbb_{n-t+1})^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{h_{n-t+1} + zprog_t}{bbb_{n-t+1}} \right) \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_{pp} := \begin{cases} 10^{50} \cdot Nv_1 & \text{if } p = 1 \vee p = n + 2 \\ Nv_{p-1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Fiktīvs 1m garš  
malējais laidums:

$$Y_f := \begin{cases} 1m & \text{if } L_f = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

r matricas rindas un kolonnas:  $u := 1 .. 2 \cdot (n + 2)$   $v := 1 .. 2 \cdot (n + 2)$

No vienības pagriezina un vienības pārvietoējuma mezglos

$$r_{u,v} := \begin{cases} \text{if } 1 \leq u \leq n + 2 \\ \begin{cases} \text{if } 1 \leq v \leq n + 2 \\ \begin{cases} \frac{1}{m} \cdot (4 \cdot i_u + 4 \cdot i_{u+1}) & \text{if } v = u \\ \frac{1}{m} \cdot (2 \cdot i_{\max(u,v)}) & \text{if } |v - u| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{if } n + 3 \leq v \leq 2 \cdot (n + 2) \\ \begin{cases} \frac{6 \cdot i_{v-n-2}}{L_{v-n-2} + Y_{v-n-2}} - \frac{6 \cdot i_{v-n-1}}{L_{v-n-1} + Y_{v-n-1}} & \text{if } v = u + n + 2 \\ (v - n - 2 - u) \cdot \frac{6 \cdot i_{\max(u,v-n-2)}}{L_{\max(u,v-n-2)} + Y_{\max(u,v-n-2)}} & \text{if } |v - n - 2 - u| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \\ \text{if } n + 3 \leq u \leq 2(n + 2) \\ \begin{cases} r_{v,u} & \text{if } 1 \leq v \leq n + 2 \\ \text{if } n + 3 \leq v \leq 2 \cdot (n + 2) \\ \begin{cases} m \cdot \left[ C_{u-n-2} + \frac{12 \cdot i_{v-n-2}}{(L_{v-n-2} + Y_{v-n-2})^2} + \frac{12 \cdot i_{v-n-1}}{(L_{v-n-1} + Y_{v-n-1})^2} \right] & \text{if } v = u \\ m \cdot \frac{-12 \cdot i_{\max(v,u)-n-2}}{(L_{\max(v,u)-n-2} + Y_{\max(v,u)-n-2})^2} & \text{if } |v - u| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Nezināmo skaits:  $j := 1 .. 2 \cdot (n + 2)$

Pamatsistēmas momentu epīra no vienmērīgi izkļiedētās slodzes:

$$Rq_j := \begin{cases} \frac{-1}{m} \cdot \left[ \frac{q}{12} \cdot \left[ (L_{j+1})^2 - (L_j)^2 \right] \right] & \text{if } 1 \leq j \leq n + 2 \\ \frac{q}{2} \cdot (L_{j-n-1} + L_{j-n-2}) & \text{if } n + 3 \leq j \leq 2(n + 2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Koncentrēta spēka pielikšanas punkta attālums līdz tuvākajam enkurmezglam no labās un kreisās puses:

$$aK_f := \begin{cases} a - b_f & \text{if } (a - b_f) \cdot (a - b_{f+1}) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad aL_f := \begin{cases} b_{f+1} - a & \text{if } (a - b_{f+0}) \cdot (a - b_{f+1}) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Pamatsistēmas momentu epīra nokoncentrēta spēka:

$$RP_j := \begin{cases} \frac{P}{m} \cdot \left[ \left( \frac{aK_j}{L_j + Y_j} \right)^2 \cdot aL_j - \left( \frac{aL_{j+1}}{L_{j+1} + Y_{j+1}} \right)^2 \cdot aK_{j+1} \right] & \text{if } 1 \leq j \leq n+2 \\ \frac{P}{m} \cdot \left[ \left( \frac{aK_{j-n-2}}{L_{j-n-2} + Y_{j-n-2}} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot aL_{j-n-2}}{L_{j-n-2} + Y_{j-n-2}} \right) + \left( \frac{aL_{j-n-1}}{L_{j-n-1} + Y_{j-n-1}} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot aK_{j-n-1}}{L_{j-n-1} + Y_{j-n-1}} \right) \right] & \text{if } n+3 \leq j \leq 2(n+2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Vienādojumu sistēmas atrisinājums  
(mezglu pārvietojumi un pagriezieni):

$$Zq := r^{-1} \cdot (-Rq)$$

$$ZP := r^{-1} \cdot (-RP)$$

Pamatsistēmas epīras no ārējās slodzes

$$Mp_q(k, x) := \begin{cases} \frac{-q \cdot (L_{k+1})^2}{12} + \frac{q \cdot L_{k+1} \cdot (x - b_{k+1})}{2} - \frac{q \cdot (x - b_{k+1})^2}{2} & \text{if } b_{k+1} < x \leq b_{k+2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Mp_P(k, x) := \begin{cases} \frac{P \cdot aK_{k+1} \cdot (aL_{k+1})^2}{(L_{k+1})^2} \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot aK_{k+1}}{L_{k+1}} \right) \cdot \frac{x - a}{a - b_{k+1}} + \frac{2 \cdot P \cdot (aK_{k+1} \cdot aL_{k+1})^2}{(L_{k+1})^3} & \text{if } b_{k+1} \leq x \leq a \\ \frac{P \cdot aL_{k+1} \cdot (aK_{k+1})^2}{(L_{k+1})^2} \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot aL_{k+1}}{L_{k+1}} \right) \cdot \frac{b_{k+2} - x}{b_{k+2} - a} - \frac{P \cdot aL_{k+1} \cdot (aK_{k+1})^2}{(L_{k+1})^2} & \text{if } a < x \leq b_{k+2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Pamatsistēmas epīra no vienības pagriezieniem un pārvietojumiem mezglos:

$$M_{01}(p, x) := \begin{cases} \frac{6 \cdot i_p \cdot (b_{p+1} - x)}{b_{p+1} - b_p} - 4 \cdot i_p & \text{if } b_p \leq x \leq b_{p+1} \\ \frac{6 \cdot i_{p+1} \cdot (b_{p+2} - x)}{b_{p+2} - b_{p+1}} - 2 \cdot i_{p+1} & \text{if } b_{p+1} \leq x \leq b_{p+2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad M_{02}(p, x) := \begin{cases} \frac{12 \cdot i_p \cdot (b_{p+1} - x)}{L_p \cdot (b_{p+1} - b_p)} - \frac{6 \cdot i_p}{L_p} & \text{if } b_p \leq x \leq b_{p+1} \\ \frac{12 \cdot i_{p+1} \cdot (x - b_{p+2})}{L_{p+1} \cdot (b_{p+2} - b_{p+1})} + \frac{6 \cdot i_{p+1}}{L_{p+1}} & \text{if } b_{p+1} \leq x \leq b_{p+2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Rezultējošā momentu un šķērjspēku epīra no izklidētas slodzes un koncentrēta spēka:

$$Mq(x) := \sum_{z=1}^{n+1} (Mp_q(z, x)) + \sum_{z=1}^{n+2} (Zq_z \cdot M_{01}(z, x)) + (m) \cdot \sum_{z=n+3}^{2 \cdot (n+2)} (Zq_z \cdot M_{02}(z - n - 2, x)) \quad Qq(x) := \frac{d}{dx} Mq(x)$$

$$MP(x) := \sum_{z=1}^{n+1} (Mp_P(z, x)) + \sum_{z=1}^{n+2} (ZP_z \cdot M_{01}(z, x)) + (m) \cdot \sum_{z=n+3}^{2 \cdot (n+2)} (ZP_z \cdot M_{02}(z - n - 2, x)) \quad QP(x) := \frac{d}{dx} MP(x)$$

Summārās epīras:  $M(x) := Mq(x) + MP(x)$

$Q(x) := Qq(x) + QP(x)$

Balstreakcijas (vanšu spēku vertikālās komponentes):

$$RR_p := -(ZP_{p+n+2} + Zq_{p+n+2}) \cdot \sum_{z=n+3}^{2 \cdot (n+2)} r_{z, p+n+2}$$

Pārvietojumu mezglos

$$\Delta_p := \frac{RR_p}{C_p}$$

Stiepes spēki vantīs:

$$Rv_t := \begin{cases} \frac{RR_{t+1}}{\sin\left(\operatorname{atan}\left(\frac{h_t + \Delta_{t+1}}{bbb_t}\right)\right)} & \text{if } t \leq \frac{n}{2} \\ \frac{RR_{t+1}}{\sin\left(\operatorname{atan}\left(\frac{h_{n-t+1} + \Delta_{t+1}}{bbb_{n-t+1}}\right)\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Spriegums vantīs:

$$\sigma_{v_t} := \frac{Rv_t}{F_v}$$

Izlīdzinātie mezglu pārvietojumu (pieņemot, ka abi gali nepārvietojas)

$$\Delta_i^p := \Delta_p - \Delta_1 + \frac{(\Delta_1 - \Delta_{n+2}) \cdot b_{p+1}}{L_0}$$

LIEKTĀS ASS VIENĀDOJUMA APRĒĶINS

Divbalstu sijas izliece no izklīdētas slodzes:  $y_q(x) := \frac{q}{24 \cdot E \cdot I} \cdot (2 \cdot L_0 \cdot x^3 - x^4 - L_0^3 \cdot x)$

Integrēšanas konstantes:

$$C_{22}(aa) := \frac{L_0 \cdot aa^2}{6}$$

$$C_{21}(aa) := \frac{aa^2 + 2 \cdot L_0^2}{-6}$$

$$C_{11}(aa) := \frac{3 \cdot L_0 \cdot aa^2 - aa^3 - 2 \cdot aa \cdot L_0^2}{6 \cdot (L_0 - aa)}$$

Divbalstu sijas deformācijas no koncentrēta spēka un balstreakcijām:

$$y_{P1}(aa, x) := \frac{P \cdot (L_0 - aa)}{E \cdot I \cdot L_0} \cdot \left( \frac{x^3}{6} + x \cdot C_{11}(aa) \right) \quad y_{R1}(aa, x) := \frac{RR_{aa+1} \cdot (L_0 - b_{aa+2})}{E \cdot I \cdot L_0} \cdot \left( \frac{x^3}{6} + x \cdot C_{11}(b_{aa+2}) \right)$$

$$y_{P2}(aa, x) := \frac{P \cdot aa}{E \cdot I \cdot L_0} \cdot \left( \frac{L_0 \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + C_{21}(aa) \cdot x + C_{22}(aa) \right) \quad y_{R2}(aa, x) := \frac{RR_{aa+1} \cdot b_{aa+2}}{E \cdot I \cdot L_0} \cdot \left( \frac{L_0 \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + C_{21}(b_{aa+2}) \cdot x + C_{22}(b_{aa+2}) \right)$$

$$y_P(aa, x) := \begin{cases} y_{P1}(aa, x) & \text{if } x \leq aa \\ y_{P2}(aa, x) & \text{if } x > aa \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_{RR}(aa, x) := \begin{cases} y_{R1}(aa, x) & \text{if } x \leq b_{aa+2} \\ y_{R2}(aa, x) & \text{if } x > b_{aa+2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_R(x) := \sum_{z=1}^n y_{RR}(z, x)$$

Pārvietojumi, ja sijas gali ir fiksēti:  $y_0(aa, x) := y_q(x) + y_P(aa, x) - y_R(x)$

Izlīdzinātas deformācijas (ņemot vērā galu vertikālos pārvietojumus)

$$\Delta_1 + \frac{(\Delta_1 - \Delta_{n+2}) \cdot 1m}{L_0} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$y(aa, x) := \begin{cases} y_0(aa, x) - \Delta_1 + \frac{(\Delta_1 - \Delta_{n+2}) \cdot x}{L_0} & \text{if } 0 \leq x \leq L_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Momentu un šķērsspēku epīras pārbaude (no liektās ass vienādojuma):

$$MM(x) := E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y(a, x) \quad QQ(x) := E \cdot I \cdot \frac{d^3}{dx^3} y(a, x)$$

**REZULTĀTI**

Mezglu punkti (arī fiktīvie):

$$b_d =$$

-1
0
29.397
63.838
98.279
132.72
167.161
201.602
230.999
232

·m

Vanšu enkurmezgli:

$$bbb =$$

29.397
63.838
98.279
132.72
167.161
201.602

m

Laidumi:

$$L_f =$$

0
29.397
34.441
34.441
34.441
34.441
34.441
34.441
29.397
0

·m

Īpatnējais stingums:

$$i_f =$$

0
51.125
43.637
43.637
43.637
43.637
43.637
43.637
51.125
0

·GN·m

Vanšu garumi un slīpuma leņķi:

$$\sqrt{(h_{ef})^2 + (bbb_{ef})^2} = \text{atan}\left(\frac{h_{ef} + 1\text{m}}{bbb_{ef}}\right) =$$

54.591
79.87
110.267

·m

57.975
37.509
27.426

·deg

Atsperes koeficienti:

$$C =$$

$9.529 \times 10^{51}$
95.292
33.344
13.885
13.885
33.344
95.292
$9.529 \times 10^{51}$

· $\frac{MN}{m}$

Koncentrēta apēka attālums līdz tuvākajiem enkuriem:

$$aK_f =$$

0
0
17.213
0
0
0
0
0
0
0

m

$$aL_f =$$

0
0
17.228
0
0
0
0
0
0
0

m

Laidumi (arī fiktīvie):

$$L_f + Y_f =$$

1
29.397
34.441
34.441
34.441
34.441
34.441
34.441
29.397
1

m

Raksturīgās matricas:

$$r =$$

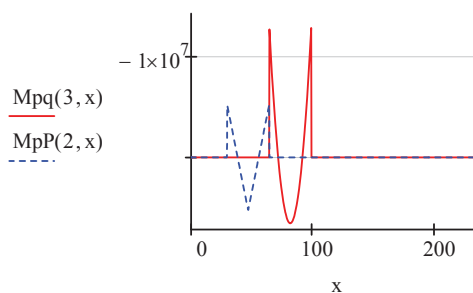
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4.499	2.249	0	0	0	0	0	0	0.435	0.435	0	0	0	0	0	0
2	2.249	9.048	7.275	0	0	0	0	0	0.435	2.833	7.602	0	0	0	0	0
3	0	7.275	9.099	7.275	0	0	0	0	0	7.602	0	7.602	0	0	0	0
4	0	0	7.275	9.099	7.275	0	0	0	0	0	7.602	0	7.602	0	0	0
5	0	0	0	7.275	9.099	7.275	0	0	0	0	0	7.602	0	7.602	0	0
6	0	0	0	0	7.275	9.099	7.275	0	0	0	0	0	7.602	0	7.602	0
7	0	0	0	0	0	7.275	9.048	2.249	0	0	0	0	0	7.602	2.833	0.435
8	0	0	0	0	0	0	2.249	4.499	0	0	0	0	0	0	0.435	0.435
9	0.435	0.435	0	0	0	0	0	0	$\cdot 10^{48}$	-0.71	0	0	0	0	0	0
10	0.435	2.833	7.602	0	0	0	0	0	-0.71	1.247	0.441	0	0	0	0	0
11	0	7.602	0	7.602	0	0	0	0	0	0.441	0.916	0.441	0	0	0	0
12	0	0	7.602	0	7.602	0	0	0	0	0	0.441	0.897	0.441	0	0	0
13	0	0	0	7.602	0	7.602	0	0	0	0	0	0.441	0.897	0.441	0	0
14	0	0	0	0	7.602	0	7.602	0	0	0	0	0	0.441	0.916	0.441	0
15	0	0	0	0	0	7.602	2.833	0.435	0	0	0	0	0	0.441	1.247	-0.71
16	0	0	0	0	0	0	0.435	0.435	0	0	0	0	0	0	-0.71	$\cdot 10^{48}$

·GN

	1		1		1		1						
Rq =	1	-9.362	·MN	RP =	1	0	·MN	Zq =	1	$2.25 \cdot 10^{-3}$	ZP =	1	$2.282 \cdot 10^{-4}$
	2	-3.488			2	-5.168			2	$2.338 \cdot 10^{-3}$		2	$2.014 \cdot 10^{-4}$
	3	0			3	5.164			3	$2.203 \cdot 10^{-3}$		3	$-2.191 \cdot 10^{-5}$
	4	0			4	0			4	$9.489 \cdot 10^{-4}$		4	$-1.033 \cdot 10^{-4}$
	5	0			5	0			5	$-9.489 \cdot 10^{-4}$		5	$-9.299 \cdot 10^{-5}$
	6	0			6	0			6	$-2.203 \cdot 10^{-3}$		6	$-5.088 \cdot 10^{-5}$
	7	3.488			7	0			7	$-2.338 \cdot 10^{-3}$		7	$-1.322 \cdot 10^{-5}$
	8	9.362			8	0			8	$-2.25 \cdot 10^{-3}$		8	$-1.483 \cdot 10^{-6}$
	9	1.911			9	0			9	0		9	0
	10	4.149			10	0.6			10	-0.066		10	$-6.446 \cdot 10^{-3}$
	11	4.477			11	0.6			11	-0.147		11	$-9.779 \cdot 10^{-3}$
	12	4.477			12	0			12	-0.205		12	$-7.245 \cdot 10^{-3}$
	13	4.477			13	0			13	-0.205		13	$-3.714 \cdot 10^{-3}$
	14	4.477			14	0			14	-0.147		14	$-1.204 \cdot 10^{-3}$
	15	4.149			15	0			15	-0.066		15	$-1.586 \cdot 10^{-4}$
	16	1.911			16	0			16	0		16	0

Pamatsistēmas epīras no ārējās slodzes

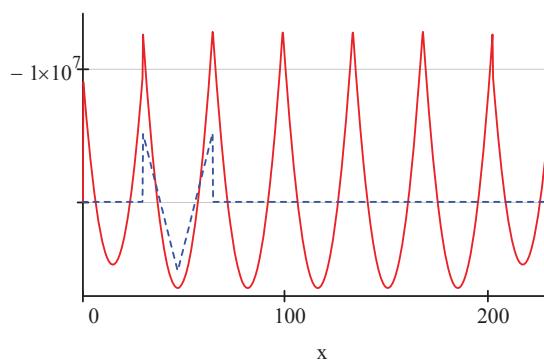
Atsevišķām panelim



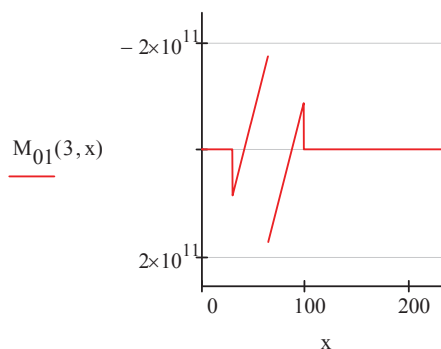
$$\sum_{z=1}^{n+1} (M_{pq}(z, x))$$

$$\sum_{z=1}^{n+1} (M_{pP}(z, x))$$

Summārā

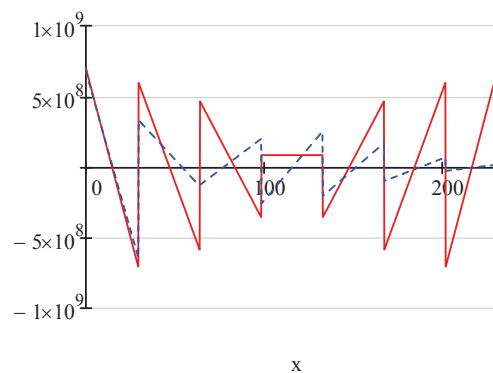


Pamatsistēmas epīra no vienības pagriezieniem mezalos:

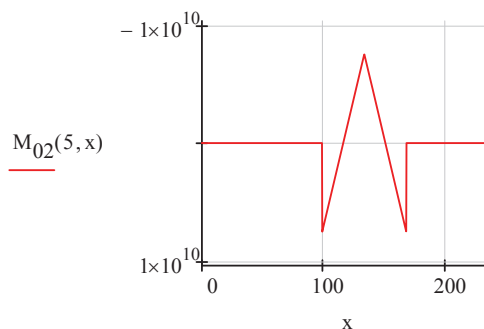


$$\sum_{z=1}^{n+2} (Z_{qz} \cdot M_{01}(z, x))$$

$$10 \cdot \sum_{z=1}^{n+2} (Z_{Pz} \cdot M_{01}(z, x))$$

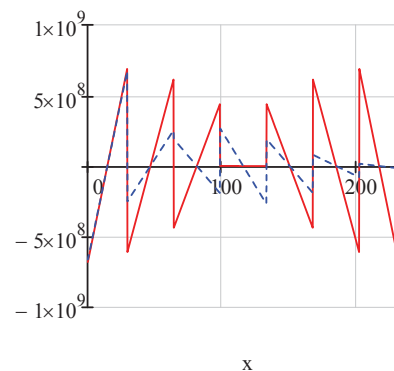


Pamatsistēmas epīra no vienības pārvietojumiem mezalos

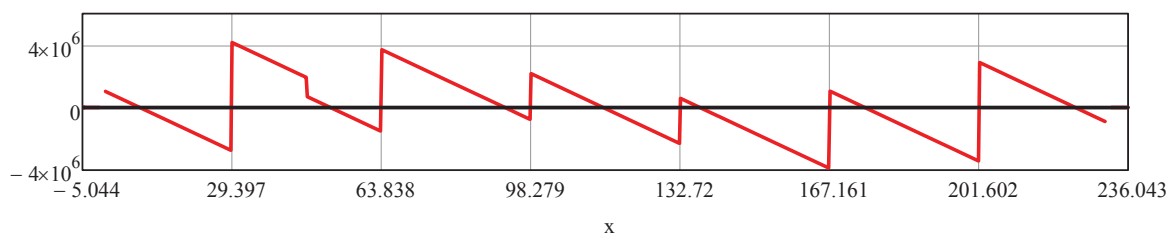
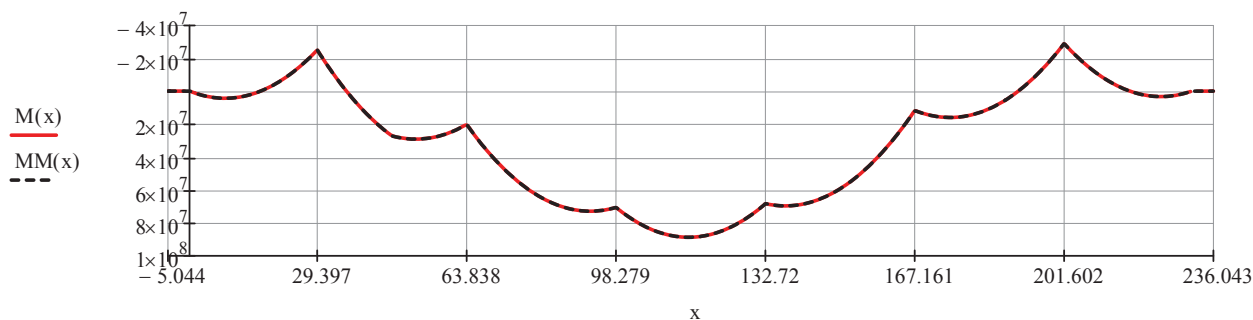


$$\sum_{z=n+3}^{2 \cdot (n+2)} (Z_{qz} \cdot M_{02}(z-n-2, x))$$

$$10 \cdot \sum_{z=n+3}^{2 \cdot (n+2)} (Z_{Pz} \cdot M_{02}(z-n-2, x))$$



KOPĒJĀ LIECES MOMENTU UN ŠĶĒRSSPĒKU EPĪRA (ar pārbaudi, kas iegūta no liektās ass vienādojuma)



Vērtības aksturīgajos punktos:

Koncnetrēta spēka pielikšanas mezglā:  $M(a) = 27206.325 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Virsbalsti

$$M(b_{k+1} + 0.0001 \text{ mm}) = Q(b_{k+1} + 1 \text{ mm}) = Q(b_{t+2} - 1 \text{ mm}) =$$

0	·kN·m
-24999.261	
20216.084	
70647.558	
68374.007	
11707.061	
-28935.804	

1060.273	·kN
4151.631	
3702.824	
2238.535	
593.203	
1058.461	
40.834	

-2761.077	·kN
-1525.441	
-774.248	
-2304.549	
-3883.868	
-3418.607	

Paneļu vidū:

$$M\left(b_{k+1} + \frac{b_0}{2}\right) =$$

1543.353	·kN·m
27211.677	
64707.286	
88786.247	
59315.999	
10661.093	
-424.919	

Balstu reakcijas un pārvietojumi:

$RR_p =$

1060.40322	·kN
6912.96793	
5228.51986	
2947.03106	
2898.00901	
4942.59176	
6313.85365	
926.49351	

$\Delta_p =$

0	·mm
72.545	
156.805	
212.242	
208.712	
148.23	
66.258	
0	

Vanšu spēki:

$Rv_t =$

8200.305	·kN
8682.003	
6477.379	
6369.987	
8208.148	
7489.919	

Spriegumi vantīs:

$\sigma_t =$

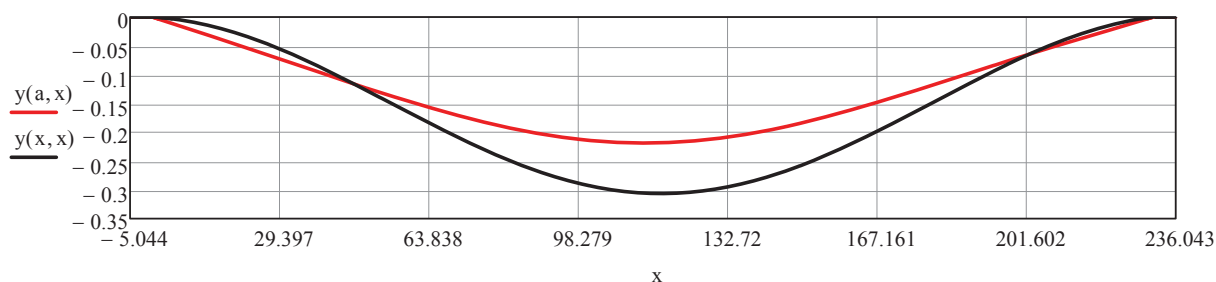
218.675	·MPa
231.52	
172.73	
169.866	
218.884	
199.731	

Rezerve

$$\frac{\sigma_t}{1860 \text{ MPa}} =$$

0.117567
0.124473
0.092866
0.091326
0.11768
0.107382

Liektās ass vienādojums un katra mezgla pārvietojums, ja tajā pielikts koncnetrēts spēks:

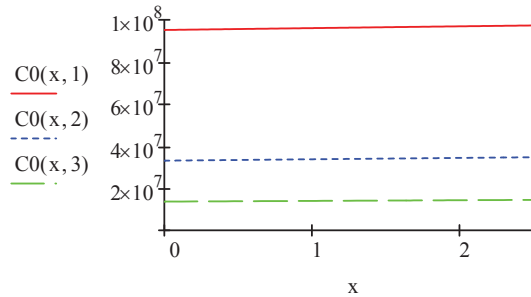


## ATSPERES KOEFICIENTA IZPĒTE

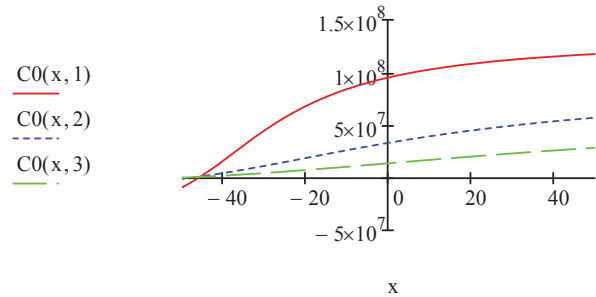
Atsperes koeficienta nelineārā efekta pārbaude:

$$C_0(x, ef) := \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{(h_{ef} + x)^2 + (bbb_{ef})^2} - \sqrt{(h_{ef})^2 + (bbb_{ef})^2} \right]}{x \cdot \sqrt{(h_{ef})^2 + (bbb_{ef})^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{h_{ef} + x}{bbb_{ef}} \right) \right)$$

Reālā apgabalā:

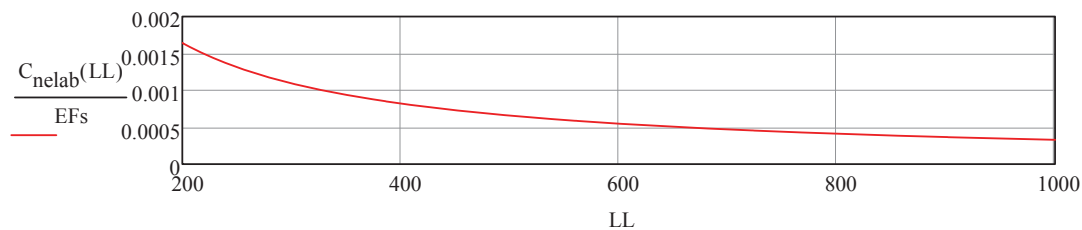


Visā apgabalā:



Atsperes koeficients lēzanākajai vantij (atkarība no laiduma garuma)

$$C_{nelab}(LL) := \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{LL \cdot \tan(25deg)}{2} + \frac{LL}{400} \right)^2 + \left( \frac{LL}{2} \right)^2} - \sqrt{\left( \frac{LL \cdot \tan(25deg)}{2} \right)^2 + \left( \frac{LL}{2} \right)^2} \right]}{\frac{LL}{400} \cdot \sqrt{\left( \frac{LL \cdot \tan(25deg)}{2} \right)^2 + \left( \frac{LL}{2} \right)^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{\frac{LL \cdot \tan(25deg)}{2} + \frac{LL}{400}}{\frac{LL}{2}} \right) \right)$$

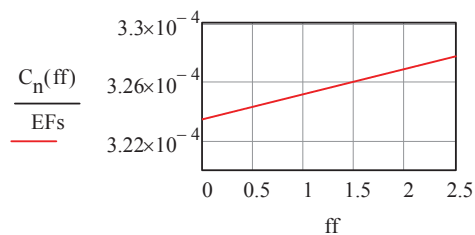


Maksimālā iespējamā atsperes koeficienta vērtība:

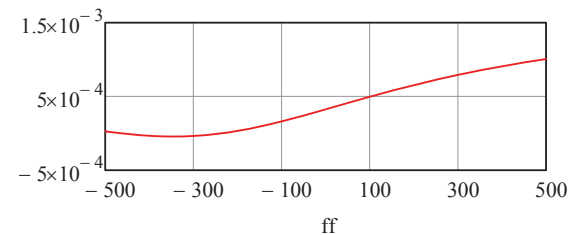
$$C_n(ff) := \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{(233m + ff)^2 + (500m)^2} - \sqrt{(233m)^2 + (500m)^2} \right]}{ff \cdot \sqrt{(233m)^2 + (500m)^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{233m + ff}{500m} \right) \right)$$

$$C_{nn}(ff) := \frac{EFs \cdot \left[ \sqrt{(23m + ff)^2 + (50m)^2} - \sqrt{(23m)^2 + (50m)^2} \right]}{ff \cdot \sqrt{(23m)^2 + (50m)^2}} \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{23m + ff}{50m} \right) \right)$$

Reālā apgabalā:



Visā apgabalā:



**TRĪSLAIDUMU VANŠU TILTA SPRIEGUMU SAMAZINĀŠANAS APRĒKINS**

Malējie un centrālais laidums:  $L_m := 80\text{m}$   $L_v := 260\text{m}$   $L_{\text{vv}} := 2 \cdot L_m + L_v$   $L = 420 \cdot \text{m}$

Elastības modulis:  $E := 35 \cdot \text{GPa}$

Inerces momenti  
(pa laidumiem;  
kā funkcija no  
koordinātas):

$$I_{1i}(x) := 3.1562 \cdot \text{m}^4$$

$$I_{2i}(x) := 2.8382 \cdot \text{m}^4$$

$$I_{3i}(x) := 3.1562 \cdot \text{m}^4$$

Pašsvars(pa  
laidumiem;  
kā funkcija no  
koordinātas):

$$g_{I2}(x) := 10.6288\text{m}^2 \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} + \frac{0.3\text{m} \cdot 0.5\text{m} \cdot 8\text{m}}{4\text{m}} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$g_{I1}(x) := 16.0598\text{m}^2 \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$g_{I3}(x) := g_{I1}(x)$$

Momneti pa laidumiem:

$$M_{s11}(x) := \frac{L - L_m}{L} \cdot x \quad M_{s11}(L_m) = 64.762 \text{ m} \quad M_{s11}(0) = 0$$

$$M_{s12}(x) := \frac{L_m}{L} \cdot (L - x) \quad M_{s12}(L_m) = 64.762 \text{ m} \quad M_{s12}(L) = 0 \text{ m}$$

$$M_{s21}(x) := \frac{L - L_m - L_v}{L} \cdot x \quad M_{s21}(L - L_m) = 64.762 \text{ m} \quad M_{s21}(0) = 0$$

$$M_{s22}(x) := \frac{L - L_m}{L} \cdot (L - x) \quad M_{s22}(L - L_m) = 64.762 \text{ m} \quad M_{s22}(L) = 0 \text{ m}$$

$$M_{s1}(x) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{s11}(x), \text{if}(L_m \leq x \leq L, M_{s12}(x), 0))$$

$$M_{s2}(x) := \text{if}(0 \leq x < L_m + L_v, M_{s21}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq x \leq L, M_{s22}(x), 0))$$

Kopējā slodze 1.laidumā:  $G_{01} := \int_0^{L_m} g_{I1}(x) dx \quad G_{01} = 32119.6 \cdot \text{kN}$

2.laidumā:  $G_{02} := \int_{L_m}^{L_m+L_v} g_{I2}(x) dx \quad G_{02} = 71037.2 \cdot \text{kN}$

3.laidumā:  $G_{03} := \int_{L_m+L_v}^L g_{I3}(x) dx \quad G_{03} = 32119.6 \cdot \text{kN}$

$$G_0 := G_{01} + G_{02} + G_{03} \quad G_0 = 135276.4 \cdot \text{kN}$$

Slodzes smaguma centra attālums no krasta:

1. laidumā:  $z_{01} := 10\text{m}$

Given

$$\int_0^{z_{01}} g_{I1}(x) \cdot (z_{01} - x) dx = \int_{z_{01}}^{L_m} g_{I1}(x) \cdot (x - z_{01}) dx \quad z_{11} := \text{Find}(z_{01}) \quad z_{11} = 40 \text{ m}$$

$$z_1 := \frac{\int_0^{L_m} g_{I1}(x) \cdot x dx}{\int_0^{L_m} g_{I1}(x) dx} \quad z_1 = 40 \text{ m}$$

2. laidumā:  $z_{02} := 40\text{m}$

Given

$$\int_{L_m}^{z_{02}} g_{I2}(x) \cdot (z_{02} - x) dx = \int_{z_{02}}^{L_m+L_v} g_{I2}(x) \cdot (x - z_{02}) dx \quad z_{21} := \text{Find}(z_{02}) \quad z_{21} = 210\text{m}$$

$$z_2 := \frac{\int_{L_m}^{L_m+L_v} g_{I2}(x) \cdot x dx}{\int_{L_m}^{L_m+L_v} g_{I2}(x) dx} \quad z_2 = 210\text{m}$$

3. laidumā:  $z_{03} := 70\text{m}$

Given

$$\int_{L_m+L_v}^{z_{03}} g_{I3}(x) \cdot (z_{03} - x) dx = \int_{z_{03}}^L g_{I3}(x) \cdot (x - z_{03}) dx \quad \text{Find}(z_{03}) = 380\text{m} \quad z_{31} := L - z_{11} \quad z_{31} = 380\text{m}$$

$$z_3 := \frac{\int_{L_m+L_v}^L g_{I3}(x) \cdot x dx}{\int_{L_m+L_v}^L g_{I3}(x) dx} \quad z_3 = 380\text{m}$$

Pamatsistēmas balstu reakcijas:

$$R_{04} := \frac{1}{L} \cdot (G_{01} \cdot z_1 + G_{02} \cdot z_2 + G_{03} \cdot z_3) \quad R_{04} = 67638.2 \cdot \text{kN}$$

$$R_{01} := G_0 - R_{04} \quad R_{01} = 67638.2 \cdot \text{kN}$$

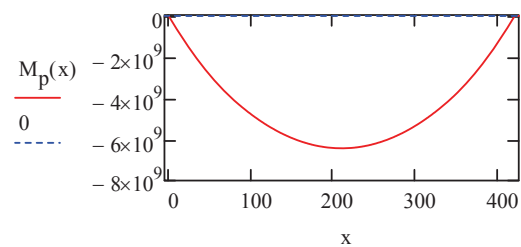
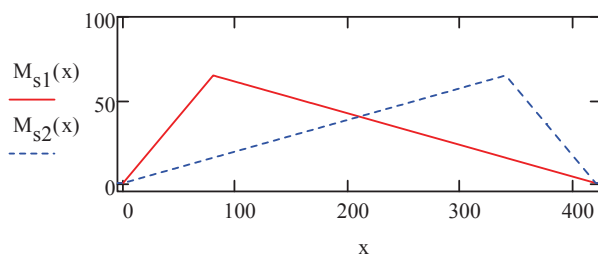
$$M_{p1}(x) := -R_{01} \cdot x - \int_0^x g_{I1}(x) \cdot x dx + x \cdot \int_0^x g_{I1}(x) dx$$

$$M_{p2}(x) := -R_{01} \cdot x + G_{01} \cdot (x - z_1) - \int_{L_m}^x g_{I2}(x) \cdot x dx + x \cdot \int_{L_m}^x g_{I2}(x) dx$$

$$M_{p3}(x) := -R_{01} \cdot x + G_{01} \cdot (x - z_1) + G_{02} \cdot (x - z_2) - \int_{L_m+L_v}^x g_{I3}(x) \cdot x dx + x \cdot \int_{L_m+L_v}^x g_{I3}(x) dx$$

$$M_p(x) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{p1}(x), \text{if}(L_m \leq x < L_m + L_v, M_{p2}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq x \leq L, M_{p3}(x), 0)))$$

Epīras no koncentrētiem spēkiem un izkliedētas slodzes:



$$\delta_{11} := \int_0^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot (M_{s1}(x))^2 dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{21}(x)} \cdot (M_{s1}(x))^2 dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{1}{E \cdot I_{31}(x)} \cdot (M_{s1}(x))^2 dx$$

$$\delta_{22} := \int_0^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot (M_{s2}(x))^2 dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{21}(x)} \cdot (M_{s2}(x))^2 dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{1}{E \cdot I_{31}(x)} \cdot (M_{s2}(x))^2 dx$$

$$\delta_{12} := \int_0^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_{s2}(x) dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{21}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_{s2}(x) dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{1}{E \cdot I_{31}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_{s2}(x) dx$$

$$\delta_{21} := \delta_{12}$$

$$\delta_{11} = 5.791 \times 10^{-3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\delta_{22} = 5.791 \times 10^{-3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\delta_{21} = 4.129 \times 10^{-3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\Delta_{1p} := \int_0^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_p(x) dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{21}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_p(x) dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{1}{E \cdot I_{31}(x)} \cdot M_{s1}(x) \cdot M_p(x) dx$$

$$\Delta_{2p} := \int_0^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot M_{s2}(x) \cdot M_p(x) dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{21}(x)} \cdot M_{s2}(x) \cdot M_p(x) dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{1}{E \cdot I_{31}(x)} \cdot M_{s2}(x) \cdot M_p(x) dx$$

$$\Delta_{1p} = -679.025 \text{ m}$$

$$\Delta_{2p} = -679.025 \text{ m}$$

$$X_1 := 1000 \text{ N}$$

$$X_2 := 1000 \text{ N}$$

Given

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1p} = 0$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2p} = 0$$

$$\begin{pmatrix} R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(X_1, X_2)$$

Pilonu balstu reakcijas:

$$R_2 = 68446.704 \cdot \text{kN}$$

$$R_3 = 68446.704 \cdot \text{kN}$$

Gala balstu reakcijas:

$$R_1 := \frac{1}{L} \cdot [G_{01} \cdot (L - z_1) + G_{02} \cdot (L - z_2) + G_{03} \cdot (L - z_3) - R_2 \cdot (L_m + L_v) - R_3 \cdot L_m] \quad R_1 = -808.504 \cdot \text{kN}$$

$$R_4 := \frac{1}{L} \cdot [G_{01} \cdot z_1 + G_{02} \cdot z_2 + G_{03} \cdot z_3 - R_2 \cdot L_m - R_3 \cdot (L_m + L_v)] \quad R_4 = -808.504 \cdot \text{kN}$$

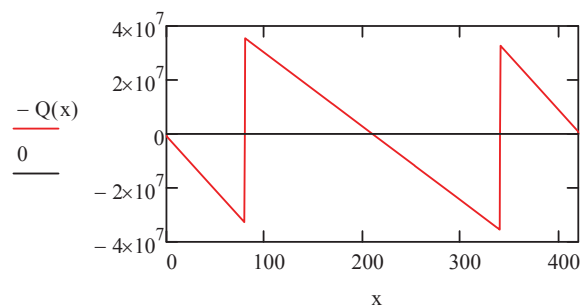
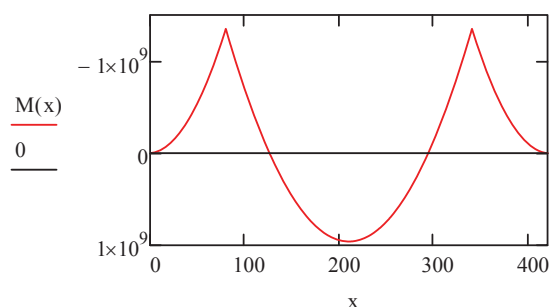
Pārbaude:  $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - G_0 = 0 \cdot \text{N}$

Moments un šķērsspēks:

$$M(x) := -(M_p(x) + R_2 \cdot M_{s1}(x) + R_3 \cdot M_{s2}(x))$$

$$Q(x) := \frac{d}{dx}(-M(x))$$

### PIEPŪLES TILTA SIJĀ NO NEVIENMĒRĪGI IZKLIEDĒTAS SLODZES



### Balstu reakcijas:

$$R_1 = -808.504 \cdot \text{kN} \quad R_4 = -808.504 \cdot \text{kN}$$
$$R_2 = 68446.704 \cdot \text{kN} \quad R_3 = 68446.704 \cdot \text{kN}$$

### Lieces momenti:

$$\text{Uz balsta Nr.2:} \quad M(L_m + 0.001 \text{ mm}) = -1349.46 \cdot \text{MN} \cdot \text{m} \quad M(L_m + L_v + 0.001 \text{ mm}) = -1349.464 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Centrālā laiduma vidū:} \quad M\left(\frac{L}{2}\right) = 959.245 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

### Šķērsspēki:

$$\text{Uz balsta Nr.2 no kreisās puses:} \quad Q(L_m - 1 \text{ mm}) = 32927.7 \cdot \text{kN}$$
$$\text{Uz balsta Nr.2 no labās puses:} \quad Q(L_m + 1 \text{ mm}) = -35518.32 \cdot \text{kN}$$

### Izliece:

Pamatsistēmas (divbalstu sija) momentu epūra no kustīga spēka vieninieka, kas pielikts attālumā d:

$$M_{v1}(x, f_0) := -x \cdot \frac{L - f_0}{L} \quad M_{v2}(x, f_0) := -f_0 \cdot \frac{L - x}{L}$$

$$M_v(x, f_0) := \text{if}(x < f_0, M_{v1}(x, f_0), M_{v2}(x, f_0)) \quad M_v\left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right) = -105 \text{ m}$$

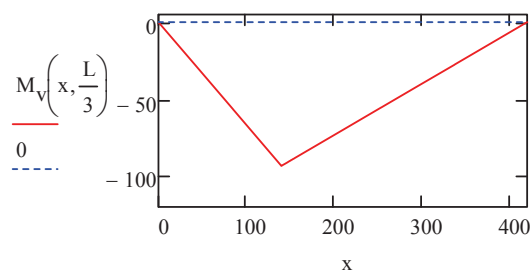
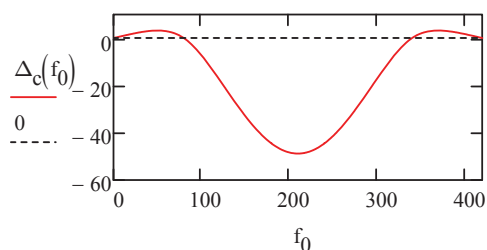
$$\Delta_c(f_0) := \int_0^{L_m} \frac{M(x) \cdot M_v(x, f_0)}{E \cdot I_{1i}(x)} dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{M(x) \cdot M_v(x, f_0)}{E \cdot I_{2i}(x)} dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{M(x) \cdot M_v(x, f_0)}{E \cdot I_{3i}(x)} dx$$

$$\Delta_c(40 \text{ m}) = 2947.987 \cdot \text{mm} \quad \Delta_c\left(\frac{L}{2}\right) = -48.866 \text{ m}$$

$$c_{\min} := \text{Minimize}(\Delta_c, L) \quad c_{\min} = 210 \text{ m}$$

$$c_{\max} := \text{Maximize}(\Delta_c, L_m) \quad c_{\max} = 50.13 \text{ m}$$

### TILTA SIJAS IZLIECE NO IZKLIEDĒTĀS SLODZES



$$\text{Lielākā deformācija uz augšu:} \quad \Delta_c(c_{\max}) = 3168.235 \cdot \text{mm} \quad c_{\max} = 50.13 \text{ m}$$

$$\text{Lielākā deformācija uz leju:} \quad \Delta_c(c_{\min}) = -48865.836 \cdot \text{mm} \quad c_{\min} = 210 \text{ m}$$

### No koncentrētiem spēkiem

No spēka vieninieka:  $P_0 := 1000 \text{ kN}$   $c_w := 150 \text{ m}$

$$M_{p01}(x) := \frac{P_0 \cdot (L - c) \cdot x}{L} \quad M_{p01}(c) = 96.429 \cdot \text{MN} \cdot \text{m} \quad M_{p01}(0) = 0 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$M_{p02}(x) := \frac{-P_0 \cdot c}{L} \cdot (x - L) \quad M_{p02}(c) = 96.429 \cdot \text{MN} \cdot \text{m} \quad M_{p02}(L) = 0 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$\Delta_{01p} := \text{if} \left[ 0 \leq c < L_m, \left( \int_0^c \frac{1}{E \cdot I_{1i}(x)} \cdot M_{s11}(x) \cdot M_{p01}(x) dx + \int_c^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{1i}(x)} \cdot M_{s11}(x) \cdot M_{p02}(x) dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{2i}(x)} \cdot M \right) \right]$$

$$\Delta_{02p} := \text{if} \left[ 0 \leq c < L_m, \left( \int_0^c \frac{1}{E \cdot I_{1i}(x)} \cdot M_{s21}(x) \cdot M_{p01}(x) dx + \int_c^{L_m} \frac{1}{E \cdot I_{1i}(x)} \cdot M_{s21}(x) \cdot M_{p02}(x) dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{1}{E \cdot I_{2i}(x)} \cdot M \right) \right]$$

$$\Delta_{01p} = 8.277 \text{ m}$$

$$\Delta_{02p} = 6.999 \text{ m}$$

Pilonu balstu reakcijas:

$$R_{p2} := \frac{\Delta_{02p} \cdot \delta_{12} - \Delta_{01p} \cdot \delta_{22}}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2} = -1154.14 \cdot \text{kN}$$

$$R_{p3} := \frac{\Delta_{02p} \cdot \delta_{11} - \Delta_{01p} \cdot \delta_{21}}{\delta_{12}^2 - \delta_{11} \cdot \delta_{22}} = -385.703 \cdot \text{kN}$$

Gala balstu reakcijas:

$$R_{p1} := \frac{1}{L} \cdot [-P_0 \cdot (L - c) - R_{p2} \cdot (L_m + L_v) - R_{p3} \cdot L_m] \quad R_{p1} = 364.914 \cdot \text{kN}$$

$$R_{p4} := \frac{1}{L} \cdot [-P_0 \cdot c - R_{p2} \cdot L_m - R_{p3} \cdot (L_m + L_v)] \quad R_{p4} = 174.929 \cdot \text{kN}$$

Pārbaude:  $R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} + R_{p4} + P_0 = 0 \cdot \text{N}$

$$M_{11}(x) := R_{p1} \cdot x$$

$$M_{12}(x) := R_{p1} \cdot x + P_0 \cdot (x - c)$$

$$M_{21}(x) := R_{p1} \cdot x + R_{p2} \cdot (x - L_m)$$

$$M_{22}(x) := R_{p1} \cdot x + R_{p2} \cdot (x - L_m) + P_0 \cdot (x - c)$$

$$M_{31}(x) := R_{p1} \cdot x + R_{p2} \cdot (x - L_m) + R_{p3} \cdot (x - L_m - L_v)$$

$$M_{32}(x) := R_{p1} \cdot x + R_{p2} \cdot (x - L_m) + R_{p3} \cdot (x - L_m - L_v) + P_0 \cdot (x - c)$$

$$M_{m1}(x) := \text{if}(0 \leq x < c, M_{11}(x), \text{if}(c \leq x < L_m, M_{12}(x), \text{if}(L_m \leq x < L_m + L_v, M_{22}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq x \leq L, M_{32}(x), 0)))$$

$$M_{pv}(x) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{11}(x), \text{if}(L_m \leq x < c, M_{21}(x), \text{if}(c \leq x < L_m + L_v, M_{22}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq x \leq L, M_{32}(x), 0)))$$

$$M_{m3}(x) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{11}(x), \text{if}(L_m \leq x < L_m + L_v, M_{21}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq x < c, M_{31}(x), \text{if}(c \leq x \leq L, M_{32}(x), 0)))$$

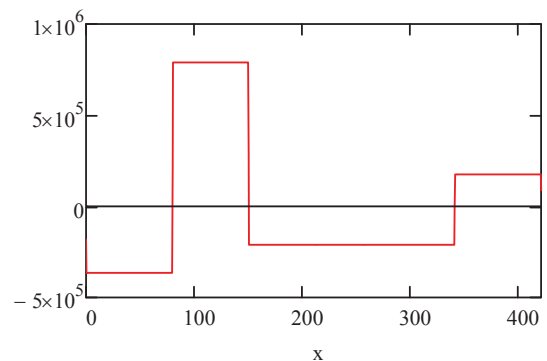
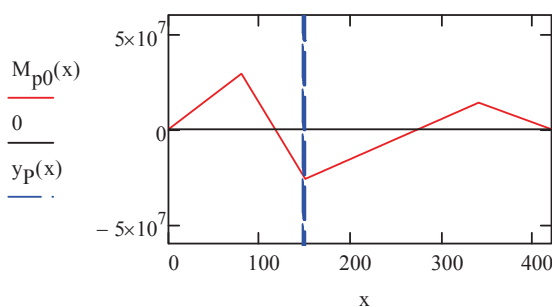
$$M_{p0}(x) := \text{if}(c < L_m, M_{m1}(x), \text{if}(L_m \leq c < L_m + L_v, M_{pv}(x), \text{if}(L_m + L_v \leq c \leq L, M_{m3}(x), 0)))$$

$$Q_p(x) := \frac{d}{dx} M_{p0}(x)$$

$$M_{p0}(L_m) = 29.193 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$y_p(x) := \frac{100000}{\text{N} \cdot \text{m}} \cdot M(c) \cdot (x - c)$$

### PIEPŪLES TILTA SIJĀ NO KONCENTRĒTA KUSTĪGA SPĒKA 1000kN



Spēks pielikts attālumā no kreisā krasta:  $c = 150 \text{ m}$

**Lieces momenti:****Balstu reakcijas:**

Uz balsta Nr.2:  $M_{p0}(L_m + L_v) = 13994.353 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$R_{p1} = 364.914 \cdot \text{kN}$

$R_{p4} = 174.929 \cdot \text{kN}$

Spēka pielikšanas punktā:  $M_{p0}(c) = -26052.713 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$R_{p2} = -1154.14 \cdot \text{kN}$

$R_{p3} = -385.703 \cdot \text{kN}$

**Izliece:**

Pamatsistēmas (divbalstu sija) momentu epīra no kustīga spēka vieninieka, kas pielikts attālumā d:

$$M_{pv1}(x, f) := -x \cdot \frac{L - f}{L}$$

$$M_{pv2}(x, f) := -f \cdot \frac{L - x}{L}$$

$$M_{0pv}(x, f) := \text{if}(x < f, M_{pv1}(x, f), M_{pv2}(x, f))$$

$$M_{0pv}\left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right) = -105 \text{ m}$$

$$\Delta_{pc}(f) := - \left( \int_0^{L_m} \frac{M_{p0}(x) \cdot M_{0pv}(x, f)}{E \cdot I_{1i}(x)} dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{M_{p0}(x) \cdot M_{0pv}(x, f)}{E \cdot I_{2i}(x)} dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{M_{p0}(x) \cdot M_{0pv}(x, f)}{E \cdot I_{3i}(x)} dx \right)$$

$$y_1(x) := 100 \cdot (x - c)$$

$$c_{pmin} := \text{Minimize}(\Delta_{pc}, c)$$

$$c_{pmin} = 186.515 \text{ m}$$

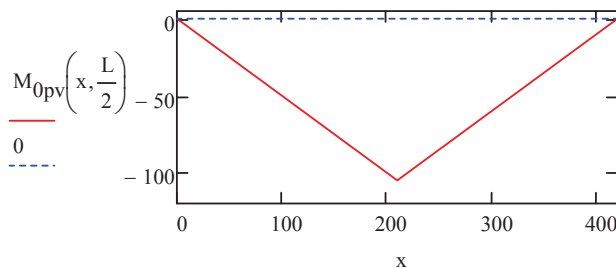
$$\Delta_{pc}(c) = -759.106 \cdot \text{mm}$$

$$c_{pmax} := \text{Maximize}(\Delta_{pc}, c)$$

$$c_{pmax} = 46.424 \text{ m}$$

$$y_i(f) := 100 \cdot (f - c)$$

$$c = 150 \text{ m}$$

**TILTA IZLIECE NO KONCENTRĒTA KUSTĪGA SPĒKA 1000kN**

Spēks pielikts attālumā no kreisā krasta:

$$c = 150 \text{ m}$$

Spēka pielikšanas punktā:  $\Delta_{pc}(c) = -759.106 \cdot \text{mm}$

Lielākā deformācija uz augšu:  $\Delta_{pc}(c_{pmax}) = 109.671 \cdot \text{mm}$

$$c_{pmax} = 46.424 \text{ m}$$

Lielākā deformācija uz leju:  $\Delta_{pc}(c_{pmin}) = -899.217 \cdot \text{mm}$

$$c_{pmin} = 186.515 \text{ m}$$

**Daudzvanšu sistēma**

Sadalījums paneļos:

$$k01 := 1$$

$$k02 := \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$k02 = 0.85355$$

$$k03 := 1.6$$

Paneļu skaits: centrālais laidums:  
malējie laidumi:

$$n_c := 21$$

$$n_m := 8$$

$$n := 1..2 \cdot n_m + n_c - 3$$

Paneļu mainīgais solis:

$$dxc := 0.75 \text{ m}$$

$$da_m(dx) := \frac{1}{n_m + k03 - 1} \cdot \left[ L_m - dx \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_m} i + n_m \cdot k03 - n_m \right) \right]$$

$$da_c(dx) := \frac{L_v - 2 \cdot dx \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_c-3} i + k03 \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right)}{n_c + 2 \cdot k03 - 2}$$

$$da_m(dxc) = 5.744 \text{ m}$$

$$da_c(dxc) = 7.59 \text{ m}$$

$$k03 \cdot \left( da_c(dxc) + dxc \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) = 24.144 \text{ m} \quad 2 \cdot k03 \left( da_c(dxc) + dxc \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) + (n_c - 2) \cdot da_c(dxc) + 2 \cdot dxc \cdot \sum_{i=1}^{\frac{n_c-3}{2}} i = 260 \text{ m}$$

$$dd(nn, dx) := \begin{cases} nn \cdot da_m(dx) + dx \cdot \sum_{i=1}^{nn} i & \text{if } 1 \leq nn \leq n_m - 1 \\ L_m + k03 \cdot \left( da_c(dx) + dx \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) & \text{if } nn = n_m \\ L_m + k03 \cdot \left( da_c(dx) + dx \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) + da_c(dx) \cdot (nn - n_m) + dx \cdot \sum_{i=18-nn}^9 i & \text{if } n_m < nn \leq \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n_m + n_c - 3) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$dd(15, dxc) = 188.775 \text{ m} \quad da_c(dxc) \cdot \sum_{i=0}^{10-n_m} i = 22.77 \text{ m} \quad k03 \cdot \left( da_c(dxc) + dxc \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) = 24.144 \text{ m}$$

$$\begin{cases} nn \cdot da_m(dx) + dx \cdot \sum_{i=1}^{nn} i & \text{if } 1 \leq nn \leq n_m - 1 \\ L_m + k03 \cdot \left( da_c(dx) + dx \cdot \frac{n_c - 1}{2} \right) + da_c(dx) \cdot \sum_{i=0}^{nn-n_m} i + dx \cdot \sum_{i=18-nn}^9 i & \text{if } n_m - 1 < nn \leq \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n_m + n_c - 3) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

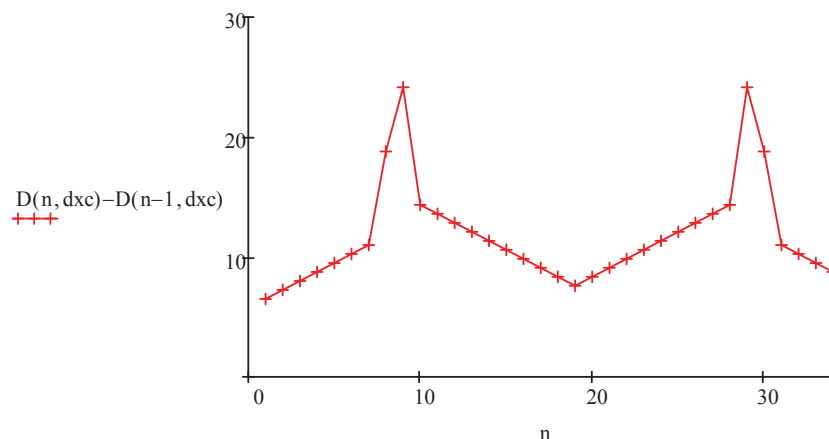
$$d(nn, dx) := \begin{cases} dd(nn, dx) & \text{if } 0 < nn \leq \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n_m + n_c - 3) \\ L - dd\left[\left(2 \cdot n_m + n_c - 3\right) + 1 - nn, dx\right] & \text{if } \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n_m + n_c - 3) < nn \leq 2 \cdot n_m + n_c - 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Algoritms darbojas tika simetriskai sistēmai

$$NN := 1 .. 2 \cdot n_m + n_c$$

$$D(nn, dx) := \begin{cases} d(nn, dx) & \text{if } 1 \leq nn < n_m \\ L_m & \text{if } n_m \leq nn < n_m + 1 \\ d(nn - 1, dx) & \text{if } n_m + 1 \leq nn < n_m + n_c \\ L_m + L_v & \text{if } n_m + n_c \leq nn < n_m + n_c + 1 \\ d(nn - 2, dx) & \text{if } n_m + n_c + 1 \leq nn \leq 2n_m + n_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Laidumu garumi:



d(n, dxc) =	n =
6.494	1
13.738	2
21.733	3
30.477	4
39.971	5
50.215	6
61.209	7
104.144	8
118.484	9
132.074	10
144.914	11
157.005	12
168.345	13
178.935	14
188.775	15
197.865	16
206.205	17
213.795	18
222.135	19
231.225	20
241.065	21
251.655	22
262.995	23
275.086	24
287.926	25
301.516	26
315.856	27
358.791	28
369.785	29
380.029	30
389.523	31
398.267	32
406.262	33
413.506	34

Aprēķins no spēka vieniniekiem:

$$M_{P1}(x, nn, dx) := \frac{(L - d(nn, dx)) \cdot x}{L}$$

$$M_{P2}(x, nn, dx) := \frac{d(nn, dx)}{L} \cdot (L - x)$$

$$\Delta_{P1}(nn, dx) := \text{if} \left[ 0 \leq d(nn, dx) < L_m, \int_0^{d(nn, dx)} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot M_{S11}(x) \cdot M_{P1}(x, nn, dx) dx + \int_{d(nn, dx)}^{L_m} \right.$$

$$\Delta_{P2}(nn, dx) := \text{if} \left[ 0 \leq d(nn, dx) < L_m, \int_0^{d(nn, dx)} \frac{1}{E \cdot I_{11}(x)} \cdot M_{S21}(x) \cdot M_{P1}(x, nn, dx) dx + \int_{d(nn, dx)}^{L_m} \right.$$

Upes balstu reakcijas:

$$R_{2P}(nn, dx) := \frac{\Delta_{P2}(nn, dx) \cdot \delta_{12} - \Delta_{P1}(nn, dx) \cdot \delta_{22}}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2}$$

$$R_{3P}(nn, dx) := \frac{\Delta_{P2}(nn, dx) \cdot \delta_{11} - \Delta_{P1}(nn, dx) \cdot \delta_{21}}{\delta_{12}^2 - \delta_{11} \cdot \delta_{22}}$$

Krasta balstu reakcijas:

$$R_{1P}(nn, dx) := \frac{1}{L} \cdot [-(L - d(nn, dx)) - R_{2P}(nn, dx) \cdot (L_m + L_v) - R_{3P}(nn, dx) \cdot L_m]$$

$$R_{4P}(nn, dx) := \frac{1}{L} \cdot [-d(nn, dx) - R_{2P}(nn, dx) \cdot L_m - R_{3P}(nn, dx) \cdot (L_m + L_v)]$$

Pārbaude:  $R_0(nn, dx) := 1 + R_{1P}(nn, dx) + R_{2P}(nn, dx) + R_{3P}(nn, dx) + R_{4P}(nn, dx)$

$$v := 1$$

$$nn := 1$$

$$i := 1 .. 2 \cdot n_m + n_c - 3$$

$$j := 1 .. 2 \cdot n_m + n_c - 3$$

$$ddd := 1 .. 2 \cdot n_m + n_c - 3$$

$$M_{P11}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x$$

$$M_{P12}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x + (x - d(nn, dx))$$

$$DX := dxc$$

$$M_{P21}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x + R_{2P}(nn, dx) \cdot (x - L_m)$$

$$M_{P22}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x + R_{2P}(nn, dx) \cdot (x - L_m) + (x - d(nn, dx))$$

$$M_{P31}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x + R_{2P}(nn, dx) \cdot (x - L_m) + R_{3P}(nn, dx) \cdot (x - L_m - L_v)$$

$$M_{P32}(x, nn, dx) := R_{1P}(nn, dx) \cdot x + R_{2P}(nn, dx) \cdot (x - L_m) + R_{3P}(nn, dx) \cdot (x - L_m - L_v) + (x - d(nn, dx))$$

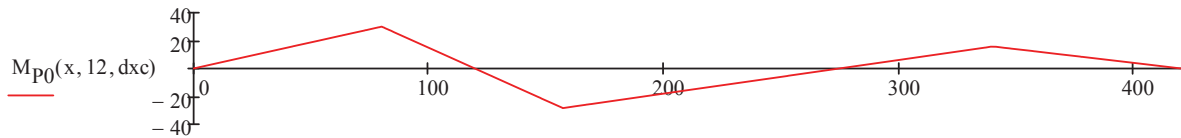
$$M_{Pm1}(x, nn, dx) := \text{if}(0 \leq x < d(nn, dx), M_{P11}(x, nn, dx), \text{if}(d(nn, dx) \leq x < L_m, M_{P12}(x, nn, dx), \text{if}(L_m \leq x < L_m + L_v, M_{P22}(x, nn, dx),$$

$$M_{Ppv}(x, nn, dx) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{P11}(x, nn, dx), \text{if}(L_m \leq x < d(nn, dx), M_{P21}(x, nn, dx), \text{if}(d(nn, dx) \leq x < L_m + L_v, M_{P22}(x, nn, dx),$$

$$M_{Pm3}(x, nn, dx) := \text{if}(0 \leq x < L_m, M_{P11}(x, nn, dx), \text{if}(L_m \leq x < L_m + L_v, M_{P21}(x, nn, dx), \text{if}(L_m + L_v \leq x < d(nn, dx), M_{P31}(x, nn, dx),$$

$$M_{P0}(x, nn, dx) := \text{if}(d(nn, dx) < L_m, M_{Pm1}(x, nn, dx), \text{if}(L_m \leq d(nn, dx) < L_m + L_v, M_{Ppv}(x, nn, dx), \text{if}(L_m + L_v \leq d(nn, dx) \leq L$$

## PIEPŪLES TILTA SIJĀ NO VANŠU VERTIKĀLAJĀM REAKCIJĀM



$$M_{\min}(n, dx) := \begin{cases} \frac{v}{2} \cdot \left[ M \left( \frac{d(n, dx) + d(n-1, dx)}{2} \right) - \frac{1}{2} \cdot (M(d(n, dx)) + M(d(n-1, dx))) \right] & \text{if } (1 \leq n < n_m) \vee \left( n_m \leq n \leq n_m + \frac{n_c}{2} \right) \\ \frac{v}{2} \cdot \left[ M \left( \frac{d(n+1, dx) + d(n, dx)}{2} \right) - \frac{1}{2} \cdot (M(d(n+1, dx)) + M(d(n, dx))) \right] & \text{if } \left( n_m \leq n \leq n_m + \frac{n_c}{2} \right) \\ \frac{v}{2} \cdot \left[ M \left( \frac{L + d(2n_m + n_c - 3, dx)}{2} \right) - \frac{1}{2} \cdot (M(L) + M(d(2n_m + n_c - 3, dx))) \right] & \text{if } n = 2n_m + n_c - 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$MMM_{i,j} := M_{P0}(d(i, DX), j, DX)$$

$$MM_i := M_{\min}(i, DX) + M(d(i, DX))$$

$$P := MMM^{-1} \cdot (-MM)$$

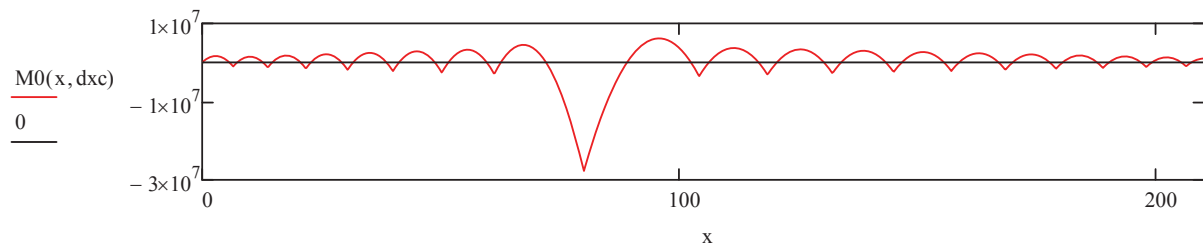
P =	· kN	d(n, dxc) =	M <sub>min</sub> (n, dxc) =	M <sub>P0</sub> (d(n, dxc), n, dxc) =	M(d(n, dxc)) =
		m	· kN · m	m	· kN · m
1	2885.21	6.494	1058.3	-5.9	-13717
2	3058.88	13.738	1316.86	-11.1	-48997.2
3	3360.03	21.733	1603.65	-15.1	-112384.7
4	3661.18	30.477	1918.66	-17.6	-211101.2
5	3962.32	39.971	2261.91	-18.1	-353046
6	4263.46	50.215	2633.39	-16.3	-546795.5
7	4700.95	61.209	3033.1	-11.9	-801604.2
8	4278.94	104.144	3511.53	-8	-571533.5
9	3815.5	118.484	3153.82	-13.7	-184882.5
10	3610.59	132.074	2815.33	-19.2	129692.7
11	3405.67	144.914	2496.04	-24.2	380546.5
12	3200.74	157.005	2195.97	-28.4	575572.5
13	2995.82	168.345	1915.1	-31.8	722202.8
14	2790.9	178.935	1653.45	-34.3	827408.7
15	2585.97	188.775	1411.01	-36	897700.5
16	2381.04	197.865	1187.77	-37.1	939127.3
17	2151.76	206.205	983.75	-37.5	957277.2
18	2151.76	213.795	983.75	-37.5	957277.2
19	2381.04	222.135	1187.77	-37.1	939127.3
20	2585.97	231.225	1411.01	-36	897700.5
21	2790.9	241.065	1653.45	-34.3	827408.7
22	2995.82	251.655	1915.1	-31.8	722202.8
23	3200.74	262.995	2195.97	-28.4	575572.5
24	3405.67	275.086	2496.04	-24.2	380546.5
25	3610.59	287.926	2815.33	-19.2	129692.7
26	3815.5	301.516	3153.82	-13.7	-184882.5
27	4278.94	315.856	3511.53	-8	-571533.5
28	4700.95	358.791	3033.1	-11.9	-801604.2
29	4263.46	369.785	2633.39	-16.3	-546795.5
30	3962.32	380.029	2261.91	-18.1	-353046
31	3661.18	389.523	1918.66	-17.6	-211101.2
32	3360.03	398.267	1603.65	-15.1	-112384.7
33	3058.88	406.262	1316.86	-11.1	-48997.2
34	2885.21	413.506	1058.3	-5.9	-13717

$$M_P(x, dx) := \sum_{k=1}^{2n_m+n_c-3} (P_k \cdot M_{P0}(x, k, dx))$$

Summārā momentu epīra no pašsvara un vanšu sasprieguma

$$M_0(x, dx) := M_P(x, dx) + M(x)$$

### SUMMĀRĀ MOMENTU EPĪRA



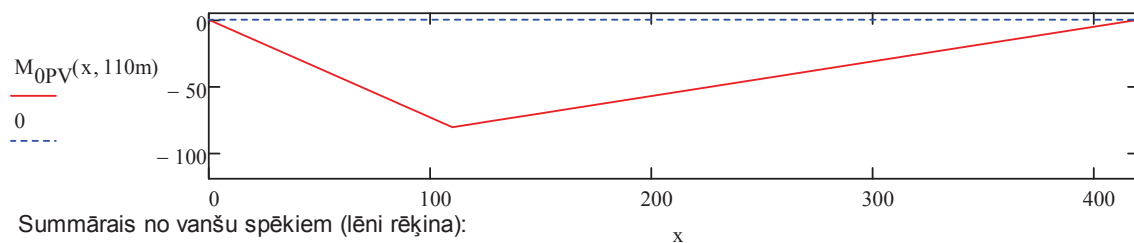
$$M_0\left(\frac{L}{2}, dxc\right) = 0.984 \cdot MN \cdot m \quad M_0(L_m, dxc) = -27.736 \cdot MN \cdot m$$

#### Izliece:

Pamatsistēmas (divbalstu sija) momentu epīra no kustīga spēka vieninieka, kas pielikts attālumā d:

$$M_{PV1}(x, f) := -x \cdot \frac{L-f}{L} \quad M_{PV2}(x, f) := -f \cdot \frac{L-x}{L}$$

$$M_{0PV}(x, f) := \text{if}(x < f, M_{PV1}(x, f), M_{PV2}(x, f)) \quad M_{0PV}\left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right) = -105 \text{ m}$$



Summārais no vanšu spēkiem (lēni rēķina):

$$\Delta_{Pc}(f) := \left( \int_0^{L_m} \frac{M_P(x) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{1i}(x)} dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{M_P(x) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{2i}(x)} dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{M_P(x) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{3i}(x)} dx \right)$$

$$\Delta_{PPc}(d(14)) = \blacksquare \cdot \text{mm}$$

No vienas atsevišķas vants:

$$\Delta_{Pcd}(f, nn) := \left( \int_0^{L_m} \frac{M_{P0}(x, nn) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{1i}(x)} dx + \int_{L_m}^{L_m+L_v} \frac{M_{P0}(x, nn) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{2i}(x)} dx + \int_{L_m+L_v}^L \frac{M_{P0}(x, nn) \cdot M_{0PV}(x, f)}{E \cdot I_{3i}(x)} dx \right)$$

$$\Delta_{PPcd}(d(16), 14) = \blacksquare \cdot \text{mm}$$

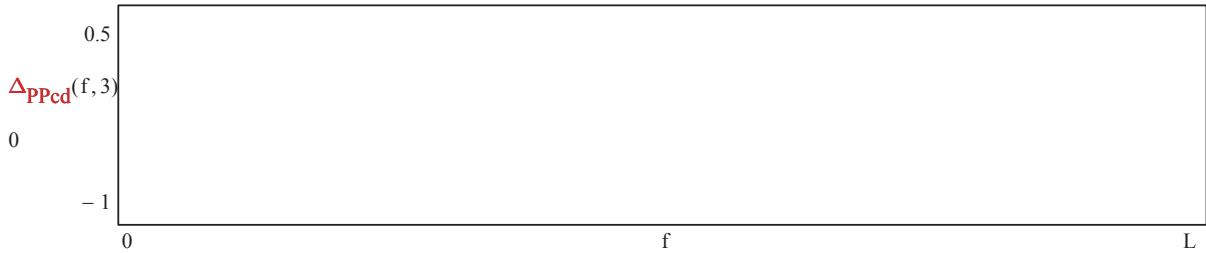
Vēlreiz summārais no vanšu spēkiem (rēķina mazlietiņ ātrāk...):

$$\Delta_P(x) := \sum_{i=1}^{2n_m+n_c-3} \Delta_{Pcd}(x, i)$$

$$y_i(f) := 100 \cdot (f - c)$$

$$c = 150 \text{ m}$$

**TILTA IZLIECE NO VANTS STIEPES SPĒKA MEZGLĀ  $nn$**



**Vanšu ģeometrija**

Lēzenākās vants slīpuma leņķis:  $\alpha_0 := 25\text{deg}$

Vertikālais attālums starp vanšu enkuriem pilonā:  $h := 2.5\text{m}$

Centrālā laiduma vanšu skaits, kas enkurosies pilonā:  $n_v := \frac{n_c - 1}{2} = 10$

Pilona augstums:  $H_0(dx) := (d(n_m - 1 + n_v, dx) - L_m) \cdot \tan(\alpha_0)$   $H_0(dxc) = 58.85\text{ m}$

Vanšu ekuru pilonā vertikālās abscisas:  $H_{nn}(nn, dx) := H_0(dx) + h \cdot (nn - n_v)$

Vanšu slīpuma leņķi:  $\alpha_c(nn, dx) := \text{atan}\left(\frac{H_{nn}(nn, dx)}{d(nn + n_m - 1, dx) - L_m}\right)$   $\alpha_m(nn, dx) := \text{atan}\left(\frac{H_{nn}(nn, dx)}{L_m - d(n_m - nn, dx)}\right)$

Stiepes spēki vantīs:  $N_c(nn, dx) := \frac{P_{n_v+n_m-1}}{\sin(\alpha_c(nn, dx))}$   $N_m(nn, dx) := \frac{P_{n_m-nn}}{\sin(\alpha_m(nn, dx))}$

Vanšu stiepes spēku horizontālās komponentes:  $NH_c(nn, dx) := N_c(nn, dx) \cdot \cos(\alpha_c(nn, dx))$

$NH_m(nn, dx) := N_m(nn, dx) \cdot \cos(\alpha_m(nn, dx))$

Centrālā laiduma vanšu parametri:

Vants garums  $L_v(nn, dx) := \sqrt{(H_{nn}(nn, dx))^2 + (d(nn + n_m - 1, dx) - L_m)^2}$

$nv := 1 .. n_v$

$nb := 1 .. n_m - 1$

$H(nv, dxc) =$	$\alpha_c(nv, dxc) =$	$d(nv + n_m - 1, dxc) - L_m =$	$N_c(nv, dxc) =$
m	· deg	m	· kN
36.35	56.408	24.144	5136.817
38.85	45.271	38.484	5370.575
41.35	38.452	52.074	5806.142
43.85	34.039	64.914	6084.119
46.35	31.044	77.005	6206.565
48.85	28.94	88.345	6190.981
51.35	27.431	98.935	6058.256
53.85	26.338	108.775	5828.588
56.35	25.552	117.865	5520.206
58.85	25	126.205	5091.496

$NH_c(nv, dxc) =$	$P_{n_v+n_m-1} =$	$L_v(nv, dxc) =$	$\frac{H(nv, dxc)}{\sin(\alpha_c(nv, dxc))} =$
· kN	· kN	· m	· m
2842.102	4278.942	43.638	43.638
3779.55	3815.505	54.684	54.684
4546.972	3610.586	66.495	66.495
5041.621	3405.666	78.337	78.337
5317.582	3200.744	89.878	89.878
5417.868	2995.822	100.951	100.951
5377.114	2790.898	111.467	111.467
5223.523	2585.971	121.375	121.375
4980.293	2381.042	130.643	130.643
4614.463	2151.759	139.252	139.252

Malējā laiduma vanšu parametri:

Vants garums  $L_m(n_n, dx) := \sqrt{(H(n_n, dx))^2 + (L_m - d(n_m - n_n, dx))^2}$

$H(nb, dxc) =$

36.35
38.85
41.35
43.85
46.35
48.85
51.35

$\alpha_m(nb, dxc) =$

62.664
52.524
45.93
41.523
38.501
36.399
34.938

$L_m - d(n_m - nb, dxc) =$

18.791
29.785
40.029
49.523
58.267
66.262
73.506

$N_m(nb, dxc) =$

5291.904
5372.23
5514.768
5522.774
5397.354
5154.81
5038.041

$NH_m(nb, dxc) =$

2430.079
3268.609
3835.712
4134.827
4223.931
4149.132
4130.06

$P_{n_m - nb} =$

4700.953
4263.456
3962.32
3661.18
3360.035
3058.882
2885.214

$L_m(nb, dxc) =$

40.92
48.954
57.552
66.147
74.454
82.322
89.666

$\frac{H(nb, dxc)}{\sin(\alpha_m(nb, dxc))} =$

40.92
48.954
57.552
66.147
74.454
82.322
89.666

Pret enkurbalstu enkuroto vanšu skaits:

$n_e := n_v - (n_m - 1) = 3$

Enkurbalsta pirmās vants attālums no laiduma gala:

$de := 10m$

$H(n_m, dxc) = 53.85 m$

Enkurbalstā enkuroto vanšu slīpuma leņķis:

$\alpha_e(dx) := \text{atan}\left(\frac{H(n_m, dx)}{L_m + de}\right)$

$L_m + de = 90m$

Horizontālais līdzsvars pilonā:

no centrālā laiduma:

$HL_c(dx) := \sum_{nv} NH_c(nv, dx)$

$HL_c(dxc) = 47.141 \cdot MN$

no malējā laiduma:

$HL_m(dx) := \sum_{nb} NH_m(nb, dx)$

$HL_m(dxc) = 26.172 \cdot MN$

Starpība uz enkurbalsta vantīm:

$HL_e(dx) := HL_c(dx) - HL_m(dx)$

$HL_e(dxc) = 20968.736 \cdot kN$

Spēks vienā enkurbalsta vantī:

horizontālā komponente:

$NH_e(dx) := \frac{1.22 HL_e(dx)}{n_e}$

stiepes spēks:

$N_e(dx) := \frac{NH_e(dx)}{\cos(\alpha_e(dx))}$

$N_e(dxc) = 9937.151 \cdot kN$

vertikālā komponente:

$P_e(dx) := N_e(dx) \cdot \sin(\alpha_e(dx))$

$P_e(dxc) = 5102.191 \cdot kN$

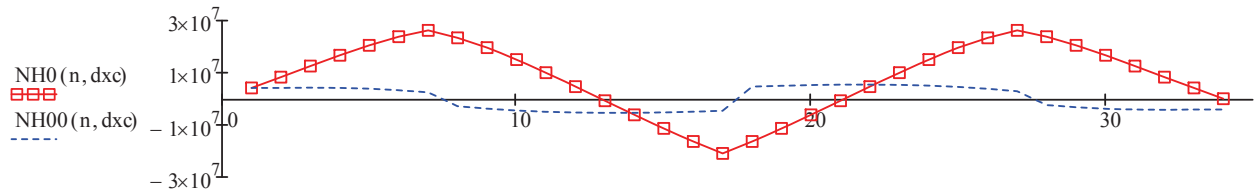
## ASSPĒKU EPĪRAS KONSTRUĒŠANA

Horizontālās komponentes attālumā d no krasta:

$$NH00(n_n, dx) := \begin{cases} NH_m(n_m - n_n, dx) & \text{if } 0 < n_n < n_m \\ -NH_c(n_n + 1 - n_m, dx) & \text{if } n_m \leq n_n < n_m + n_v \\ NH_c(n_m + 2n_v - n_n, dx) & \text{if } n_m + n_v \leq n_n < n_m + 2 \cdot n_v \\ -NH_m(n_n + 1 - n_m - 2n_v, dx) & \text{if } n_m + 2n_v \leq n_n < 2 \cdot n_m + 2n_v \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$NH0(k, dx) := \sum_{i=0}^k NH00(i, dx)$$

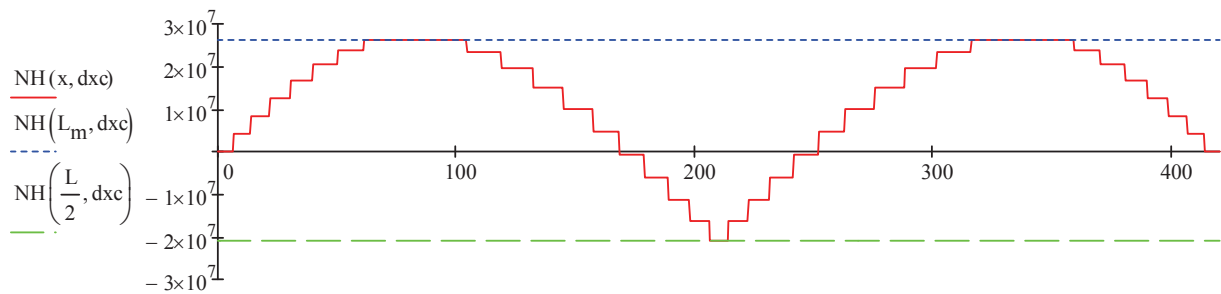
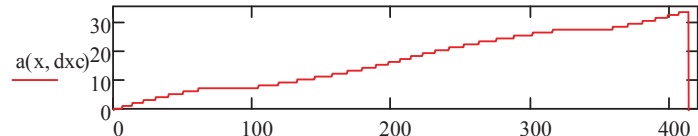
$NH0(1, dxc) = 4130.1 \cdot kN$



$$a_0(x, k, dx) := \begin{cases} 0 & \text{if } (x - d(k, dx)) \cdot (d(k + 1, dx) - x) \leq 0 \\ k & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$a(x, dx) := \sum_{i=1}^{2 \cdot n_m + n_c} a_0(x, i, dx) - (2 \cdot n_m + n_c) + 3$$

$$NH(x, dx) := NH_0(a(x, dx), dx)$$



### SPRIEGUMU APRĒKINS

Pilona parametri

Šķērsgriezums:

Malējais laidums

$$A_m(x) := 15m^2$$

Vidējais laidums

$$A_v(x) := 10m^2$$

Pretestības moments augšā:

$$W_{m1}(x) := \frac{I_{1i}(x)}{0.77m}$$

$$W_{v1}(x) := \frac{I_{2i}(x)}{0.77m}$$

Pretestības moments apakšā:

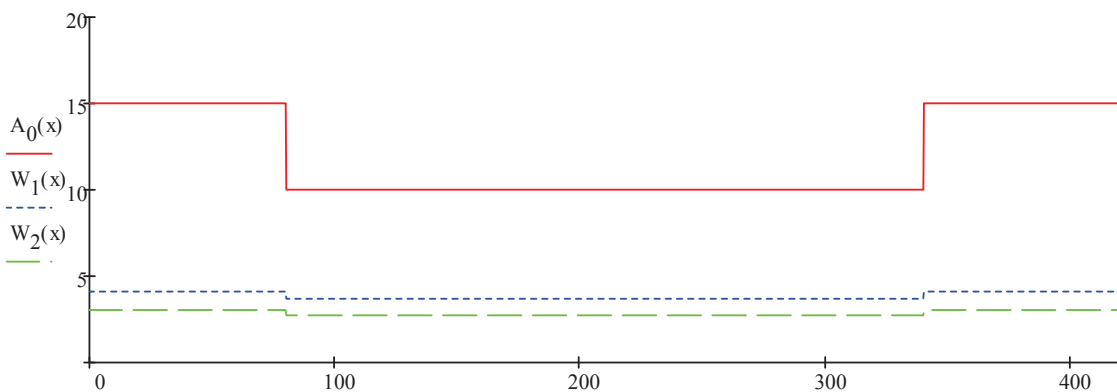
$$W_{m2}(x) := \frac{I_{1i}(x)}{1.04m}$$

$$W_{v2}(x) := \frac{I_{2i}(x)}{1.04m}$$

$$A_0(x) := \begin{cases} A_m(x) & \text{if } (0 \leq x \leq L_m) \vee (L_m + L_v \leq x \leq L) \\ A_v(x) & \text{if } L_m < x < L_m + L_v \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$W_1(x) := \begin{cases} W_{m1}(x) & \text{if } (0 \leq x \leq L_m) \vee (L_m + L_v \leq x \leq L) \\ W_{v1}(x) & \text{if } L_m < x < L_m + L_v \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

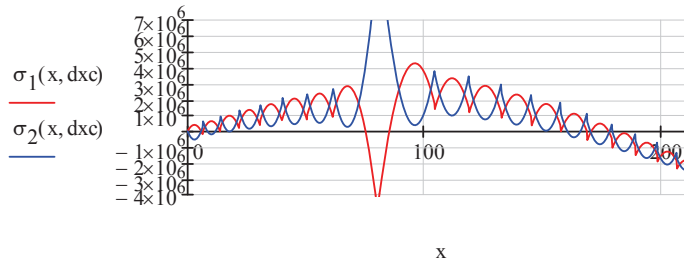
$$W_2(x) := \begin{cases} W_{m2}(x) & \text{if } (0 \leq x \leq L_m) \vee (L_m + L_v \leq x \leq L) \\ W_{v2}(x) & \text{if } L_m < x < L_m + L_v \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



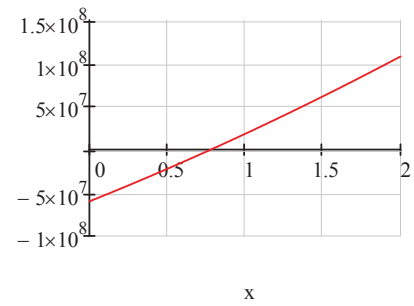
Spriegumi augšā [1]  
un apakšā [2]:

$$\sigma_1(x, dx) := \frac{NH(x, dx)}{A_0(x)} + \frac{M_0(x, dx)}{W_1(x)}$$

$$\sigma_2(x, dx) := \frac{NH(x, dx)}{A_0(x)} - \frac{M_0(x, dx)}{W_2(x)}$$



$$\sigma_2\left(\frac{L}{2}, x\right)$$



### Stāvoklis pilonā:

Horizontālie spēki uz  
pilonu no krasta puses

$$NH_{mm}(nn, dx) := \begin{cases} NH_m(nn, dx) & \text{if } 1 \leq nn < n_m \\ \frac{NH_e(dx)}{2.215} & \text{if } n_m \leq nn < n_m + n_e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$NH_e(dx) = 8527.286 \cdot \text{kN}$$

Summārais horizontālais  
spēks uz pilonu

$$NH_p(nn, dx) := NH_c(nn, dx) - \frac{NH_{mm}(nn, dx)}{0.8}$$

$$NH_{mm}(nv, dxc) =$$

2430.079
3268.609
3835.712
4134.827
4223.931
4149.132
4130.06
3849.791
3849.791
3849.791

$$NV_c(nn) := P_{n_m + n_m - 1}$$

Vertikālie spēki uz  
pilonu no krasta puses

$$NV_m(nn, dx) := \begin{cases} P_{n_m - nn} & \text{if } 1 \leq nn < n_m \\ \frac{P_e(dx)}{1} & \text{if } n_m \leq nn < n_m + n_e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P_e(dx) = 5102.191 \cdot \text{kN}$$

Summārais vertikālais  
spēks uz pilonu

$$NV_p(nn, dx) := NV_c(nn) + NV_m(nn, dx)$$

$$H(nv, dxc) =$$

36.35
38.85
41.35
43.85
46.35
48.85
51.35
53.85
56.35
58.85

$$NH_c(nv, dxc) =$$

2842.102
3779.55
4546.972
5041.621
5317.582
5417.868
5377.114
5223.523
4980.293
4614.463

$$NH_{mm}(nv, dxc) =$$

2430.079
3268.609
3835.712
4134.827
4223.931
4149.132
4130.06
3849.791
3849.791
3849.791

$$NH_p(nv, dxc) =$$

-195.496
-306.211
-247.668
-126.913
37.668
231.452
214.538
411.284
168.055
-197.776

$$\sum_{nv} NH_c(nv, dxc) = 47.141 \cdot MN \quad \sum_{nv} NH_{mm}(nv, dxc) = 37.722 \cdot MN \quad \sum_{nv} NH_p(nv, dxc) = -0.011 \cdot MN$$

$$\sum_{nv} NV_c(nv) = 31.217 \cdot MN \quad \sum_{nv} NV_m(nv, dxc) = 41.199 \cdot MN \quad \sum_{nv} NV_p(nv, dxc) = 72.416 \cdot MN$$

$NV_c(nv) =$	$NV_m(nv, dxc) =$	$NV_p(nv, dxc) =$
4278.942 · kN	4700.953 · kN	8979.895 · kN
3815.505	4263.456	8078.961
3610.586	3962.32	7572.906
3405.666	3661.18	7066.846
3200.744	3360.035	6560.779
2995.822	3058.882	6054.704
2790.898	2885.214	5676.111
2585.971	5102.191	7688.163
2381.042	5102.191	7483.233
2151.759	5102.191	7253.951

### Moments

$$M0p(nn, x, dx) := \begin{cases} [NH_p(nn, dx) \cdot (H(nn, dx) - x)] & \text{if } (H(nn, dx) - x) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Mp(x, dx) := \sum_{i=1}^{\frac{n_c-1}{2}} M0p(i, x, dx) \quad Mp(0, dxc) = 9238.568 \cdot kN \cdot m$$

### Horizontālais spēks

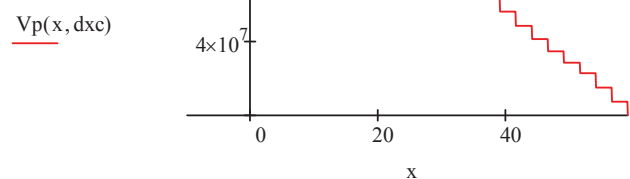
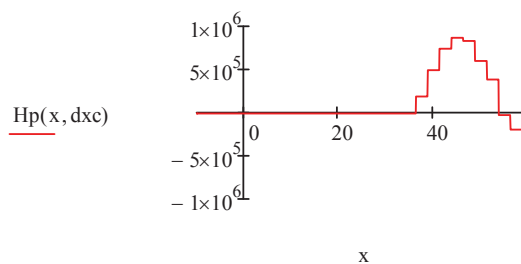
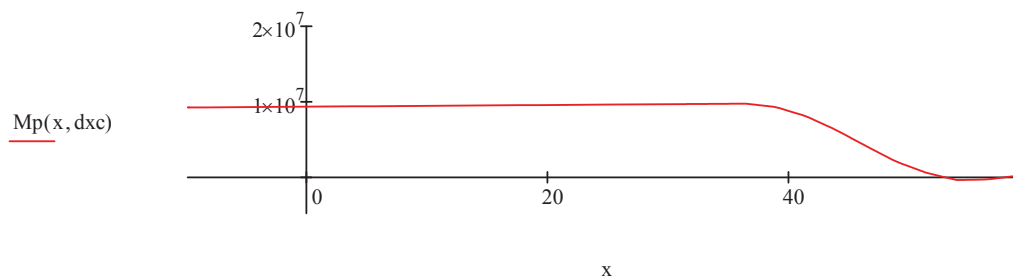
$$H0p(nn, x, dx) := \begin{cases} NH_p(nn, dx) & \text{if } (H(nn, dx) - x) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Hp(x, dx) := \sum_{i=1}^{\frac{n_c-1}{2}} H0p(i, x, dx) \quad Hp(0, dxc) = -0.011 \cdot MN$$

### Vertikālais spēks

$$V0p(nn, x, dx) := \begin{cases} NV_p(nn, dx) & \text{if } (H(nn, dx) - x) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Vp(x, dx) := \sum_{i=1}^{\frac{n_c-1}{2}} V0p(i, x, dx) \quad Vp(0, dxc) = 72.416 \cdot MN$$



**<AKTĪVAS> VANŠU SISTĒMAS APRĒKINS**

Centrālais laidums:  $L_0 := 231\text{m}$

Stinguma sijas parametri:  $E_s := 40\text{GPa}$

$d := 472.312\text{cm}$

$$I := \frac{d^4}{12} = 41.47\text{ m}^4$$

$$E_s \cdot I = 1658.802 \cdot \text{GN} \cdot \text{m}^2$$

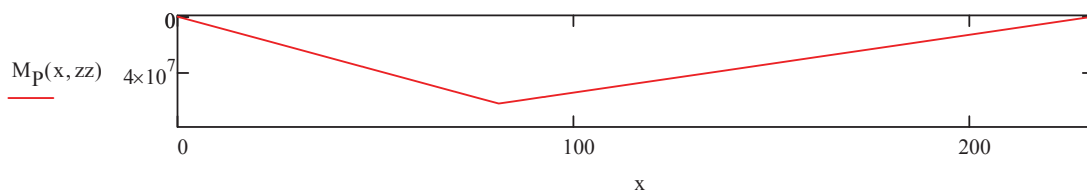
Kustīgs spēks:  $P_0 := 1200\text{kN}$

Moments no spēka P:

$$M_P(x, z) := \begin{cases} P_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq z \\ P_0 \cdot z \cdot \left(1 - \frac{x}{L_0}\right) & \text{if } z < x \leq L_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$zz := 81\text{m}$

$$M_P(zz, zz) = 63116.9 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



Vanšu skaits:  $k := 6$

$i := 0..k$

Sadalījums paneļos:

$b_1 := 29.397\text{m}$

$b_2 := 34.441\text{m}$

$$b_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \\ b_1 + b_2 \\ b_1 + 2 \cdot b_2 \\ b_1 + 3 \cdot b_2 \\ b_1 + 4 \cdot b_2 \\ b_1 + 5 \cdot b_2 \\ L_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 29.397 \\ 63.838 \\ 98.279 \\ 132.72 \\ 167.161 \\ 201.602 \\ 231 \end{pmatrix} \text{ m}$$

$$a_0(x, n) := \begin{cases} n & \text{if } (x - b_{0n}) \cdot (b_{0n+1} - x) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

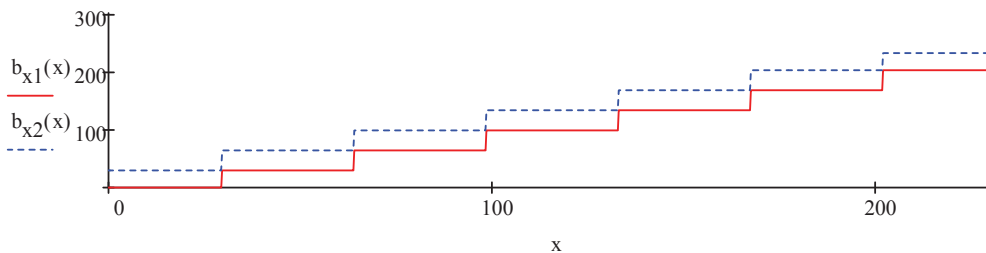
$$a(x) := \sum_{n=0}^k a_0(x, n)$$

$a_0(170\text{m}, i) =$

0
0
0
0
0
5
0

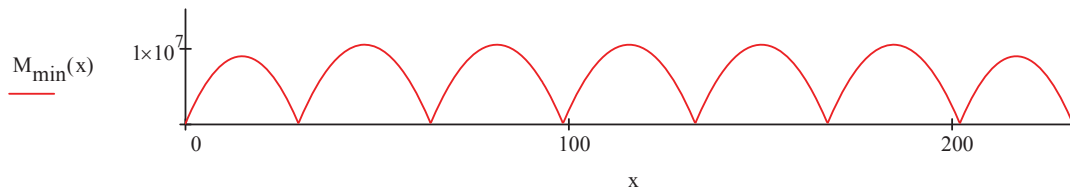
$$b_{x1}(x) := b_{a(x)}$$

$$b_{x2}(x) := b_{a(x)+1}$$



Minimālā iespējamā M starpība vienā panelī

$$M_{\min}(x) := P_0 \cdot \frac{b_{x2}(x) - x}{b_{x2}(x) - b_{x1}(x)} \cdot (x - b_{x1}(x))$$



Momneti no vanšu reakcijām:

$$M_R(x, n) := \begin{cases} \left(1 - \frac{b0_n}{L_0}\right) \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq b0_n \\ b0_n \cdot \left(1 - \frac{x}{L_0}\right) & \text{if } b0_n < x \leq L_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

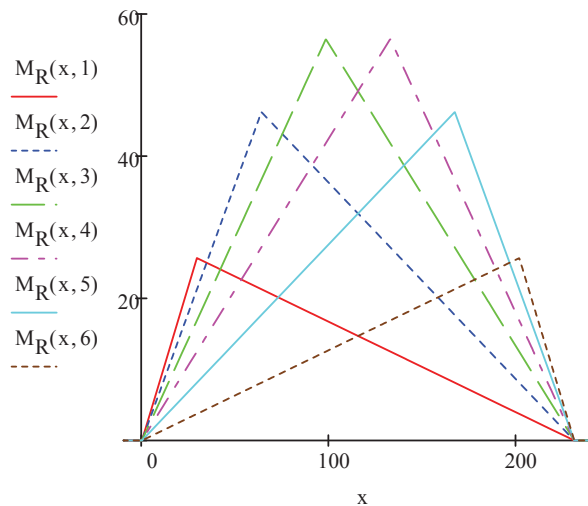
$$j := 1 \dots k$$

$$p := 0 \dots k - 1$$

$$n := 0 \dots k - 1$$

$$MMM_{n,p} := M_R(b0_{n+1}, p + 1)$$

$$MM(p, z) := M_P(b0_{p+1}, z)$$



$$MMM = \begin{pmatrix} 25.656 & 21.273 & 16.89 & 12.507 & 8.124 & 3.741 \\ 21.273 & 46.196 & 36.678 & 27.16 & 17.642 & 8.124 \\ 16.89 & 36.678 & 56.466 & 41.813 & 27.16 & 12.507 \\ 12.507 & 27.16 & 41.813 & 56.466 & 36.678 & 16.89 \\ 8.124 & 17.642 & 27.16 & 36.678 & 46.196 & 21.274 \\ 3.741 & 8.124 & 12.507 & 16.89 & 21.274 & 25.657 \end{pmatrix} \cdot (MMM)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.063 & -0.029 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.063 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{n}$$

$$MM(p, zz) =$$

$2.291 \cdot 10^4$	· kN·m
$4.974 \cdot 10^4$	
$5.585 \cdot 10^4$	
$4.135 \cdot 10^4$	
$2.686 \cdot 10^4$	
$1.237 \cdot 10^4$	

$$MM_R := \begin{pmatrix} M_R(b0_1, 1) & M_R(b0_1, 2) & M_R(b0_1, 3) & M_R(b0_1, 4) & M_R(b0_1, 5) & M_R(b0_1, 6) \\ M_R(b0_2, 1) & M_R(b0_2, 2) & M_R(b0_2, 3) & M_R(b0_2, 4) & M_R(b0_2, 5) & M_R(b0_2, 6) \\ M_R(b0_3, 1) & M_R(b0_3, 2) & M_R(b0_3, 3) & M_R(b0_3, 4) & M_R(b0_3, 5) & M_R(b0_3, 6) \\ M_R(b0_4, 1) & M_R(b0_4, 2) & M_R(b0_4, 3) & M_R(b0_4, 4) & M_R(b0_4, 5) & M_R(b0_4, 6) \\ M_R(b0_5, 1) & M_R(b0_5, 2) & M_R(b0_5, 3) & M_R(b0_5, 4) & M_R(b0_5, 5) & M_R(b0_5, 6) \\ M_R(b0_6, 1) & M_R(b0_6, 2) & M_R(b0_6, 3) & M_R(b0_6, 4) & M_R(b0_6, 5) & M_R(b0_6, 6) \end{pmatrix} \quad MM_P(z) := \begin{pmatrix} M_P(b0_1, z) \\ M_P(b0_2, z) \\ M_P(b0_3, z) \\ M_P(b0_4, z) \\ M_P(b0_5, z) \\ M_P(b0_6, z) \end{pmatrix}$$

$$MM_R = \begin{pmatrix} 25.656 & 21.273 & 16.89 & 12.507 & 8.124 & 3.741 \\ 21.273 & 46.196 & 36.678 & 27.16 & 17.642 & 8.124 \\ 16.89 & 36.678 & 56.466 & 41.813 & 27.16 & 12.507 \\ 12.507 & 27.16 & 41.813 & 56.466 & 36.678 & 16.89 \\ 8.124 & 17.642 & 27.16 & 36.678 & 46.196 & 21.274 \\ 3.741 & 8.124 & 12.507 & 16.89 & 21.274 & 25.657 \end{pmatrix} \text{ m} \quad MM_R^{-1} = \begin{pmatrix} 0.063 & -0.029 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.058 & -0.029 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.029 & 0.063 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}}$$

$$MM_P(zz) = \begin{pmatrix} 22906.8 \\ 49743.9 \\ 55846.2 \\ 41354.2 \\ 26862.1 \\ 12370.1 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\min}(zz) = 10332.181 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

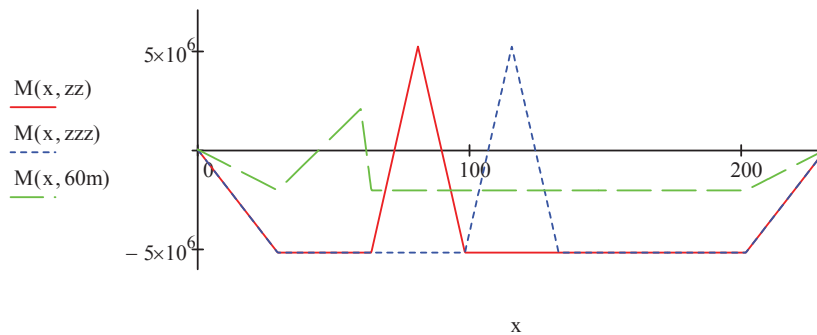
$$MM_P(zz)_0 = 22906.8 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$NN(z) := MM_R^{-1} \cdot \left( \frac{-M_{\min}(z)}{2} - MM_P(z) \right)$$

$$M(x, z) := \sum_{n=1}^6 \left( NN(z)_{n-1} \cdot M_R(x, n) \right) + M_P(x, z)$$

$$zzz := \frac{L_0}{2}$$

$$NN(zz) = \begin{pmatrix} -175.7 \\ -602 \\ -598 \\ 6.1 \times 10^{-14} \\ 1.7 \times 10^{-13} \\ -175.7 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

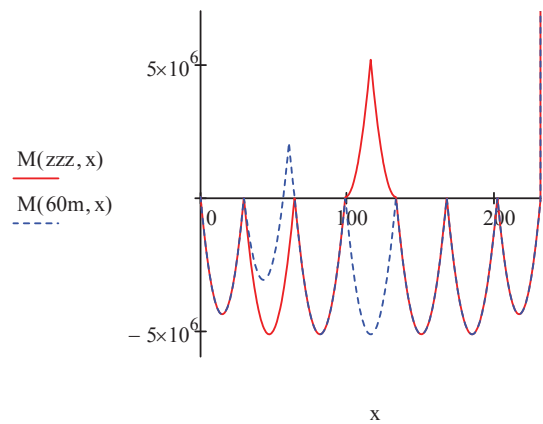
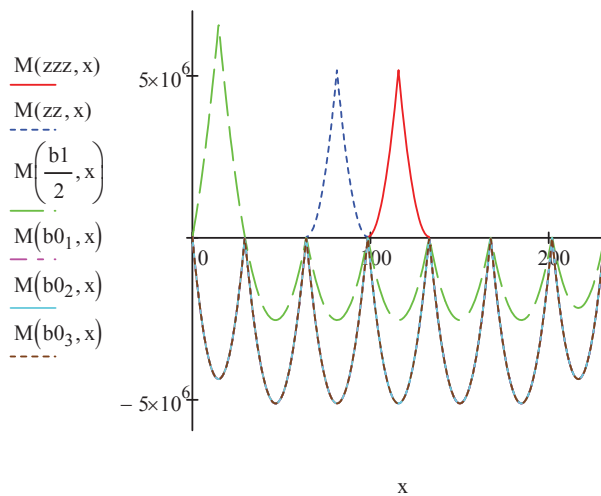


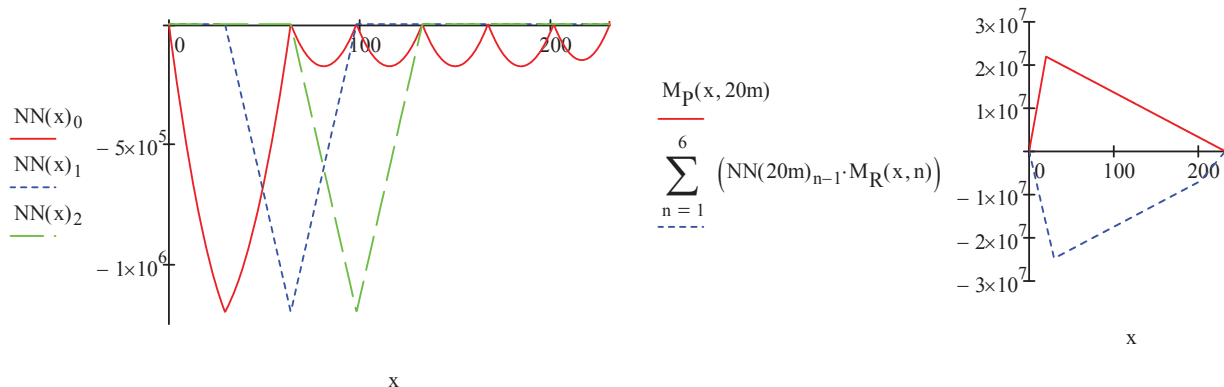
$$M(zzz, zzz) = 5.166 \times 10^3 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M(b_0_j, zzz) =$$

$-5.166 \cdot 10^3$	$\cdot \text{kN}\cdot\text{m}$
$-5.166 \cdot 10^3$	
$-5.166 \cdot 10^3$	
$-5.166 \cdot 10^3$	
$-5.166 \cdot 10^3$	
$-5.166 \cdot 10^3$	

### Atsevišķu šķēlienu aptvērējpiras





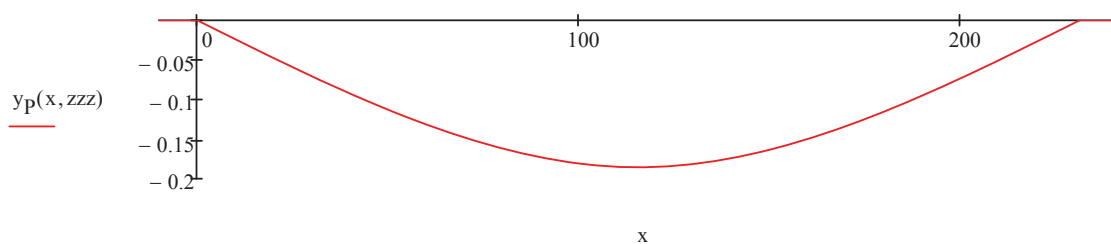
### Slodzes P0 izraisītās deformācijas

$$C_{11}(z) := \frac{P_0 \cdot z}{6 \cdot E_S \cdot I} \cdot \left( 3 \cdot z - \frac{z^2}{L_0} - 2 \cdot L_0 \right) \quad C_{12} := 0$$

$$C_{21}(z) := \frac{-P_0 \cdot z}{6 \cdot E_S \cdot I} \cdot \left( \frac{z^2}{L_0} + 2 \cdot L_0 \right)$$

$$C_{22}(z) := \frac{P_0 \cdot z^3}{6 \cdot E_S \cdot I}$$

$$y_p(x, z) := \begin{cases} \frac{P_0}{6 \cdot E_S \cdot I} \cdot \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) \cdot x^3 + C_{11}(z) \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq z \\ \frac{P_0 \cdot z}{E_S \cdot I} \cdot \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6 \cdot L_0} \right) + C_{21}(z) \cdot x + C_{22}(z) & \text{if } z < x \leq L_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad y_p(z, z) = -154.101 \cdot \text{mm}$$



### Vanšu stiepes spēku izraisītās deformācijas

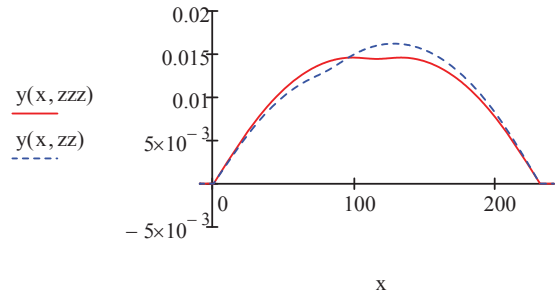
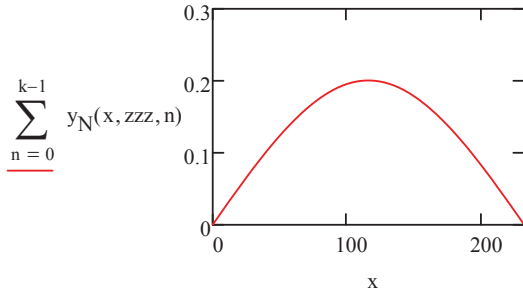
$$CC_{011v}(n, z) := \frac{NN(z)_n \cdot b_{0n+1}}{6 \cdot E_S \cdot I} \cdot \left[ 3 \cdot b_{0n+1} - \frac{(b_{0n+1})^2}{L_0} - 2 \cdot L_0 \right]$$

$$CC_{021v}(n, z) := \frac{-NN(z)_n \cdot b_{0n+1}}{6 \cdot E_S \cdot I} \cdot \left[ \frac{(b_{0n+1})^2}{L_0} + 2 \cdot L_0 \right]$$

$$CC_{022v}(n, z) := \frac{NN(z)_n \cdot (b_{0n+1})^3}{6 \cdot E_S \cdot I}$$

$$y_N(x, z, n) := \begin{cases} \frac{NN(z)_n}{6 \cdot E_S \cdot I} \left( 1 - \frac{b0_{n+1}}{L_0} \right) \cdot x^3 + CC0_{11v}(n, z) \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq b0_{n+1} \\ \frac{NN(z)_n \cdot b0_{n+1}}{E_S \cdot I} \cdot \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6 \cdot L_0} \right) + CC0_{21v}(n, z) \cdot x + CC0_{22v}(n, z) & \text{if } b0_{n+1} < x \leq L_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y(x, z) := y_P(x, z) + \sum_{n=0}^{k-1} y_N(x, z, n)$$



$$y(zz, zz) = 13.137 \cdot \text{mm}$$

$$y(b0_j, zzz) =$$

7.204	·mm
12.745	
14.592	
14.592	
12.745	
7.204	

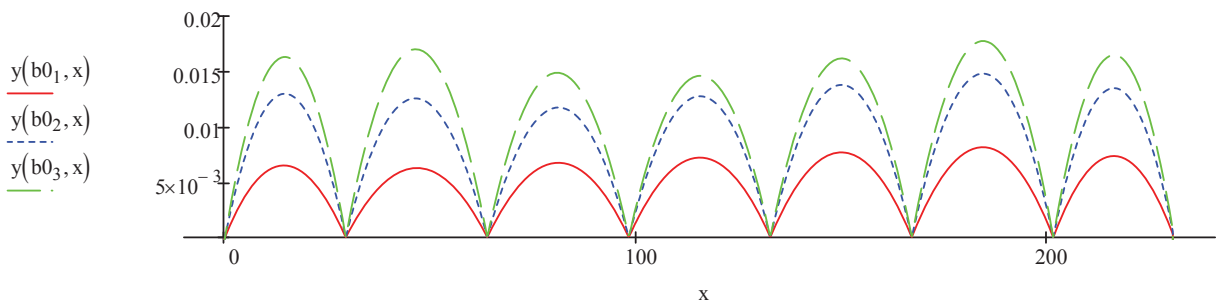
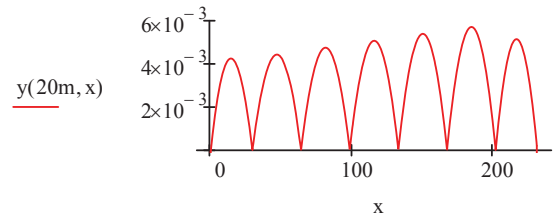
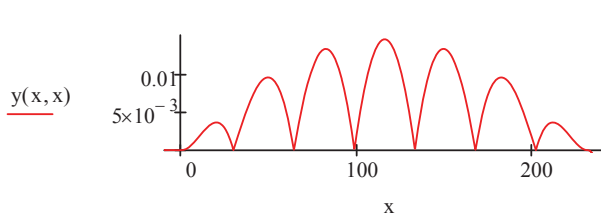
$$y_P(b0_j, zzz) =$$

-69.393	·mm
-138.334	
-179.886	
-179.886	
-138.336	
-69.395	

$$\sum_{n=0}^{k-1} y_N(b0_j, zzz, n) =$$

76.596	·mm
151.079	
194.478	
194.478	
151.081	
76.599	

$$NN(zzz) = \begin{pmatrix} -175.7 \\ -1.9 \times 10^{-13} \\ -600 \\ -600 \\ -1.2 \times 10^{-13} \\ -175.7 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$



## LITERATŪRAS SARAKSTS

1. Agrawal T.P., *Cable-stayed bridges – Parametric study*// *Journal of Bridge Engineering*. – 1997. – Nr.2 (2) – 61.-67. lpp.
2. Achkire Y. *Active tendon control of cable-stayed bridges – Bruxelles: Universite Libre de Bruxelles, 1997. – 128 lpp.*
3. Achkire Y. *Active tendon control of cable-stayed bridges*// *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. – Brussels: Universite Libre de Bruxelles, 1997. – Nr. 25(6) – 585.-597.lpp.
4. Amornvivat P. *Optimal Design of Cable-Stayed Bridge. M.S. thesis. Massachusetts: Massachusetts Institute of technology – 1996. – 118 lpp.*
5. Balas M.J., *Active control of flexible systems*// *Journal of Optimization. theory appl.*, Vol. 25, No. 3, pp. 415–436, 1978.
6. Behin Z., Murray D.W., *A substructure-frontal technique for cantilever erection analysis of cable-stayed bridges*// *Computers & Structures*. – 1992. – Nr.42(2). – 145.– 157. lpp.
7. Benhabib R.J., Iwens R.P., Jackson R.L., *Stability of large space structures control systems using positivity concepts*// *Journal of Guidance*, Vol. 4, No. 5, pp. 487–553, Sept-Oct 1981.
8. Bessas G., *Design Optimization of Cable-Stayed Bridges. Master thesis. Massachusetts: Massachusetts Institute of technology – 2006. – 120 lpp.*
9. Bruer A., Pircher H., Bokan H. *Computer Based Optimising of the Tensioning of Cable-Stayed Bridges*// *IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
10. Bruno D., Greco F., Lonetti P. *A Parametric Study on the Dynamic Behavior of Combined Cable-Stayed and Suspension Bridges under Moving Loads*// *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. – 2009. – Nr. 10. – pp. 243-258.
11. Bulavs F., Radiņš I., *Statiski nenoteicamu stieņu sistēmu būvmehānika – Rīga: RTU izdevniecība, 2008. – 203 lpp.*
12. Cannon R.H., Rosenthal D.E., *Experiment in control of flexible structures with noncolocated sensors and actuators*// *Journal of Guidance*, Vol. 7, No. 5, pp. 546–553, Sept-Oct 1984.

13. *Chen D.W., Au F.T.K., Tham L.G., Lee P.K.K., Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable-stayed bridges for given design deck profiles using the forces equilibrium method// Computers & Structures. – 2000. – Nr.74. – 1.–9. lpp.*
14. *Chen D., A New Method to Assign Initial Cable Forces For Prestressed Concrete Cable-Stayed Bridges// IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
15. *Chen J.C., Response of large space structures with stiffness control// J. Spacecraft, Vol. 21, No. 5, pp. 463–467, Sept-Oct 1984.*
16. *Chen W.F., Duan L. Bridge Engineering Handbook. – New York: CRC Press LLC, 2000. – 452 p.*
17. *Chen W.-F., Lui E. M. Handbook of Structural Engineering. 2nd edition. – CRC Press, 2005. – 1768 lpp.*
18. *Colford B.R., Clark C.A. Feasibility Study into the Replacement or Augmentation of the Main Cables of a Long-Span Suspension Bridge// Bridge Structures. – 2009. – Vol. 5. – pp. 119-133.*
19. *Cruz J.S., Almeida J.F. A New Model For Cable-Stayed Bridges Control and Adjustment// IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
20. *Cruz P.J.S., Mari A.R., Roca P., Nonlinear time-dependent analysis of segmentally constructed structures// Journal of Structural Engineering. – 1998. – Nr.124(3). – 278.–287. lpp.*
21. *Di Bernardo S. Motion based design of cable-stayed bridges. PhD thesis. Massachusetts: Massachusetts Institute of technology – 1998. – 101 lpp.*
22. *Dung N.N., Miyata T., Yamada H., A method for flutter control in the long span bridge// Proceedings of Third International Conference on Motion and Vibration Control, volume 2, pp. 47–52, Chiba, Japan, September 1996.*
23. *El Araby El Shenawy, Form Finding for Cable-Stayed and Extradosed Bridges. Dissertation. Berlin. Technische Univeristat Berlin – 2013. – 175 lpp.*
24. *Ernst J.H., Der “e-modul“ von seilen unter berucksichtigung des durchhangs. Der Bauingenieur, 40(2), 1965.*
25. *Fanson J.L., Blackwood C.H., Chu C.C., Active member control of a precision structure// Proceedings of 30th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials, pp. 1480–1494, Washington D.C., 1989.*

26. Fleming J.F., *Nonlinear Static Analysis of Cable-Stayed Bridge Structures// Computers and Structures*, 10: 621-635, 1979.
27. Franklin G.F., Powell J.D., *Digital Control of Dynamic Systems – Addison-Wesley*, second edition, 1980.
28. Fujino Y., Susumpow T., *An experimental study on active control of planar cable vibration by axial support motion// Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 1283–1297, 1994.
29. Gabrow M., *Construction Stage Analysis of Cable-Stayed Bridges. Thesis at the faculty of the technical university of Hamburg-Harburg, Hamburg, Germany, June, 2004.*
30. Gimsing N.J. *Cable supported bridges, Third Ed. – West Sussex, U.K.: John Wiley & Sons, 2012. – 590 lpp.*
31. Gonzalez J.L., Sobrino J.A. *Fatigue Reliability Evaluation Of Cables In Cable-Stayed Bridges. Case Study: The Sama De Langreo Bridge// IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
32. Ghali A.; Favre A., *Concrete Structures, Stresses and Deformations (Second edition). E & FN Spon, London, UK, 1994.*
33. Gribniak V., Kaklauskas G., Idnurm S., Bacinskas D. 2010. *Finite Element Mesh Size Effect on Deformation Predictions of Reinforced Concrete Bridge Girder// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2010. – Nr. 5(1). – 19.-27.lpp.*
34. Grigorjeva T., Juozapaitis A., Kamaitis Z. *Static Analyses and Simplified Design of Suspension Bridges Having Various Rigidity of Cables// Journal of Civil Engineering and Management. – 2010. – Nr. 16(3). – pp. 363-371.*
35. Grigorjeva T., Juozapaitis A., Kamaitis Z., Paeglitis A. *Finite Element Modeling for Static Behavior Analysis of Suspension Bridges with Varying Rigidity of Main Cables// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2008. – Nr. 3(3). – pp. 121-128.*
36. Grigorjeva T., Juozapaitis A., Kamaitis Z. *Simplified Engineering Method of Suspension Bridges with Rigid Cables under Action of Symmetrical and Asymmetrical Loads// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2006. – Nr. 1(1). – pp. 11-20.*
37. Hui-Li W., Si-Feng Q., Zhe Z., Cai-Liang H., Wen-Jun X. *The Basic Differential Equations of Self-Anchored Cable-Stayed Suspension Bridge// Mathematical Problems in Engineering. – 2010. – pp. 1-12.*
38. Irvine H.M., *Energy relations for a suspended cable// Mech. appl. Math., Vol. 33, 1980.*

39. Janjic D., Pircher M., Pircher H. *Optimization of Cable Tensioning in Cable-Stayed Bridges// Journal of Bridge Engineering.* – 2003. maijs/jūnijs – 131.–137. lpp.
40. Juozapaitis A., Norkus A. *Determination of Rational Parameters for the Advanced Structure of a Pedestrian Suspension Steel Bridge// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering.* – 2007. – Nr. 2(4). – pp. 173-181.
41. Juozapaitis A., Norkus A. *Displacement analysis of asymmetrically loaded cable, Journal of Civil Engineering and Management.* – 2004. – Nr. 10(4). – pp. 277-284.
42. Juozapaitis A., Idnurm S., Kaklauskas G., Idnurm J., Gribniak V. *Non-Linear Analysis of Suspension Bridges with Flexible and Rigid Cables// Journal of Civil Engineering and Management.* – 2010. – Nr. 16(1). – pp. 149-154.
43. Juozapaitis A., Norkus A., Vainiunas P. *Shape Stabilization of Steel Suspension Bridge// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering.* – 2008. – Nr. 3(3). – pp. 137-144.
44. Kao C-S., Kou C-H., Xie X. *Static Instability Analysis of Long-Span Cable-Stayed Bridges with Carbon Fiber Composite Cable under Wind Load// Tamkang Journal of Science and Engineering.* – 2006. – Nr.9(2). – 89-95.lpp.
45. Kobayashi H., Nitta Y., *Active flutter control of suspension bridge by control surfaces// Proceedings of Third Int. Conf. on Motion and Vibration Control, volume 2, pp. 42–46, Chiba, Japan, September 1996.*
46. Krishna P. *Tension Roofs and Bridges// Journal of Constructional Steel Research.* – 2001. – Nr. 57. – 1123-1140.
47. Karoumi R., *Nonlinear Dynamic Analysis of Cable-Stayed Bridges Excited by Moving Vehicles// IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
48. *Latvijas Valsts standarts, LVS EN 1990:2006. Eirokodekss. Konstruktiju projektēšanas pamatprincipi*
49. *Latvijas Valsts standarts, LVS EN 1991-2:2004. 1.Eirokodekss. Iedarbes uz konstrukcijām – 2.daļa: Satiksmes slodzes tiltiem*
50. Lazar B.E., Troitsky M.S., McDouglass M.C., *Load balancing analysis of cable-stayed bridges// Journal of the Structural Division. ASCE.* – 1972. – Nr.98(8). – 1725. – 1740. lpp.
51. Leonhardt F., Zellner W. *Past, present and future of cable-stayed bridges// Cable-Stayed Bridges, Recent Developments and their Future.* – Netherland: Elsevier, 1991. – 1.–33. lpp.

52. *Lozano-Galant J.A., Ruiz-Ripoll L., Paya-Zaforteza I., Turmo J., Effect of the Evolutionary Construction of Cable-Stayed Bridge Superstructure on the Determination of Stay Forces// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering – 2013., - Vol. VIII, No.2.*
53. *Malik J. Mathematical Modelling of Cable Stayed Bridges: Existence, Uniqueness, Continuous Dependence on Data, Homogenization of Cable Systems// Application of Mathematics. – 2004. – Nr.49(1). – 1-38.lpp.*
54. *Manabe Y., Hirahara N., Mukasa N., Accuracy Control of the Construction of the Tataru Bridge// IABSE Conference Cable-Stayed Bridges – Past, Present and Future – Malmo, Sweden 2-4 June, 1999*
55. *Melderis I., Teteris G. Būvmehānika – Rīga: Zvaigzne, 1977. – 560 lpp.*
56. *Mitsugi J., Yasaka T., Miura K., Shape control of the tension truss antenna// AIAA Journal, Vol. 28, No. 2, pp. 316–322, 1990.*
57. *Nazmy A., Abdel-Ghaffar A.M., Three dimensional non-linear static analyses of cable-stayed bridges// Computers and Structures, Vol. 34, pp. 257–271, 1990.*
58. *Negrao J.H.O., Simoes L.M.C., Optimization of cable-stayed bridges with three-dimensional modelling// Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2004. – Nr.28(2-3). – 214.–220. lpp.*
59. *Negrao J.H.O., Simoes L.M.C., Reliability-based optimum design of cable-stayed bridges// Computers & Structures. – 1997. – Nr.64. – 741.–758. lpp.*
60. *O'Connor C., Shaw P.A. Bridge Loads. – London: Spon Press, 2000. – 359 p.*
61. *Onoda J., Minesugi K., Alternative control logic for type-ii variable stiffness system// AIAA Journal, Vol. 34, No. 1, pp. 207–209, 1995.*
62. *Parke G., Hewson N. ICE Manual of Bridge Engineering. Second Edition. – London: Thomas Telford Ltd., 2008. – 735 p.*
63. *Perkins N.C., Modal interactions in the non-linear response of elastic cables under parametric/external excitation// Int. J. of Non-Linear Mechanics, Vol. 27, No. 2, pp. 233–250, 1992.*
64. *Ponaldy W., Scalzi J., Construction and Design of Cable-Stayed Bridges// 2<sup>nd</sup> Edition. – New York: Wiley-Interscience Publication., 1986.*
65. *Perngjin F.P., Nayfeh A.H., Fully nonlinear model of cables// AIAAJournal, Vol. 30, No. 12, pp. 2993–2996, 1992.*

66. Preumont A., *Vibration Control of Active Structures: An Introduction* – Kluwer Academic Publishers, 1997.
67. Rahn C.D., Mote C.D., *Parametric control of conservative mechanical systems// ASME, J. of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 118, pp. 309–314, June 1996.*
68. Ruiz-Teran A. M. *Unconventional Cable-Stayed Bridges: Structural Behaviour and Design Criteria// Structural Concrete. 2010. – Nr.11(1) – 25.-34.lpp.*
69. Sandovic G., Juozapaitis A., Kliukas R. *Simplified Engineering Method of Suspension Two Span Pedestrian Steel Bridges with Flexible and Rigid Cables Under Action of Asymmetrical Loads// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2011. – Nr. 6(4). – pp. 267-273.*
70. Simoes L.M.C., Martins A. M. B., Monteiro S. R. S., *Discrete Optimum design of Cable-Stayed Bridges// 8<sup>th</sup> World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2009. – 1.–9. lpp.*
71. Serdjuks D., Rocens K., Pakrastins L. 2008. *Hybride Composite Cable with an Increased Specific Strength for Tension Structures// The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2008. – Nr.3(3) – 129.-136.lpp.*
72. Svensson H., *Cable-Stayed Bridges / 40 Years Experience Worldwide – Ernst & Sohn, 2012.*
73. Strasky J. *Stress Ribbon and Cable Supported Pedestrian Bridges. London: Thomas Telford Publishing, 2005, 213 p.*
74. Susumpow T., Fujino Y., *Active control of cable and cable-structure system// Proceedings of 1st Int. Conf. on Motion and Vibration Control, volume 1, pp. 170–175, September 1992.*
75. Talvik I. *Finite Element Modelling of Cable Networks with Flexible Supports// Computers and Structures. – 2001. – Nr. 79. – pp. 2443-2450.*
76. Troitsky M.S. *Cable-Stayed Bridges. An Approach to Modern Bridge Design, 2nd Ed. – New York, USA: Von Nostrand Reinhold, 1988. – 386 lpp.*
77. Wang P.H., Tseng T.C., Yang C.G., *Initial shape of cable-stayed bridges// Computers & Structures. – 1993. – Nr.46(6). – 1095.–1106. lpp.*
78. Wang P.H., Yang C.G., *Parametric studies on cable-stayed bridges// Computers & Structures. – 1996. – Nr.60(2). – 243.–260. lpp.*
79. Wang P.H., Lin H.T., Tang T.Y., *Study on nonlinear analysis of a highly redundant cable-stayed bridge// Computers & Structures. – 2002. – Nr.80(2). – 165.–182. lpp.*

80. Wang P.H., Tseng T.C., Zheng H.N., *Analysis of cable-stayed bridges during construction by cantilever methods// Computers & Structures*. – 2004. – Nr.82. – 329.– 346. lpp.
81. Wang S., Fu C.C., *Static and Stability Analysis of Long-span Cable-stayed Steel Bridges// Transport Reserarch Board*. – January 12-16, 2003.
82. Walther R., Houriet B. *Cable Stayed Bridges*. – London: Thomas Telford Ltd., 1999. – 227 lpp.
83. Warnitchai P., Fujino Y., Pacheco B.M., Agret R., *An experimental study on active tendon control of cable-stayed bridges// Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, No. 2, pp. 93–11, 1993*.
84. Xiang R., Ping-Ming H., Kui-Hua M., Zhi-Hua P. *Influence of Temperature on Main Cable Sagging of Suspension Bridge// Journal of Zhengzhou University Engineering Science*. – 2009. – Nr. 30(4). – pp. 22-25.
85. Yang J.N., Giannopoulos F., *Active control of two-cable-stayed bridge// ASCE, J. Eng. Mech. div., Vol. 105, No. EM5, pp. 795–809, October 1979*.
86. Качурин В.К., Брагин А.В. *Проектирование висячих и вантовых мостов – Москва: Издаельство „Транспорт”, 1971. – 280 lpp.*
87. Киреенко В.И. *Вантовые мосты – Киев: Издаельство «Будивельник», 1967. – 279 lpp.*
88. Кирсанов Н.М. *Висячие системы повышенной жесткости. – Москва: Стройиздат, 1973. – 116 с.*
89. Петропавловский А.А. *Вантовые мосты (Cable Bridges). – Москва: Транспорт, 1985. – 224 с.*
90. Перельмутер А.В. *Основы расчета вантово – стержневых систем - Москва: Издаельство литературы по строительству, 1969. – 193 lpp.*
91. Смирнов В., *Висячие мосты больших пролетов. – Москва: Высшая школа, 1970. – 408 с.*
92. Шимановский В.Н., *Висячие системы - Киев: Издаельство «Будивельник», 1967. – 261 lpp.*
93. Трофимович В.В. Пермяков В.А. *Проектирование предварительно напряженных вантовых систем. – Киев: Будивельник, 1970. – 136 с.*

94. *A historic view drawing of the First Suspension Bridge / Internet.* –  
<http://www.niagarafrontier.com/bridges.html#b1>;  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Niagara\\_Falls\\_Suspension\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Niagara_Falls_Suspension_Bridge)
95. *Dryburgh Abbey Bridge / Internets.* – [http://en.wikipedia.org/wiki/Dryburgh\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Dryburgh_Bridge)
96. *Duisburg – Neuenkampen Bridge / Internets.* –  
<http://en.structurae.de/structures/data/photos.cfm?ID=s0000424>;
97. *Friedrich-Ebert-Brücke, Nordbrücke Bonn, Rheinbrücke Bonn-Nord / Internets.* –  
<http://en.structurae.de/structures/data/index.cfm?ID=s0000025>
98. *John A. Roebling, Bridge Division / Internets.* –  
<http://www.inventionfactory.com/history/RHAbridg/>
99. *Kniebrücke / Internets.* –  
<http://en.structurae.de/structures/data/index.cfm?ID=s0000040>
100. *Stonecutter Bridge / Internets.* – [http://en.wikipedia.org/wiki/Stonecutters\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Stonecutters_Bridge);  
<http://www.stonecuttersbridge.net/en/main.htm>;  
<http://en.structurae.de/structures/data/index.cfm?ID=s0000930>
101. *Strömsund Bridge / Internets.* –  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Str%C3%B6msund\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Str%C3%B6msund_Bridge);  
<http://en.structurae.de/structures/data/index.cfm?ID=s0000070>
102. *Sutong Bridge / Internet.* – [http://en.wikipedia.org/wiki/Sutong\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Sutong_Bridge);  
<http://www.roadtraffic-technology.com/projects/sutong/>
103. *The Nienburg cable-stayed bridge collapse: an analysis eighteen decades later / Internets.* –  
<http://www.icevirtuallibrary.com/content/chapter/bmf.33542.0023;jsessionid=s4pwpnytluuu.z-telford-01>
104. *Мост на остров Русский через пролив Босфор Восточный во Владивостоке / Internets.* – <http://www.gpsm.ru/?page=projects&sub1=current&sub2=75&lang=ru>;  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Rusky\\_Island\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Rusky_Island_Bridge)