

# Plānsienu kompozīto materiālu konstrukciju formas optimizācijas metodika

Aleksandrs Januševskis<sup>1</sup>, Jānis Januševskis<sup>2</sup>, Anatolijs Meļņikovs<sup>3</sup>, Anita Geriņa-Ancāne<sup>4</sup>  
<sup>1, 3, 4</sup>Rīgas Tehniskā universitāte, <sup>2</sup>Sentjēnas universitāte

**Kopsavilkums.** Šajā darbā tiek piedāvāta resursus taupoša metodika plānsienu konstrukciju elementu formas optimizācijai, izmantojot metamodeļus lokālo polinomiālo aproksimāciju veidā. Metodika paredz pielietot komerciālās CAD programmatūras, kā arī RTU izstrādāto programmu *EDAOpt* eksperimentu plānošanai, metamodeļu būvēšanai un optimizācijai. Metodika ir izklāstīta uz divu testa uzdevumu bāzes. Pirmajā piemērā ir optimizēta plāksnītes forma pie lieces sloģojuma, bet otrajā piemērā – pie stiepes sloģojuma. Tiek analizēta trīs formas uzdošanas paņēmieni efektivitāte. Parādīts, ka, izmantojot izstrādāto metodiku un uzdodot formu ar NURBS poligona punktiem, var iegūt labākus optimizācijas rezultātus nekā ar darbietilpīgo homogenizācijas metodi.

**Atslēgas vārdi:** eksperimentu plānošana, formas optimizācija, metamodelis.

## I. IEVADS

Projektējot mašīnbūves objektus, vienmēr aktuāla ir problēma, kā izveidot drošas konstrukcijas, nodrošinot to elementiem pēc iespējas zemāku cenu un materiāla patēriņu. Viens no iespējamiem risinājumiem ir formas optimizācija. Homogenizācijas metodes [1] un [2] dažādas realizācijas ir ieguvušas plašu pielietojumu formas un topoloģijas optimizācijai. Šīs metodes pamatideja ir apskatīt katru mehāniskās sistēmas GEM modeļa elementu kā kompozītu, kurš sastāv no materiāla un tukšuma. Tiek meklēta tāda materiāla un tukšumu attiecība, lai maksimizētu definēto kritēriju, piemēram, šādu efektivitātes rādītāju:

$$PI = \frac{\sigma_{0,\max} v_0}{\sigma_{i,\max} v_i}, \quad (1)$$

kur  $\sigma_{0,\max}$  – maksimālā ekvivalentā sprieguma vērtība sākotnējā konstrukcijā;  $v_0$  – konstrukcijas sākuma tilpums;  $\sigma_{i,\max}$  un  $v_i$  – attiecīgo mainīgo lielumu vērtības, kas iegūtas  $i$ -tajā iterācijā.

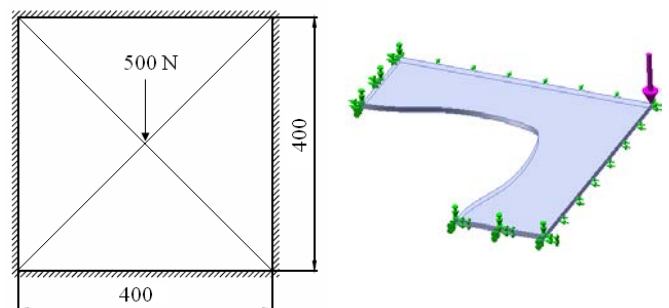
Šo metodi veiksmīgi pielieto no izotropā materiāla veidotu čaulveida konstrukciju formas optimizācijai [3]. Tomēr tai ir arī trūkumi, proti, optimizācijas parametru skaits nereti var sasniegt vairākus simtus tūkstošus un pat vairāk un uzdevuma risināšanai vajadzīgas lielas skaitļošanas jaudas. Cietu ķermeņu optimizācijas gadījumā iegūtas optimālās formas bieži nav tehnoloģiskas un ir grūti izgatavojamas. Mūsu darbos [4] un [5] ir piedāvāta alternatīva metodika masīvu objektu formas optimizācijai, un tās pamatā ir vienkāršotu augstas kvalitātes metamodeļu izmantošana. Šeit tās efektivitāte tiek salīdzināta

ar homogenizācijas metodi vienkāršu plānsienu konstrukciju formas optimizācijai.

Izstrādātā metodika balstās uz secīgu CAD/CAE [6] un *EDAOpt* [7] programmatūru izmantošanu. Metodika paredz izmantot ar nevienmērīgiem racionāliem B-splīniem (NURBS) [8] iegūtas līknes, ar kurām ir iespējams uzdot gludas formas sarežģītiem ģeometriskiem CAD modeļiem.

## II. LIEKTAS PLĀKSNĪTES IZGRIEZUMA FORMAS OPTIMIZĀCIJA

Tiek apskatīta 4,2118 mm konstanta biezuma kvadrātiska plāksnīte, kuras visas četras malas ir nekustīgi nostiprinātas (1. att.). Plāksnītes materiāls ir izotrops ar elastības moduli  $E = 200$  GPa un Puasona koeficientu  $\mu = 0,3$ . Perpendikulāri plāksnītei tās centrā ir pielikts spēks  $P = 500$  N, kas izraisa lieci. Optimizācijas mērķis ir atrast konstanta biezuma plāksnītes formu ar minimālu tilpumu, ar noteikumu, ka tās izliece nepārsniedz  $\delta = 0,5$  mm. Darbā [9], izmantojot homogenizācijas metodi, ir atrasta optimālā izgriezuma forma ar tilpumu  $v = 68\,750$  mm<sup>3</sup>, kas ir parādīta 4.a attēlā.



1. att. Plāksnīte un tās ¼ aprēķinu modelis ar simetrijas robežnoteikumiem.

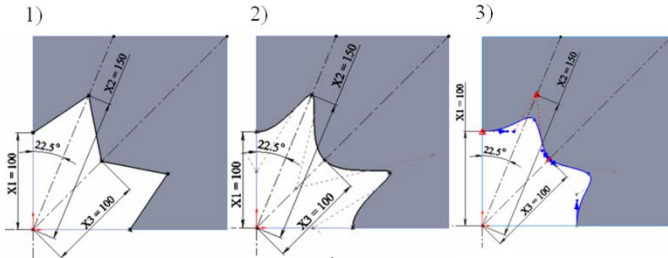
Šeit uzdevums tiek risināts ar alternatīvo metodiku, kas ietver šādus etapus:

- atbalsta punktu, kas kalpo gludu formu iegūšanai ar NURBS, izvietojuma plānošana;
- objekta formas ģeometriskā modeļa būvēšana ar CAD līdzekļiem saskaņā ar eksperimenta plānu;
- objekta pilnā GEM modeļa atbilstu aprēķins ar CAE programmatūru;
- objekta metamodeļu būvēšana sarēķinātajām atbildēm;
- metamodeļu izmantošana objekta formas optimizācijai;
- rezultātu pārbaude, izmantojot objekta pilno GEM modeli iegūtai optimālāi formai.

Izgriezuma forma tiek definēta ar trim paņēmieniem (2. att.):

- 1) izmantojot atbalsta punktus, kas savienoti ar taisnēm;
- 2) izmantojot NURBS mezgla punktus;
- 3) izmantojot NURBS

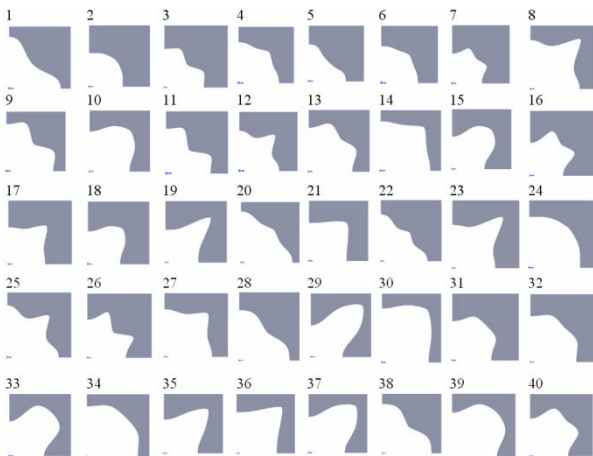
poligona punktus. Risinot uzdevumu, tiek ņemts vērā tā simetriskais raksturs, tāpēc tiek apskatīta plāksnītes ¼. Definējot atbalsta punktus, kuri nosaka izgriezumu, tiek izmantota plāksnītes 1/8, jo meklējamam izgriezumam jābūt ar simetrisku formu. 2. attēlā redzams, ka izgriezums ir definēts ar trim atbalsta punktiem, kas izvietoti:



2. att. Izgriezuma uzdošanas paņēmieni.

1) uz vertikālās šķautnes, 2) uz taisnes, kura ar vertikālo šķautni veido leņķi 22,5°, un 3) uz plāksnītes ¼ diagonāles. Saskaņā ar metodiku vispirms jāizveido eksperimenta plāns, kas nosaka atbalsta punktu izvietojuma mainīgās koordinātes. Šie punkti tiek uzdoti ar trim koordinātēm, kuras tiek variētas diapazonos 100 < X1 < 170, 100 < X2 < 210 un 100 < X3 < 230 mm formas uzdošanas pirmajam un otrajam paņēmienam un 100 < X1 < 180, 100 < X2 < 235 un 100 < X3 < 230 mm formas uzdošanas trešajam paņēmienam. Pēdējā gadījumā malējos punktos papildus tiek uzdoti nepārtrauktības vektori, kuri definēti 90° leņķī attiecībā pret simetrijas asi un plāksnītes sānu malu (vektoru garumi punktos X1 un X3 tiek pieņemti attiecīgi 10 un 3 mm).

Ar programmatūru *EDAOpt* tiek ģenerēts latīņu hiperkuba eksperimentu plāns [7], kurš ir sarēķināts pēc vidējās kvadrātiskās distances kritērija (MSD kritērija vērtība ir 0,4262) trim faktoriem un 40 mēģinājuma punktiem (plāns ir pieejams arī Internet vietnē <http://www.mmd.rtu.lv>). Tālāk ar programmatūras *SolidWorks (SW)* palīdzību tiek izveidoti 3D modeļi katram no trim apskatītajiem formas uzdošanas paņēmieniem. Iegūtie ģeometriskie modeļi, izmantojot NURBS poligona punktus, ir parādīti 3. attēlā.



3. att. Izgriezuma formas saskaņā ar eksperimenta plānu.

Nākamajā solī ar *SW Simulation* tiek sarēķinātas ar GEM diskretizēto modeļu atbildes, izmantojot elementus ar vidējoto šķautnes garumu 4 mm un summāro brīvības pakāpju skaitu

~100 000. Iegūtās atbildes – maksimālie ekvivalentie spriegumi pēc Mizesa kritērija, maksimālie pārvietojumi plāksnītes centrālajā punktā, plāksnītes tilpums  $v$ , deformācijas u.c. – tika ievadītas *EDAOpt* un izmantotas aproksimāciju iegūšanai, kuras tālāk ļauj realizēt globālās meklēšanas procedūru. Piemēram, izmantojot otrās kārtas polinomu, atbildes aproksimācija tiek meklēta formā:

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=i+1}^d \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^d \beta_{ij} x_i^2 + \varepsilon, \quad (2)$$

kur  $d$  mainīgajiem  $x_1, \dots, x_d$  ir  $L = (d + 1)(d + 2)/2$  nezināmi koeficienti  $\beta$  un pieņemts, ka gadījuma kļūdas  $\varepsilon$  ir neatkarīgas ar normālo sadalījumu, nulles vidējo vērtību un konstantu dispersiju  $\sigma^2$ . Lokālās aproksimācijas gadījumā koeficienti  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_L)$  ir atkarīgi no punkta  $x_0$ , kurā tiek rēķinātas prognozēšanas vērtības, un to iegūšanai tiek izmantota svērtā mazāko kvadrātu metode:

$$\beta = \arg \min_{\beta} \sum_{j \in N_x} w(x_0 - x_j) \times (y_j - \hat{y}(x_j))^2, \quad (3)$$

kur  $N_x$  apkārtejo punktu nozīmīgums tiek ievērtēts ar Gausa kodolu:

$$w(u) = \exp(-\alpha u^2), \quad (4)$$

kur  $u$  ir Eiklīda distance no  $x_0$  līdz tekošajam tuvākam eksperimentu plāna punktam un  $\alpha$  ir koeficients, kas nosaka tuvāko punkta svarīgumu.

Aproksimācijas kvalitāte tiek novērtēta ar krosvalidācijas kļūdu:

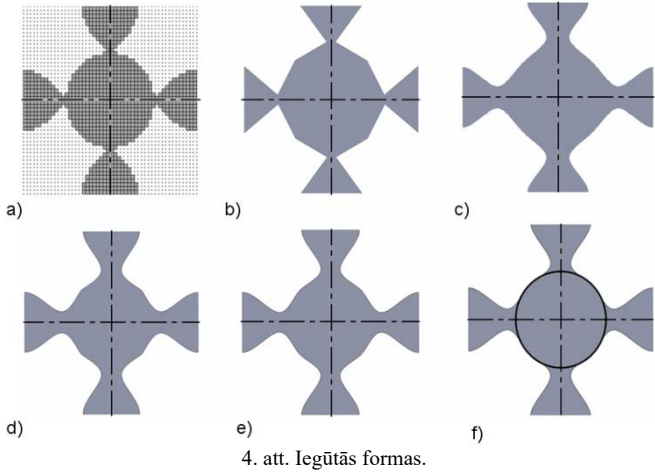
$$\sigma_{x_{rel}} = 100\% \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{-i}(x_i) - y_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (5)$$

kur skaitītājā ir prognozes vidējā kvadrātiskā kļūda starp aproksimācijā iegūtajiem un ar GEM aprēķinātajiem rezultātiem, bet saucējā ir atbildes novirze no tās vidējās vērtības;  $n$  ir pārbaudes punktu skaits, un  $\sum_{i=1}^n \hat{y}_{-j}(x_i)$  apzīmē atbilžu summēšanu, nelietojot atbildes vērtību  $j$ -tajā punktā.

Izmantojot *EDAOpt* iegūto lokāli svērtu polinomiālo aproksimāciju, ar globālo gadījuma restarta optimizācijas procedūru tiek iegūtas izgriezuma formas (4.b – 4.e att.).

Rezultātu apkopojums redzams 1. tabulā, kur tie tiek salīdzināti ar darba [9] rezultātiem un varianta burti atbilst 4. attēlā parādītajām formām. Šeit Gausa kodola (4) parametra  $\alpha$  vērtības izvēlētas tādas, lai minimizētu attiecīgās atbildes krosvalidācijas kļūdu (5), kas 1. tabulā apzīmēta ar *SigmaCross*. Prognozes vērtības ir iegūtas, izmantojot aproksimācijas – metamodeļus, bet faktiskās vērtības iegūtas, risinot GEM modeli. Savukārt labākie rezultāti iegūti, izmantojot NURBS

poligona atbalsta un mezgla punktus. Variantā „d” iegūtais tilpums ir mazāks nekā darbā [9] ar homogenizācijas metodi iegūtais. Lai tālāk uzlabotu varianta „d” rezultātus, tika realizēta punktu X1 un X3 nepārtrauktības vektoru garuma optimizācija, kas atļāva samazināt ¼ plāksnītes tilpumu vēl par 1,38 % (4.e att.) salīdzinājumā ar homogenizācijas metodi (4.a att.).

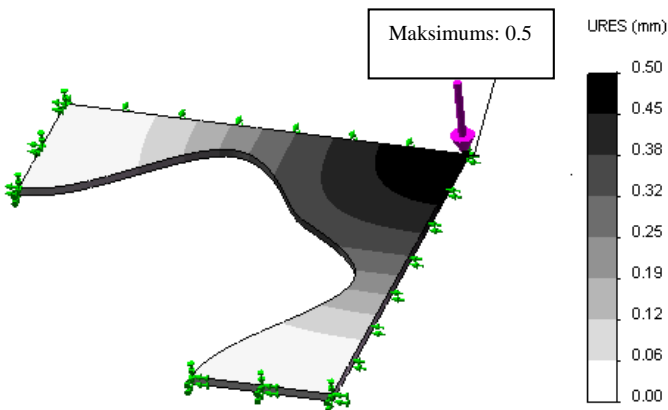


4. att. Iegūtās formas.

Nepārtrauktības vektoru optimizācijai izmantota tāda pati metodika, bet, pielietojot plānu, kas sastāv no 10 mēģinājuma punktiem, diviem faktoriem. Kā redzams attēlā 4.f, plāksnītes centrālās daļas forma praktiski ir pietuvojusies riņķa līnijai.

Jāatzīmē, ka variantam „e” ir laba prognozes sakritība ar faktisko rezultātu, kas iegūts, risinot pilno modeli. Arī summārais nepieciešamais GEM pilnā uzdevuma aprēķinu skaits ir par 10 mazāks nekā homogenizācijas metodei.

Summāro pārvietojumu sadalījums optimālajai formai (variants „e”) parādīts 5. attēlā.

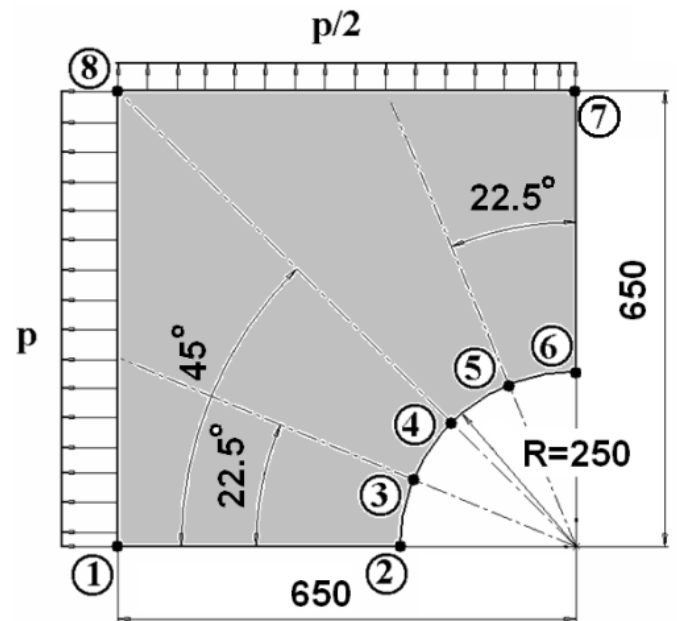


5. att. Summārie pārvietojumi variantam „e”.

### III. STIEPTAS PLĀKSNĪTES IZGRIEZUMA FORMAS OPTIMIZĀCIJA

Aprēķinu objekts ir kvadrātiska plāksnīte – 1300 × 1300 mm ar biezumu  $b = 0,001$  mm (6. att.). Uz plāksnīti darbojas stiepes spēki divos virzienos. Vienā galā ir pielikta izkliedēta slodze  $p = 0,65$  N/mm<sup>2</sup>, bet otrā galā – puse no tās  $p/2 = 0,325$  N/mm<sup>2</sup>. Tā kā plāksnīte un slodzes ir simetriski, tad tiek apskatīta

tikai 1/4 no tās. Divām pārējām malām ir pielikti simetrijas robežnoteikumi. Plāksnītes materiāls ir izotrops ar elastības moduli  $E = 210$  GPa un Puasona koeficientu  $\mu = 0,3$ .



6. att. 1/4 plāksnītes aprēķinu shēma ar sākuma izgriezumu.

Optimizācijas uzdevums ir minimizēt plāksnītes tilpumu, pastāvot ierobežojumam, ka maksimālie ekvivalentie spriegumi plāksnītes materiālā nedrīkst pārsniegt  $\sigma_{max} = 4,38$  N/mm<sup>2</sup>. Optimizācijas parametri ir koordinātes punktiem 2, 3, 4, 5 un 6, kas nosaka izgriezuma formu. Tie ir izvietoti uz taisnēm, kuras veido attiecīgi 0; 22,5; 45; 67,5 un 90 grādu leņķi ar horizontālo asi. Par sākuma izgriezuma formu tiek pieņemta riņķa līnija ar rādiusu 250 mm, kas atbilst plāksnītes tilpumam  $v = 373,4$  mm<sup>3</sup>. Analogiski kā pirmajā piemērā, tiek ģenerēts Latīņu hiperkuba eksperimenta plāns ar MSD kritērija [7] vērtību 0,5394, tikai šajā gadījumā – pieciem mainīgajiem ar variācijas diapazoniem no 250 līdz 640 mm. Lai izveidotu atbilstu metamodeļus, saskaņā ar šo plānu 112 dažādas formas plāksnītēm nepieciešams veikt pilnā GEM modeļa aprēķinus, kas tika realizēti ar SW Simulation programmatūru. Šajā gadījumā plāksnītes tīklošanai tika izmantoti trīsstūra čaulas elementi ar sešām brīvības pakāpēm katrā mezgla punktā. Sākotnēji tika veikti papildu aprēķini, lai noteiktu optimālo GE izmēru, ievērojot nepieciešamos laika resursu ierobežojumus un rezultātu precizitāti. Tālākajos aprēķinos tika izmantoti GE ar vidējoto šķautnes garumu 7,5 mm. Konstruktijas atbilstu metamodeļu būvēšana lokālo polinomiālo aproksimāciju veidā un optimizācijas uzdevumu risināšana tika veikta ar programmatūras EDAOpt palīdzību. Iegūtās izgriezuma formas, minimizējot plāksnītes tilpumu, ja uzdots ierobežojums maksimālam ekvivalentam spriegumam  $\sigma_{max} < 4,38$  N/mm<sup>2</sup>, tiek salīdzinātas ar darbā [10] iegūto izgriezuma formu (7. att.), bet atbilstoši iegūtajām formām kvantitatīvie aproksimācijas un optimizācijas rādītāji parādīti 2. tabulā.

1. TABULA

LIEKTAS PLĀKSNĪTES IZGRIEZUMA FORMAS KVANTITATĪVIE RĀDĪTĀJI

Variants	$\alpha$	Aproksimācijas $\Sigma_{sigmaCross}$ , %		Tilpums $v$ , $mm^3$		Tilpuma izmaiņas attiecībā pret variantu „a”, %	
		$\delta$	$v$	Prognozējamais	Faktiskais	Prognozējamās	Faktiskās
a) Ar homogenizācijas metodi [9]	–	–	–	–	68750,00	–	–
b) Punkti savienoti ar taisnēm	17	9,81	0,03	69414,78	69331,58	1	0,84
c) Ar NURBS mezgla punktiem	17	9,81	0,03	68988,67	68815,88	0,4	0,096
d) Ar NURBS poligona punktiem	15,6	9,81	0,03	68862,32	68721,98	0,16	–0,04
e) Optimizējot “d” variantam sākuma un beigu atbalsta punktu nepārtraukības vektorus	3,2	0,79	0,16	67797,524	67800,975	–1,385	–1,38

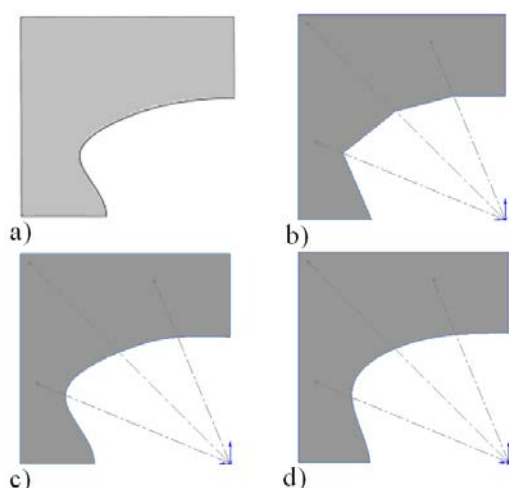
2. TABULA

STIEPTAS PLĀKSNĪTES IZGRIEZUMA FORMAS KVANTITATĪVIE RĀDĪTĀJI

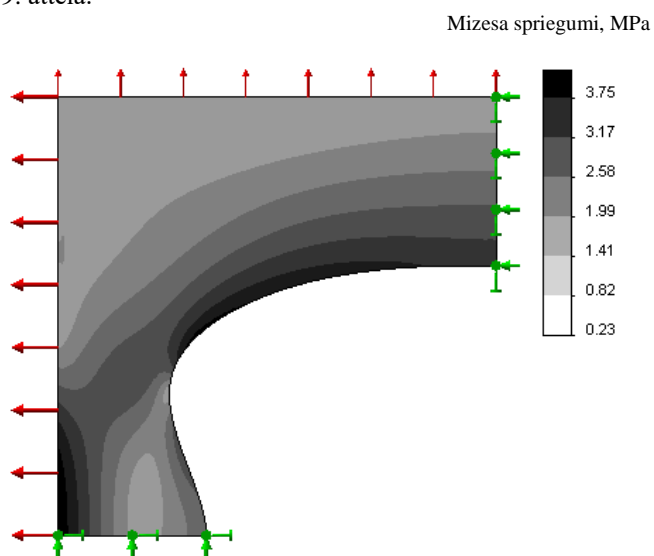
Variants	$\alpha$	Aproksimācijas $\Sigma_{sigmaCross}$ , %		Tilpums $v$ , $mm^3$		Maksimālais spriegums pēc Mizesa kritērija, MPa	
		$\sigma_{max}$	$v$	Prognozējamais	Faktiskais	Prognozējamais	Faktiskais
a) Papadrakakis M., Lagaros N., Thierauf G., Cai J. [10]	–	–	–	–	280	–	4,38
b) Punkti savienoti ar taisnēm	8	48,73	0,00	255,93	255,84	4,38	5,22
c) Ar NURBS mezgla punktiem	12,6	47,48	2,27	251,76	251,38	4,38	4,35
d) Ar NURBS poligona punktiem	7,3	31,94	1,17	251,00	250,69	4,38	4,34

2. tabulā redzams, ka vismazākais plāksnītes tilpums iegūts, pielietojot formas uzdošanas paņēmieni ar NURBS poligona punktiem. Salīdzinot ar darbu [10], plāksnītes tilpums ir samazināts par 10,5 %.

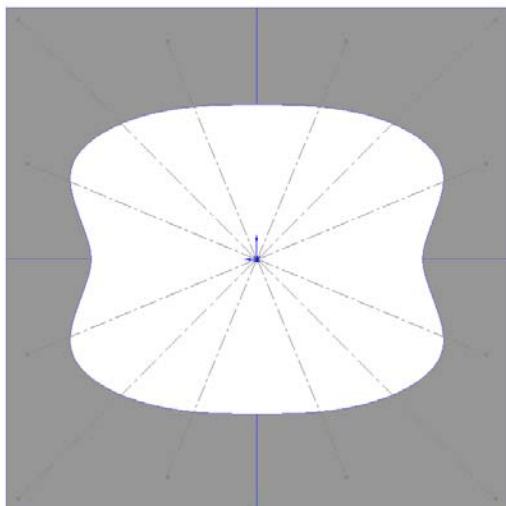
Mizesa spriegumu sadalījums optimālajai formai (variants „d”) parādīts 8. attēlā, bet visas plāksnītes forma redzama 9. attēlā.



7. att. Iegūtās izgriezuma formas.



8. att. Ekvivalento spriegumu sadalījums variantam „d”.



9. att. Optimālā izgriezuma forma stieptai plāksnītei.

#### IV. SECINĀJUMI

Darbā veiktie testa uzdevumu aprēķini parādīja, ka izstrādātā formas optimizācijas metodika ir darbspējīga un tai ir tālākas attīstības perspektīvas. No apskatītajiem formas uzdošanas paņēmieniem vislabākos rezultātus dod NURBS poligona punktu izmantošana. Salīdzinot ar klasisko homogenizācijas metodi, izstrādātai metodikai ir mazāka darbietilpība un vienlaicīgi tā ļauj iegūt labākus rezultātus. Piedāvātās metodikas efektivitātes rādītājus iespējams tālāk uzlabot, pielietojot vēl augstvērtīgāku metamodeļu izmantošanu, piemēram, kringinga neparimetrisko aproksimāciju veidā.

#### PATEICĪBAS

Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projekta Nr. 2013/0025/1DP/1.1.1.2.0/13/APIA/VIAA/019 „Jaunie "gudrie" nano-kompozītie materiāli ceļiem, tiltiem, būvēm un transporta mašīnām” ietvaros.

#### LITERATŪRAS SARAKSTS

1. Bendsoe, M. P., Sigmund, O. *Topology Optimization. Theory, Methods and Applications*. Springer. 2004. 370 p.
2. Arora, J. S. *Introduction to Optimum Design*. 2nd edition. Elsevier. 2004. 700 p.
3. Vanderplaats, G. N. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*. 4th Edition, Vanderplaats Research & Development, Inc. Colorado Springs, CO, 2004. 377 p.
4. Januševskis, A., Melņikovs, A. Bloku formas optimizācija. *Scientific Journal of RTU: Transport and Engineering. Mechanics*. Series 6. Vol. 33, Rīga, Riga Technical University, 2010, pp. 89–97.
5. Januševskis, A., Melņikovs, A., Boyko, A. Shape Optimization of Mounting Disk of Railway Vehicle Measurement System. *Vibromechanika. Journal of Vibroengineering*. ISSN 1392-8716. Volume 12, Issue 4, December 2010. pp. 436–443.
6. SolidWorks Office – Essentials: Parts and Assemblies (Vol. 1, 2), Concord, MA, 2004. 524 p.
7. Auziņš, J., Januševskis, A. *Eksperimentu plānošana un analīze*. Rīga. 2007. 256 lpp.
8. Saxena, A., Sahay, B. *Computer Aided Engineering Design*. Springer. 2005. 393 p.
9. Liang Q.Q., Xie Y.M., Steven G.P. A Performance Index for Topology and Shape Optimization of Plate Bending Problems with Displacement Constraints. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Berlin, 2001, pp. 393–399.
10. Papadrakakis, M., Lagaros, N., Thierauf, G., Cai, J. Advanced solution methods in structural optimisation using evolution strategies. *Engineering Computational Journal*, 15 (1), 1998, pp. 12–34.

**Alexander Januševskis**, *Dr. sc. ing.*, Professor, Head of the Research Laboratory for Machine and Mechanism Dynamics, Riga Technical University. Address: 6 Ezermalas iela, Rīga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089396; Fax: +371 67089746; E-mail: janush@latnet.lv

**Janis Januševskis**, *Dr. sc. ing.*, researcher, University of Saint Etienne. Address: 34 Rue Francis Baulier, Saint-Etienne, Cedex 2, France. Phone: +371 26751179; E-mail: janisj@latnet.lv

**Anatolijs Melņikovs**, *Dr. sc. ing.*, researcher, Institute of Mechanics, Riga Technical University. Address: 6 Ezermalas iela, Rīga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089396; Fax: +371 67089746; E-mail: Anatolijs.Melnikovs@rtu.lv

**Anita Gerina-Ancane**, *M. sc. ing.*, postgraduate student, Institute of Mechanics, Riga Technical University. Address: 6 Ezermalas iela, Rīga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089396; Fax: +371 67089746; E-mail: Anita.Gerina@inbox.lv

#### Alexander Januševskis, Janis Januševskis, Anatoly Melnikovs, Anita Gerina-Ancane. Shape optimization technique of thin-wall composite constructions

In this work, a resource-saving technique is proposed for shape optimization of thin-wall constructions by using metamodells in the form of local polynomial approximations. The technique is based on using the commercial CAD software as well as the original code *EDA<sub>Opt</sub>* developed in RTU for the design of experiments, approximation and optimization. The technique considers designing of the location of the control points of the polygon of non-uniform rational B-splines for shape definition and building of the appropriate metamodells of the responses for subsequent implementation of optimization. The technique is discussed on the base of solution of two test problems. The first one is concerned with shape optimization of the plate bending problem with displacement constraints, and the second problem is concerned with shape optimization of the plate biaxial tension problem with stress constraints. The efficiency of three procedures of the shape definition is analyzed. As shown above, utilization of the proposed technique and definition of shape by the procedure of the polygon control points of non-uniform rational B-splines give better results than those obtained by the classical homogenization method. The smooth shapes defined by B-splines are obtained using the proposed technique. The jagged shapes are not analyzed and are excluded from the optimization process. The obtained shapes are implemented in a technologically easy way; at the same time, their design does not require large computational resources. Consequently, optimization can be carried out on an ordinary personal computer.