MZITI un LiepU matemātikas un informātikas katedra reģionālās telpiskās plānošanas stratēģiju kontekstā

Daiga Zhaime, *Riga Technical University*

Kopsavilkums. **Liepājas Universitātes (LiepU) Matemātikas un informātikas katedra sagatavo gan eksakto priekšmetu speciālistus, gan skolotājus, gan cilvēkus, kuri turpmāk iecerējuši apgūt inženierzinības vai pievērsties zinātnisko pētījumu jomai. Tas ir ilgtermiņa ieguldījums Latvijas attīstībai, jo nevienam nav noslēpums, ka, par spīti šī brīža kritiskajai situācijai, mums trūkst eksakto priekšmetu speciālistu gan skolās, gan inženierzinībās. Tāpat ilgtermiņa attīstība nav iedomājama bez zinātnes līdzdalības. 2007. gadā profesora J.Rimšāna vadībā tika nodibināts Matemātikas Zinātņu un Informācijas Tehnoloģiju institūts (MZITI). Domājot par jaunās paaudzes ieinteresēšanu matemātikas un fizikas jomā, prof. J.Rimšāna vadībā kopš 2006.gada LiepU tiek organizētas ikmēneša Jauno Zinātnieku skolas nodarbības. Jau trīs gadus rudenī un pavasarī Liepājas pilsētas un rajona skolēniem tiek organizēta netradicionāla veida atklāta tipa matemātikas olimpiāde. Šoruden pirmo reizi vienlaicīgi notika arī atklātā fizikas olimpiāde. MZITI attieksme darbā ir integrēta pieeja vides pētījumiem reģionālās attīstības kontekstā. MZITI darbība vērsta uz integrētas pieejas izveidi zemes ilgspējīgai izmantošanai un upju baseinu apsaimniekošanai, vides kvalitātes novērtējumu respektēšanu, atbilstošu plānošanas instrumentu izmantošanu, sabiedrības izglītošanu un iesaistīšanu lēmumu pieņemšanas procesā.**

Atslēgas vārdi: **matemātiskā modelēšana, tehnoloģisko procesu modelēšana, efektīvas metodes.**

Liepājas Universitāte likumsakarīgi, paplašinoties darbības profilam, izaugusi no kādreizējās Liepājas Pedagoģiskās akadēmijas, kura, kā pirmā lielākā augstskola Liepājas reģionā, darbojās ar jau piecdesmit gadu pieredzi. Matemātikas un informātikas katedra sagatavo gan eksakto priekšmetu speciālistus, gan skolotājus, gan cilvēkus, kuri turpmāk iecerējuši apgūt inženierzinības vai pievērsties zinātnisko pētījumu jomai. Tas ir ilgtermiņa ieguldījums Latvijas attīstībai, jo nevienam nav noslēpums, ka, par spīti šī brīža kritiskajai situācijai, mums trūkst eksakto priekšmetu speciālistu gan skolās, gan inženierzinībās. Tāpat ilgtermiņa attīstība nav iedomājama bez zinātnes līdzdalības.

2007. gadā profesora J.Rimšāna vadībā tika nodibināts Matemātikas Zinātņu un Informācijas Tehnoloģiju institūts, tajā iesaistoties gan Matemātikas un Informātikas katedras darbiniekiem, gan arī citiem augsti kvalificētiem zinātniekiem. Domājot par jaunās paaudzes ieinteresēšanu matemātikas un, pēdējā laikā, arī fizikas jomā, prof. J.Rimšāna vadībā kopš 2006.gada LiepU tiek organizēta Jauno Zinātnieku skola, kas savas durvis katra mēneša pēdējā sestdienā ver Liepājas un rajona zinātkāriem jauniešiem. Balstoties uz matemātikas un Informātikas katedras mācībspēku entuziasmu, jau trīs gadus rudenī un pavasarī Liepājas pilsētas un rajona skolēniem tiek organizēta netradicionāla veida atklāta tipa matemātikas olimpiāde. Šoruden pirmo reizi vienlaicīgi notiks arī atklātā fizikas olimpiāde, komandu sacensības. Tiek cerēts palielināt jauniešu interesi arī par jaunatvērto fizikas bakalaura programmu.

MZITI attieksme darbā ir integrēta pieeja vides pētījumiem reģionālās attīstības kontekstā. Ir izveidojusies sadarbība ar Edinburgas universitāti, Rostokas universitāti, Bergenas universitāti. Dažas no MZIT institūta pētniecības jomām ir: satiksmes plūsmu modelēšana, hidrodinamisko, klimata, bioloģisko un citu vides procesu modelēšana, matemātiskās modelēšanas izmantošana tehnoloģisku procesu modelēšanā. Ir radīta materiāli tehniskā bāze augstas jaudas paralēlo aprēķinu veikšanai. Ir izstrādātas jaunas ātrdarbīgas metodes, tai skaitā propagatora metode, advekcijas-difūzijas reakcijas (ADR) vienādojumu risināšanai, ar kura palīdzību tiek aprakstīti dažāda tipa difūzijas procesi.

ADVEKCIJAS-DIFŪZIJAS REAKCIJAS (ADR) VIENĀDOJUMI

Advekcijas-difūzijas reakcijas (ADR) vienādojumi ir vienādojumi, kas modelē dabā sastopamus procesus, piemēram, ķīmisku vielu izplatību augsnē, ņemot vērā piesārņojuma avotu, dažādu elementu savstarpējās ķīmiskās reakcijas, augsnes porainību un citus faktorus. [1] Cits ADR vienādojumu pielietojuma veids ir karstuma, tātad temperatūras izplatības modelis. [2] Nozīmīga loma ADR vienādojumiem ir arī elektromagnētisko procesu modelēšanā. ADR vienādojumu risinājums parasti ir darbietilpīgs process, nepieciešami jaudīgi datoru tīkli, tiek veikti paralēli aprēķini ātrākai un sekmīgākai uzdevuma izpildei. Rezultāta ieguvi apgrūtina stabilitātes nosacījumu izvirzītie ierobežojumi, kas var katastrofāli palielināt aprēķiniem nepieciešamo datora darbības laiku. Līdz ar to ir aktuāla efektīvu, ātrdarbīgu metožu izstrāde, stabilitātes nosacījumu radīto ierobežojumu pavājināšana.

ADR vienādojums normalizētā formā uzrakstāms sekojoši:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + f\left(\frac{\partial c}{\partial x}, c\right), \qquad f = -R_e v \frac{\partial c}{\partial x} - kc, x \in R^1, \tag{1}$$

$$c(0, x) = c_0(x0. \tag{2}$$

PROPAGATORA METODE

Viena no izstrādātajām, jaunajām metodēm ir propagatora metode, ir veikta tās pārbaude ar testpiemēru palīdzību vienas un vairākdimensiju gadījumos. Iegūtā propagatora metodes pusaizklātā diferenču shēma pierakstāma kā:

$$\Lambda\left(C^{l+1,m+1}\right)_i = \frac{1}{h_i^*} B_i C_{i+1}^{l+1,m+1} + \frac{1}{h_i^*} A_i C_{i-1}^{l+1,m+1} - Q_i C_i^{l+1,m+1} = -\exp\left(\frac{f_i^{l+1,m}}{C_i^{l+1,m}} \tau_{l+1}\right) \frac{C_i^l}{\tau_{l+1}}, \quad (3)$$

$1 \le i \le N-1,\ 1 \le l \le M-1$, kur

$$f_i^{l+1,m} = -R_e v \frac{C_{i+1}^{l+1,m} - C_{i-1}^{l+1,m}}{2h_i^*} - kC_i^{l+1,m}, \quad (4)$$

$$A_i = \frac{1}{h_i}, \quad B_i = \frac{1}{h_{i+1}}, \quad Q_i = \frac{1}{h_i^*}\left(A_{i+1} + B_{i-1}\right) + \frac{1}{\tau_{l+1}}, \quad (5)$$

un *m=1,2,3…* ir iterācijas indekss.

Lai pierādītu metodes lietderību, tika veikta stabilitātes nosacījumu analīze un to salīdzinājums propagatora metodes un bieži pielietotās centrālās diferenču shēmas gadījumos. Tika iegūts stabilitātes kritērijs

$$\tau h^2\left(k^2h^4 - 2Fh^4 + 4R_e{}^2v^2h^2s(1-s) - 16s^2\right) - \left(2kh^2 + 8s\right) \le 0, \quad 0 \le s \le 1, \quad (6)$$

Tā kā otrais saskaitāmais ir ar negatīvu zīmi, tad atsevišķos gadījumos, atkarībā no parametriem Re (Reinoldsa skaitlis), k (konduktivitātes koeficients) un v (plūsmas ātrums), propagatora diferenču shēma ir absolūti stabila. Absolūtās stabilitātes kritērijs propagatora diferenču shēmai ir:

$$F \ge \frac{8}{h^4\left(4 + R_e{}^2v^2h^2\right)} + \frac{k^2h^2 + R_e{}^2v^2}{2h^2} - \frac{2}{h^4}, \quad (7)$$

kur $\tilde{\tilde{F}} = \dfrac{e^{\tilde{\tilde{F}}_1}\left(2R_e v + e^{\tilde{\tilde{F}}_2}\sqrt{\pi t}\,\tilde{\tilde{F}}_3 \cdot erfc\left(\tilde{\tilde{F}}_4\right)\right)^2}{8\pi t \cdot erfc\left(\tilde{\tilde{F}}_4\right)}$, (8)

un

$$\tilde{\tilde{F}}_1 = -\frac{1}{2}\left(4kt + R_e^2tv^2 - 2R_evx\sqrt{1 + \frac{4k}{R_e^2v^2}} + \frac{x^2}{t}\right)$$

$$\tilde{\tilde{F}}_2 = \frac{\left(x - R_evt\sqrt{1 + \frac{4k}{R_e^2v^2}}\right)^2}{4t}, \quad (9)$$

$$\tilde{\tilde{F}}_3 = R_e^2v^2 \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{4k}{R_e^2v^2}} - 1\right) - 2k, \quad (10)$$

$$\tilde{\tilde{F}}_4 = \frac{x - R_evt\sqrt{1 + \frac{4k}{R_e^2v^2}}}{2\sqrt{t}}., \quad (11)$$

Gadījumos, kad *erfc(F4)* tiecas uz nulli, tika izmantota *erfc* asimptotiskā funkcija.

Pārējos gadījumos, kad neizpildījās vienādojuma 7 nosacījums, iegūtais stabilitātes kritērijs propagatora diferenču shēmai laika soļa *τ* izvēlē ir sekojoši:

$$\tau h^2 \le \frac{2b + 8s}{b^2 - 2Fh^4 + 4as(1-s) - 16s^2}, \quad (12)$$

kam jāizpildās visiem *s*, tai skaitā arī ekstrēma punktos, kur vienādojuma 9 labā puse pieņem minimālās vērtības. Atkarībā no ekstrēma punkta vērtības tika iegūti divi laika soļa kritēriji. Ja ekstrēma punkts atrodas ārpus s definīcijas robežām, tad

$$\tau \le \frac{2k}{k^2 - 2F}., \quad (13)$$

Pretējā gadījumā

$$\tau \le \min\left\{\frac{2k}{k^2 - 2F}, \frac{4}{k + \frac{1}{4}R_e{}^2v^2\left(2 + kh^2\right) - \frac{1}{4}\sqrt{\left(4 + R_e{}^2v^2h^2\right)\left(R_e{}^2v^2k\left(4 + kh^2\right) + 8F\right)}}\right\}, \quad (14)$$

Analogi stabilitātes kritēriji centrālai diferenču shēmai ir:

$$\tau \le \frac{2}{k}, \quad (15)$$

un

$$\tau \le \min\left\{\frac{2}{k}, \frac{4}{4k + R_e^2v^2\left(2 + kh^2\right) - R_ev\sqrt{k\left(4 + kh^2\right)\left(4 + R_e^2v^2h^2\right)}}\right\} \quad (16)$$

Iegūtie stabilitātes kritēriji, ņemot vērā funkcijas F īpašības, uzliek salīdzinoši mazākus ierobežojumus laika soļa izvēlē kā pusaizklātai centrālai diferenču shēmai.

SECINĀJUMI

Izstrādātā diferenču shēma tikusi izmantota praktisku aprēķinu veikšanā ar Fortrana programmēšanas valodā sarakstītas datorprogrammas palīdzību. Ir izpētīti un pārbaudīti aprēķinātie stabilitātes kritēriji, kā arī aprēķinu precizitātes izmaiņas atkarībā no izvēlētā laika soļa. Izstrādātajai propagatora shēmai ir pirmās kārtas aproksimācijas kārta laikā un otrās kārtas aproksimācijas kārta telpā, stabilitātes nosacījumi atļauj izvēlēties lielāku laika soli kā tradicionāli lietotajai centrālajai diferenču shēmai un ievērojami saīsināt aprēķina laiku. Tas praksē pierādījās temperatūras izmaiņu modelēšanu elektrolīzes procesa laikā. [3] Lai paplašinātu metodes izmantošanas loku, apskatīts arī nelineāra vienādojuma risināšanas piemērs – Mareja dissipatīvais vienādojums. [4] Joprojām turpinās darbs pie apskatītā nelineārā vienādojuma vispārinājuma un pie augstākas kārtas precizitātes shēmas ieguves.

Par institūta darbību ļauj spriest realizētie IM finansētie projekti „Augstas veiktspējas aprēķinu metodes vides un satiksmes plūsmu dinamikā“, „Stabilu analītisku un skaitlisku metožu izstrādes determinēto un varbūtisko sistēmu inverso problēmu pētījumos”, „Elektro-disociācijā iegūtā porainā silīcija tehnoloģisko un fizikālo īpašību teorētiski un eksperimentāli pētījumi”. Citas apstrādes jomas ir dr.sc.com A.Jansones datu kvalitātes pētījumi un profesora E.Ģinguļa pētījumi modernajā elementārmatemātikā un matemātiskajā didaktikā.

MZITI darbība vērsta uz integrētas pieejas izveidi zemes ilgtspējīgai izmantošanai un upju baseinu apsaimniekošanai, vides kvalitātes novērtējumu respektēšanu, atbilstošu plānošanas instrumentu izmantošanu, sabiedrības izglītošanu un iesaistīšanu lēmumu pieņemšanas procesā.

LITERATŪRAS SARAKSTS

[1] G.E.Hammond, Difference Methods for Initial Value Problems, Interscience Publishers, New York, 1998.
[2] H.Kalis, Efficient Finite-Difference Scheme for Solving some Heat Transfer Problems with Convection in Multilayer Media, Int.journ.of Heat and Mass Trasnfer, 43(2000), 4467-4474.
[3] D.Žaime, J.Rimšāns, Š.Guseinovs. „Analytical and numerical solutions of temperature transients in electrochemical machining”, ISEF2007 konference (XIII International Symposium on Electromagnetic Fields), Prāga, Čehija, 13.-15.sept.2007, raksts D.Žaime, J. Rimshans, S. Guseynov. Analytical and Numerical Solutions of Temperature Transients in Electrochemical Machining. Advanced Computer Techniques in Applied Electromagnetics, Springer Series in Soft Computing (series 4240) 2008, 60 – 65.lpp.
[4] D.Žaime, Propagator difference scheme for solving of the dissipative Murray equation, 14th International Conference MMA2009 (Mathematical Modelling and Analysis), 27.-30. maijs, Daugavpils, Latvija, tēzes konferences tēžu krājumā,90.lpp.

Daiga Zhaime. Mg.sc.educ. since 2004, studied Liepaja Academy of Pedagogy, Didactics of computer sciences. University of Latvia, Faculty of Physics and Mathematics, doctoral studies, mathematic, mathematic modelling until now.
Work experience: LiepU, Institute for Mathematical Siences and Information technologies ((IMSIC), scientific assistant, LiepU, department of Mathematic and Computer sciences, lecturer. 2007-2010 LU, Institute for Mathematical Computersciences, mathematican.

Daiga Zhaime. MZIT institute and department of mathematic and computersciences of Liepaja university in the context of regional spatial planning strategy
Liepaja University, Department of Mathematic and Computer science teaches forthcoming hard scientists, teachers and people who intend to focus on engineering or scientific field. It is a long-term contribution to the Latvian development because everybody knows that, despite the current crisis situation, we need in further natural sciences teachers in the schools and engineers. The long-term development is unthinkable without the participation of science. In 2007 by Professor J. Rimshans chair was established Institute of Mathematical Science and Information Technology (MZIT). Thinking about the engagement of next generation in mathematics and physics, by Professor J.Rimshans since 2006 in Liepaja University is organized in the School of the New Scientists. Already three years in the autumn and spring for Liepaja city and district pupils was held non-traditional type open-Mathematics Olympiad. This autumn was organized an open Physics Olympiad, team competitions. MZITI attitude at researches is an integrated approach to environmental studies in context of regional development. Some of MZIT Institute research areas are the traffic flow modelling, hydrodynamic, climatic, biological and other environmental modelling, the technological process modelling by use of mathematical methods. MZIT institute focuses on the creation of an integrated approach to sustainable land use and river basin management, environmental quality assessment, on respect for corresponding planning tools, on the education of society and its involvement in decision-making process.

Дайга Жайме. MZITI и кафедра математики и компьютерных наук в контексте региональной стратегии пространственного планирования
Лиепайский университет, кафедра математики и компьютерных наук обучает как и будущих преподавателей, так и людей, которые намерены продолжать учиться, чтобы сосредоточиться на инженерных науках и научных исследованиях. Это долгосрочный вклад в развитии Латвии, ибо никому не секрет, что, несмотря на нынешнюю критическую ситуацию, нам не хватает экспертов точных наук как в школах, так и в инженерных областях. Аналогичным образом, долгосрочное развитие немыслимо без участия науки. В 2007 году профессором Я. Римшаном был создан Институт Математических Наук и Компьютерных Технологий (MZITI). Думая о заинтересованности следующего поколения в области математики и физики, проф. Я. Римшанс с 2006 года в Лиепайский университет организует ежемесячные занятия школы Молодых Ученых. Уже три года осенью и весной для Лиепайских городских и районных школьников проводятся открытые математические олимпиады нетрадиционного типа. Этой осенью происходила открытая олимпиада по физики. Отношения к работе MZITI- это комплексный подход к экологическим исследованиям в контексте регионального развития. Некоторые из областей исследований MZITI - математическое моделирование транспортных потоков, моделирование гидродинамических, климатических, биологических и других экологических процессов. Работа MZITI сосредоточена на создании комплексного подхода к устойчивому землепользованию и управлению речными бассейнами, на соблюдении экологической оценки, на информировании общественности и участии общественности в процессе принятия решений.