

**RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE**

Enerģētikas un elektrotehnikas fakultāte

Enerģētikas institūta

**Eduards Antonovs**

Enerģētikas doktora programmas doktorants

**APVIENOTĀS ENERĢOSISTĒMAS STABILITĀTES  
NOVĒRTĒŠANAS MODEĻI AR REĀLO SLODZES  
RAKSTURLĪKŅU IETEKMES IEVĒROŠANU**

Promocijas darba kopsavilkums

Zinātniskā vadītāja  
Dr. sc. ing., asoc. profesore  
**I. Zicmane**

Konsultants  
Dr. sc. ing.  
**G. Georgievs**

**RTU Izdevniecība  
Rīga 2013**

Antonovs E. Apvienotās energosistēmas stabilitātes novērtēšanas modeļi ar reālo slodzes raksturlīkņu ietekmes ievērošanu.

Promocijas darba kopsavilkums. – R.: RTU, 2013. – 34 lpp.

Iespiests saskaņā ar RTU Promocijas padomes P-05 (Enerģētika) 2013. gada 2. aprīļa lēmumu Nr. 5/13



Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā «Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai».

**PROMOCIJAS DARBS IZVIRZĪTS  
RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ  
INŽENIERZINĀTŅU DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI**

Promocijas darbs inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai tiek publiski aizstāvēts 2013. gada 29. aprīlī, 15:00, Rīgas Tehniskās universitātes Enerģētikas un Elektrotehnikas fakultātē, Kronvalda bulvārī 1, 117 telpā.

**OFICIĀLIE RECENZENTI**

Vadošais pētnieks, Dr.sc.ing. Kārlis Briņķis  
Latvijas Zinātņu Akadēmija, Fizikālās enerģētikas institūts

Vadoša pētniece, Dr.sc.ing. Irina Oļeinikova  
Fizikālās enerģētikas institūts

Dr.sc.ing. Arturas Klementavicius  
Sistēmu kontrole un Automatikas laboratorija, Lietuvas Enerģijas Institūts

**APSTIPRINĀJUMS**

Es apstiprinu, ka esmu izstrādājis doto promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā universitātē inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Eduards Antonovs .....(paraksts)

Datums.....

Promocijas darbs uzrakstīts latviešu valodā, tas satur ievadu, 5 nodaļas un literatūras sarakstu. Darba kopējais apjoms ir 173 datorsalikuma lappuses, kurās ietverti 68 attēli un 71 tabulas. Literatūras sarakstā norādītas atsauces uz 94 izmantotās literatūras avotiem.

## SATURS

PROMOCIJAS DARBA AKTUALITĀTE .....	5
PROMOCIJAS DARBA MĒRĶI UN UZDEVUMI .....	5
PĒTĪJUMA METODES UN RĪKI .....	6
PROMOCIJAS DARBA ZINĀTNISKĀ NOZĪME.....	6
PROMOCIJAS DARBA PRAKTISKĀ NOZĪME .....	7
PROMOCIJAS DARBA APROBĀCIJA.....	7
PUBLIKĀCIJAS .....	8
PROMOCIJAS DARBA STRUKTŪRA UN APJOMS .....	9
1. ENERGOSISTĒMU ATTĪSTĪBAS, VIENKĀRŠOŠANAS UN MODELĒŠANAS GALVENIE ASPEKTI.....	9
2. ŽORDĀNA IZSLĒGŠANAS / PĀRVEIDOŠANAS METODE UN TĀS PIELIETOŠANA ELEKTROENERĢĒTIKAS UZDEVUMOS .....	11
3. ENERGOSISTĒMAS SHĒMAS VIENKĀRŠOŠANA, IZSLĒDZOT AR KONSTANTĀM VADĪTSPĒJĀM ATTĒLOTUS SLODZES MEZGLUS .....	14
4. ENERGOSISTĒMU SHĒMU VIENKĀRŠOŠANA, IEVĒROJOT SLODZES STATISKĀS UN DINAMISKĀS RAKSTURLĪKNES .....	20
4.1. No sprieguma atkarīgo, ar brīvu slodzes raksturlīkni eksponenciālā formā mezglu izslēgšana.....	20
4.2. Slodzes mezglu izslēgšana ar frekvenčatkarīgām raksturlīknēm .....	24
5. ENERGOSISTĒMAS SHĒMAS VIENKĀRŠOŠANA, IZSLĒDZOT MEZGLUS AR NELINEĀRĀM SLODZĒM, KAS ATTĒLOTAS AR STATISKĀM UN DINAMISKĀM RAKSTURLĪKNĒM .....	26
SECINĀJUMI UN REKOMENDĀCIJAS TURPMĀKAM DARBAM.....	31
IZMANTOTĀ LITERATŪRA .....	33

## PROMOCIJAS DARBA AKTUALITĀTE

Mūsdienu elektroenerģētiskās sistēmas ir lielākās energoapvienības, kas sastāv no ievērojama daudzuma komponentu un ir ar sarežģītu struktūru. Turklāt, turpinās šādu energosistēmu apvienošana lielās sinhronajās zonās, līdz ar to pieaug nepieciešamība rūpīgi analizēt to darba režīmus, pie kam statiskās un dinamiskās stabilitātes jautājumiem tiek veltīta īpaša uzmanība.

Liela izmēra ES detalizēta modeļa izveidošana ir praktiski neiespējama un ekonomiski neizdevīga pat pie jaudīga programmdrošinājuma. Turklāt, tirgus konkurences attiecību un privatizācijas nosacījumos elektroenerģētikas sfērā, jautājums par vienkāršotu ES modeļu pielietošanas iespējām kļūst īpaši saasināts, ņemot vērā tirgus dalībnieku nevēlēšanos apmainīties ar shēmu detalizētu aprakstu.

Problēmas aktualitāte ir iespēja iegūt energosistēmas vienkāršotu modeli, ievērojot nelineārās slodzes, kas ir attēlotas eksponenciālā formā, t.i., atkarīgas no sprieguma un frekvences (zināmām arī ar nosaukumu „statiskās un dinamiskās slodzes raksturlīknes”).

Vairākumā darbos, kas veltīti energosistēmu vienkāršotu modeļu izveidei, nepietiekama uzmanība tiek veltīta slodžu attēlošanas raksturam, kā arī to uzvedības izpētei pārejas procesu laikā, kas noved pie ievērojama aprēķinu rezultātu kropļojuma. Tādejādi, rodas nepieciešamība izveidot ES modeļu vienkāršošanas metodiku ar reālo slodžu raksturlīkņu ievērošanu.

## PROMOCIJAS DARBA MĒRĶI UN UZDEVUMI

Promocijas darba mērķis – efektīva ES stabilitātes pētījumu instrumenta izveidošana energosistēmu vienkāršotu modeļu iegūšanas ceļā, kas ļautu izslēgt ar statiskām un dinamiskām raksturlīknēm attēlotus slodzes mezglus. Nostādītā mērķa sasniegšanai tika risināti sekojoši uzdevumi:

1. Statiskās un dinamiskās stabilitātes aprēķinu skaitlisku un grafisku rezultātu iegūšanai tika izveidots Baltijas gredzena ES sākotnējais modelis elektroinženieru programmā Eurostag.
2. Tika iegūts Baltijas gredzena ES vienkāršots modelis, izslēdzot slodzes mezglus, kas attēloti ar:
  - 2.1. konstantām pretestībām (lineāra slodze);
  - 2.2. brīvi izvēlētu nelineāru slodzes raksturlīkni, kas ir atkarīga tikai no sprieguma;

- 2.3. brīvi izvēlētu nelineāru slodzes raksturlīkni, kas ir atkarīga no sprieguma un frekvences.
3. Tika veikta apkopotās slodzes raksturlīknes atrašana, izslēdzot ar statistiskām un dinamiskām raksturlīknēm attēlotus slodzes mezglus.
  4. Pārveidošanas precizitāte tika pētīta, salīdzinot rezultātus, kas iegūti stacionāros režīmu un pārejas procesu aprēķinos sākotnējai shēmai un tās vienkāršotam modelim.

## PĒTĪJUMA METODES UN RĪKI

1. Liela izmēra lineāro un nelineāro diferenciālo vienādojumu sistēmu atrisināšana.
2. Žordāna matricu algebra.
3. Līdzības teorijas izklāsts.
4. Promocijas darba pamata aprēķinu uzdevumi tika risināti, izmantojot programmu Eurostag®, kā arī Microsoft Office Excel® vidē.
5. Analīzes ērtībai tika uzrakstīta programma Microsoft VisualBasic® 6.3 valodā.
6. Rezultātu grafiskā apstrāde tika veikta ar programmas CorelDRAW Graphic Suite X6® palīdzību.

## PROMOCIJAS DARBA ZINĀTNISKĀ NOZĪME

1. Veikta kritiska analīze metodēm, kas tiek pielietotas liela izmēra energosistēmu modelēšanai. Ir izdarīts secinājums par nepieciešamību atrast metodi to tālākai uzlabošanai.
2. Veikta sinhroni strādājošo pasaules apvienoto energosistēmu galveno attīstības etapu analīze. Ir izdarīts secinājums par nepārtrauktu to komplicētības tendenci un sarežģītu ES modelēšanas nepieciešamības jautājuma saasināšanos.
3. Izstrādāta metodika, ar kuras palīdzību ir iespējama slodzes mezglu izslēgšana, ņemot vērā to reālās statistiskās un dinamiskās raksturlīknes, kas bāzējas uz Žordāna metodes pielietošanu.
4. Izstrādātā metodika ievēro reālo slodžu raksturlīkņu raksturu zema un/vai vidējā sprieguma pusē un ļauj iegūt gan apvienotās slodzes pilnās jaudas vērtības, gan arī tās sprieguma un frekvences atkarīgās slodžu raksturlīkņu vērtības, kas iegūtas, vienkāršojot ES modeli.

## PROMOCIJAS DARBA PRAKTISKĀ NOZĪME

1. Piedāvātā metodika energosistēmu vienkāršotu modeļu izveidošanai var tikt pielietota statistiskās un dinamiskās stabilitātes izpētei liela izmēra energosistēmās.
2. Izstrādātā metodika var tikt izmantota arī pie apkopotās slodzes statisko un dinamisko raksturlīkņu nezināmo pakāpes rādītāju noteikšanas.
3. Piedāvātā vienkāršošanas metodika, kas balstās uz Žordāna metodi, ievēro lineāru vienādojumu sistēmas atrisināšanu un var būt viegli ieprogrammēta vienkāršu matricu operāciju veidā.
4. Ar piedāvātās metodikas palīdzību rodas iespēja veidot ES vienkāršotus modeļus ar augstu precizitāti, turklāt neatklājot sākotnējās shēmas/topoloģijas konfidencialitāti.
5. Izstrādātā metodika energosistēmu vienkāršotu modeļu izveidošanai var tikt izmantota energosistēmu dispečeru dienestos dažādu režīmu analīzei un/vai aprēķiniem.
6. Visbiežāk izmantojamā parametru atbilstības un ES stāvokļa novērtēšanas kritērija „n-1” izpilde var tikt pārbaudīta arī uz iegūtā vienkāršotā ES modeļa, turklāt ģenerācijas izmaiņas gadījumā nav nepieciešams no jauna vienkāršot doto modeli.
7. Uz izstrādātās metodikas bāzes tika sastādīts algoritms energosistēmu modeļu vienkāršošanai ar slodzēm, kas attēlotas ar eksponenciālā formā izteiktām statistiskām un dinamiskām raksturlīknēm.

## PROMOCIJAS DARBA APROBĀCIJA

1. “An aggregate analytical load model with voltage dependant characteristics”, ECT 2011, 6<sup>th</sup> International Conference On Electrical And Control Technologies, Kaunas, Lithuania, May 5-6, 2011.
2. “Elimination of nodes with voltage dependent load characteristics in electrical network models”, IEEEIC 2011, 10<sup>th</sup> International Conference on Environment and Electrical Engineering, Rome, Italy, May 8-11, 2011.
3. “Elimination of load nodes of power system with dynamic characteristics”, EE 2011, 6th International Scientific Symposium on Electrical Power Engineering, ELEKTROENERGETIKA 2011, Koshice, Slovakia, September 21-23, 2011.
4. “Comparison of two Methodologies for Power System Nodal Model Reduction presenting Nonlinear Load Elimination”, EPE 2012, 13<sup>th</sup> International Scientific Conference “Electric Power Engineering 2012”, Brno, Czech, May 23-25, 2012

5. "An aggregate network model acquired by elimination of frequency dependent load nodes", PMAPS 2012, 12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul, Turkey, June 10-14, 2012.
6. "Transformation algorithm of complex power system by means of load nodes elimination, represented as its static and dynamic characteristics", EPE 2012, 2012 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering, Iasi, Romania, October 25-27, 2012.

## PUBLIKĀCIJAS

### **Starptautiski referējamos izdevumos:**

1. G. Georgiev, I. Zicmane, E. Antonov. Finding of the rational approach at the decision of a question of compensation in high voltage networks. Scientific proceeding of Riga Technical University, Power and Electrical Engineering, 4 series, Riga: RTU, 2009, Vol.25, pp. 65-68.
2. A.Sauhats, J.Kucaevs, V.Chuvychin, A.Utans, G.Bockareva, L.Leite, E.Antonovs. Verification of models of automatic devices for elimination of asynchronous operation in power systems. Proceedings of the 5th International conference on Electrical and Control Technologies, Kaunas: Technologija 2010, pp. 182-186
3. G.Georgiev, I.Zicmane, S.Kovalenko, E.Antonov. An algorithm of automatic plotting of electricity supply network circuit. Proceedings of the 5th International conference on Electrical and Control Technologies, Kaunas: Technologija 2010, pp. 265-268.
4. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov, S.Kovalenko. Operational Reduction of Active Losses in High-Voltage Networks via Reactive Powers. Scientific proceeding of Riga Technical University, Power and Electrical Engineering, 4 series, Riga: RTU, 2011, Vol.28, pp.25-31.
5. A.Sauhats, V.Chuvychin, E.Antonovs, I.Zicmane, V.Strelkovs. Interconnection of Power Systems with Different Under-frequency Load Shedding Schemes. Proceedings CD of the 10<sup>th</sup> International Conference on Environment and Electrical Engineering, Rome, Italy, May 8-11, 2011, 4 p.
6. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov, S.Kovalenko. Elimination of nodes with voltage dependent load characteristics in electrical network models. Proceedings CD of the 10<sup>th</sup> International Conference on Environment and Electrical Engineering, Rome, Italy, May 8-11, 2011, 4 p.

7. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov. Elimination of load nodes of power system with dynamic characteristics. Proceedings CD of the 6<sup>th</sup> International Scientific Symposium "ELEKTROENERGETIKA-2011", Stara Lesna, Slovakia, September 21-23, 2011, pp.48-51.
8. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov. Comparison of two Methodologies for Power System Nodal Model Reduction presenting Nonlinear Load Elimination. Scientific proceedings of the 13<sup>th</sup> International Scientific Conference "Electric Power Engineering 2012", Brno, Czech, May 23-25, 2012, pp. 109-113.
9. A.Sauhats, V. Chuvychin, D. Zalostiba, E. Antonov, V. Strelkovs. Risks, Load Shedding And System Separation During Emergency Situations. Proceedings CD of the 12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul, Turkey, June 10-14, 2012, pp.911-916.
10. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov. An aggregate network model acquired by elimination of frequency dependent load nodes. Proceedings CD of the 12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul, Turkey, June 10-14, 2012, pp. 988-993
11. G.Georgiev, I.Zicmane, E.Antonov. Transformation algorithm of complex power system by means of load nodes elimination, represented as its static and dynamic characteristics. Proceedings CD of the 2012 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering, Iasi, Romania, October 25-27, 2012, 6 p.

## PROMOCIJAS DARBA STRUKTŪRA UN APJOMS

Promocijas darbs uzrakstīts latviešu valodā, tas satur ievadu, 5 nodaļas un literatūras sarakstu. Darba kopējais apjoms ir 173 datorsalikuma lappuses, kurās ietverti 68 attēli un 71 tabulas. Literatūras sarakstā norādītas atsauces uz 94 izmantotās literatūras avotiem.

### **1. ENERGOSISTĒMU ATTĪSTĪBAS, VIENKĀRŠOŠANAS UN MODELĒŠANAS GALVENIE ASPEKTI**

*Šajā nodaļā ir veikta kritiska analīze metodēm, kas tiek pielietotas liela izmēra energosistēmu vienkāršošanai un modelēšanai. Tiek izskatīti jautājumi par tādas modelēšanas iespējamību un nepieciešamību, un tās lomu, pētot elektroenerģētiskas sistēmas uzvēdību. Atsevišķa uzmanība bija veltīta energosistēmu sinhronās zonas attīstības jautājumiem.*

Elektropārvades starpsistēmu līniju būvniecība un attīstība sākās vēl XX gadsimta sākumā, drīzumā nodrošinot pirmo energoapvienību parādīšanos un tās sinhrono darbu. Uz šo dienu visa Eiropa tiek iedalīta 4 lielās sinhroni strādājošās apvienotās energosistēmās (UCTE, IPS/UPS, NORDEL, TESIS), dažas, no kurām ir saistītas savā starpā ar līdzstrāvas kabeļiem [1].

Lielu elektroenerģētisku sistēmu (EES) attīstības plānošanā, projektēšanā un režīmu vadībā ir nepieciešams risināt veselu spektru tehniskus un tehniski-ekonomiskus uzdevumus, kam ir analītisks un aprēķinu raksturs. To praktiskai izpildei ir nepieciešams pieņemt virkni pienēmumus, kas var novest pie ievērojama iegūto rezultātu kropļojuma [2,3].

Tomēr apgrūtinājums un principiāli ierobežotās iespējas tādu rezultātu iegūšanai liecina par nepieciešamību izveidot eksperimentālu sistēmu. Acīmredzams, ka par tādu var izmantot tikai modeļu sistēmu [3]. Pie tā, līdz ar modeļa jēdzienu vienmēr jāievēd līdzības jēdziens, t.i., abpusējas viennozīmīgas atbilstības starp objektiem [3].

Energosistēmas (ES) elektrodinamiskās modelēšanas metode sāka attīstīties 20. gadsimta 20-tajos gados, pieaugot energosistēmu jaudai un shēmu sarežģītībai. Pirmie lielas jaudas modeļu izveidošanas mēģinājumi neguva panākumus, tāpēc tika izveidoti un ekspluatēti mazas jaudas elektrodinamiskie modeļi. Bez tam, viens no pirmajiem ES notiekošo procesu izpētes un attēlošanas mēģinājumiem balstījās uz dabas eksperimentiem [3]. Tikai nedaudz vēlāk par XX gadsimta vidu tika izveidoti pirmie līdzstrāvas un maiņstrāvas aprēķinu galdi (modeļi) [2,3].

Sekojoša apvienoto ES mēroga paplašināšana, elektrostaciju, apakšstaciju, tīkla elementu utt. skaita pieaugums, kā arī to savstarpējās iedarbības padziļināšanās un plaša automātikas iekārtu pielietošana deva savdabīgu grūdienu ciparu skaitļojamās tehnikas izmantošanas sākumam enerģētikas uzdevumos [2].

Uz šo dienu eksistē vairums inženieru datorprogrammu energosistēmu analīzei un aprēķiniem, kas ļauj simulēt procesus laika intervālā no sekundes līdz vairākām dienām un izpētīt shēmas no 1 līdz 100000 mezglu, tomēr mūsdienu ES lielo apmēru dēļ joprojām ir vesela virkne problēmu, lai ievadītu to detalizētu modeli datorprogrammās, t.i. rodas nepieciešamība izveidot ekvivalentus modeļus, kas attēlo gan pilnā modeļa stacionāros režīmus, gan dinamiskās raksturlīknes.

Šajā nodaļā apskatītās ES modeļu vienkāršošanas metodes (Gauss–Rutishauser, retinātās matricas metode, mezglu apvienošana ar Dimo metodi, mezglu apvienošana ar Žukova metodi) var būt pielietotas, risinot lineārās ķēdēs un ka sekas neļauj ievērot visus ES parametrus, kas spēlē nozīmīgu lomu pārejas procesu izpētē. Tādejādi, neviena no augstāk

izskatītām metodēm neļauj veikt „nelineāru” mezglu izslēgšanu, t.i., mezglus ar uzdotām reālām statistiskām vai dinamiskām slodzes raksturlīknēm.

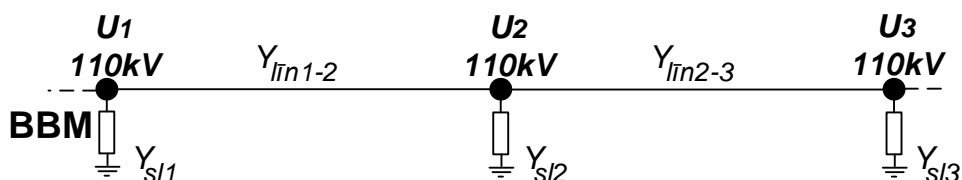
## 2. ŽORDĀNA IZSLĒGŠANAS / PĀRVEIDOŠANAS METODE UN TĀS PIELIETOŠANA ELEKTROENERĢĒTIKAS UZDEVUMOS

Dotajā nodaļā tiek piedāvāta Žordāna izslēgšanu metodes pielietošana ES shēmu modeļu vienkāršošanai, izslēdzot slodzes mezglus, kuru slodzes ir attēlotas kā konstantas pretestības.

Šajā nodaļā apskatītā Žordāna pārveidošanu lineārā metode ir Gausa metodes modifikācija, kura tiek izmantota lineāru vienādojumu sistēmas pārveidošanai ar mērķi aizvietot vienu nezināmo ar patvaļīgi ņemtu brīvo locekli, t.i., atbilstošā mainīgā izslēgšanu no nezināmo vektora. Vienīgais nosacījums – katrā Žordāna pārveidošanas solī ir nepieciešams izvēlēties *vadošo elementu*, kas nav vienāds ar nulli, kā arī tam atbilstošos nezināmo neatkarīgo mainīgo  $U_i$  un zināmo atkarīgo mainīgo  $J_i$ , kuriem tiks veikta operācija to atrašanās vietas maiņai tabulā [4-6].

Tādas metodes īpatnība ir tajā, ka tā nav orientēta uz sistēmas obligātu atrisinājumu, bet visbiežāk tiek pielietota sistēmas pārveidošanai ar mērķi iegūt ērtāku pētāmā modeļa aprakstu. Turklāt, pielietojot metodi ES var opērēt nevis ar pilnu shēmu, bet tikai ar tās fragmentu, kas satur izslēdzamos mezglus un ar tiem blakus esošos. Tāpat vienkāršošanu var veikt atsevišķi pēc spriegumu klases, bet tā kā transformatoru mezgli nenokļūst zem izslēgšanas, transformatoru zarus var neievērot.

Kā piemēru apskatīsim maiņstrāvas elektriskā tīkla shēmas daļu, kas sastāv no trīs mezgliem ar trīs vadošām strāvām, Att. 2.1.



Att. 2.1. Sākotnējā tīkla shēma

Slodzes ir uzdotas kā konstantas pretestības t.i., sistēmai ir lineāra atkarība:

$$P = P_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^\alpha, \quad Q = Q_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^\beta, \quad (2.1)$$

kur  $\alpha, \beta$  - pakāpes rādītāji un  $\alpha = 2, \beta = 2$ .

Lineāru vienādojumu sistēmai, saskaņā ar pirmo Kirhofa likumu matricu formā ar kompleksajiem mainīgajiem, būs sekojoša pieraksta forma:

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{0}, \quad (2.2)$$

kur slodzes konstantās vadītspējas vērtības iekļautas mezglu vadītspēju matricas  $\mathbf{Y}$  diagonālajos elementos  $\mathbf{Y}$  [7,8].

Izmantojot matricu pieraksta formu, iegūsim:

Tabula 2.1

	<b>U1</b>	<b>U2</b>	<b>U3</b>		
<b>J1</b>	$Y_{11}$	$-Y_{12}$	$0$	<b>Y Slodzes</b>	
<b>J2</b>	$-Y_{21}$	$Y_{22}$	$-Y_{23}$		$Y_{sl1} + 1/2\omega c_1$
<b>J3</b>	$0$	$-Y_{32}$	$Y_{33}$		$Y_{sl2} + 1/2(\omega c_1 + \omega c_2)$
				$Y_{sl3} + 1/2\omega c_2$	

kur  $Y_{sl} = G_{sl} + jB_{sl}, Y_w = G_w + jB_w$

Jāatzīmē, ka labākai uzskatāmībai šajā darbā, neatkarīgo mainīgo vektors  $[\mathbf{U}]$  tiks rakstīts mezglu vadītspēju matricas  $[\mathbf{Y}]$  augšējā rindā.

Tabulā 2.1 pie reaktīvām slodžu vadītspējām tiek pievienotas  $\frac{1}{2}$  no līniju kapacitatīvām vadītspējām [9,10].

Tā, piemēram, pieņemsim, ka nepieciešams izslēgt otro mezglu, Att. 2.1. Tādējādi, viens Žordāna izslēgšanas solis ar vadošām otro rindu un otro kolonnu, sastāv no veselas virknes noteikumu sistēmas koeficientu pārveidošanai.

1. vadošais elements tiek mainīts uz apgriezto vērtību:

$$Y'_{22} = 1/Y_{22}, \quad (2.3)$$

2. vadošās kolonnas nepārveidotie elementi (t.i. elementi, kas nepieder vadošai rindai vai kolonnai) tiek reizināti ar vadošā elementa apgriezto vērtību:

$$Y'_{n2} = Y_{n2} \cdot 1/Y_{22}, \quad (2.4)$$

3. vadošās rindas nepārveidotie elementi tiek reizināti ar vadošā elementa apgriezto lielumu, paņemtu ar pretēju zīmi:

$$Y'_{1m} = -Y_{1m} \cdot 1/Y_{22}, \quad (2.5)$$

4. matricas nepārveidotie elementi tiek pārveidoti, atbilstoši formulai:

$$Y'_{33} = Y_{33} - Y_{32} \cdot Y_{23} \cdot 1/Y_{22}, \quad (2.6)$$

kur ar indeksu ' tiek apzīmēti elementi, kas iegūti pēc Žordāna pārveidošanas, t.i., šo elementu skaitliskās vērtības ir atšķirīgas no sākotnējām [4-6].

Tādejādi, pēc visiem iepriekšminētiem pārveidojumiem otro (vadošo) kolonnu un otro (vadošo) rindu var izslēgt:

Tabula 2.2

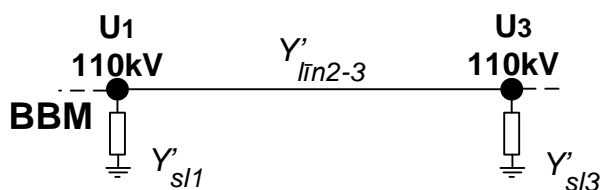
	<b>U1</b>	<b>U3</b>		<b>Y Slodzes</b>
<b>J1</b>	$Y'_{11}$	$-Y'_{13}$		$Y'_{s1}$
<b>J3</b>	$-Y'_{31}$	$Y'_{33}$		$Y'_{s3}$

Jāatceras, ka šo slodžu aktīvā un reaktīvā komponentes ir attēlotas ar ekvivalentām vadītspējām, kuru vērtības tiek noteiktas, atņemot no diagonālā elementa nediagonālo elementu summas, kas ņemtas ar pretēju zīmi [8]:

$$Y'_{s1} = Y'_{11} + (-Y'_{13}). \quad (2.7)$$

Līniju vadītspēju jaunās vērtības tiek noteiktas no nepārveidotās matricas atbilstošā nediagonālā elementa.

Vienkāršotajai sistēmai atbilst jauna, pārveidota shēma, Att. 2.2.



Att. 2.2. Pēc Žordāna izslēgšanas iegūtā tīkla shēma

Iegūtais shēmas modelis ir precīzs sākotnējās shēmas ekvivalents, t.i., iegūtajā vienkāršotās shēmas modelī attiecībā uz mezgliem 1 un 3 saglabājas sākotnējās shēmas režīms [11-16] un izpildās pirmais Kirhofa likums. Turklāt, matricas diagonālajiem elementiem joprojām jābūt vienādiem ar rindas nediagonālo elementu summu, ņemtu ar pretēju zīmi, un jaunās ekvivalentās slodzes vadītspēju. Savukārt, pārveidošanas rezultātā iegūtas jauno slodžu jaudu summai, jābūt aptuveni vienādai ar slodžu jaudu summu pirms izslēgšanas. Turklāt, slodzes aktīvā komponente var nedaudz palielināties izslēgto līniju zudumu ievērošanas rezultātā, bet reaktīvā komponente – samazināties līnijas kapacitatīvo vadītspēju pievienošanas ar pretēju zīmi dēļ [11,13,15]. Spriegumi un to leņķi visos mezglos saglabājas iepriekšējie, nemainās arī balansējošā jauda. Tādejādi, iegūtie vienādojumi var tikt izmantoti turpmākām izslēgšanām [11,13,15].

Apskatītā metode nodrošina iegūto rezultātu augstu precizitāti, aprēķinot ES stacionāro režīmus un dinamisko stabilitāti. Izslēdzamā mezgla slodze automātiski sadalās starp mezgliem, kas ir ar to blakus esoši (topoloģiski tuvu izvietoti), tādā veidā netraucējot pārējās ES daļas režīmu. Ņemot vērā šo īpašību sazaroto sākotnējās shēmas daļu, var funkcionāli aizvietot ar vienu apkopotu slodzi.

Slodzes mezglu izslēgšanu pēc piedāvātās metodes var veikt, izmantojot matricu operācijas, kas ļauj ekonomēt laiku un vienā izslēgšanas solī izslēgt jebkuru nepieciešamo ES mezglu daudzumu, kā arī ir svarīgs moments datorrealizācijā.

ES vienkāršošana ļauj iegūt ērtu tās topoloģijas vizualizāciju, līdz ar to atvieglojot analīzi cēloņu-seku sakarībām, kas radušās pa ekvivalentām līnijām starp ģeneratoru stacijām.

### 3. ENERGOSISTĒMAS SHĒMAS VIENKĀRŠOŠANA, IZSLĒDZOT AR KONSTANTĀM VADĪTSPĒJĀM ATTĒLOTUS SLODZES MEZGLUS

*Šajā nodaļā tiek piedāvāts Algoritms, kas bāzējas uz Žordāna izslēgšanu metodes un tiek apskatīta ta praktiska pielietošana energosistēmas daļas vienkāršošanai kurā slodzes attēlotas ar konstantām vadītspējām.*

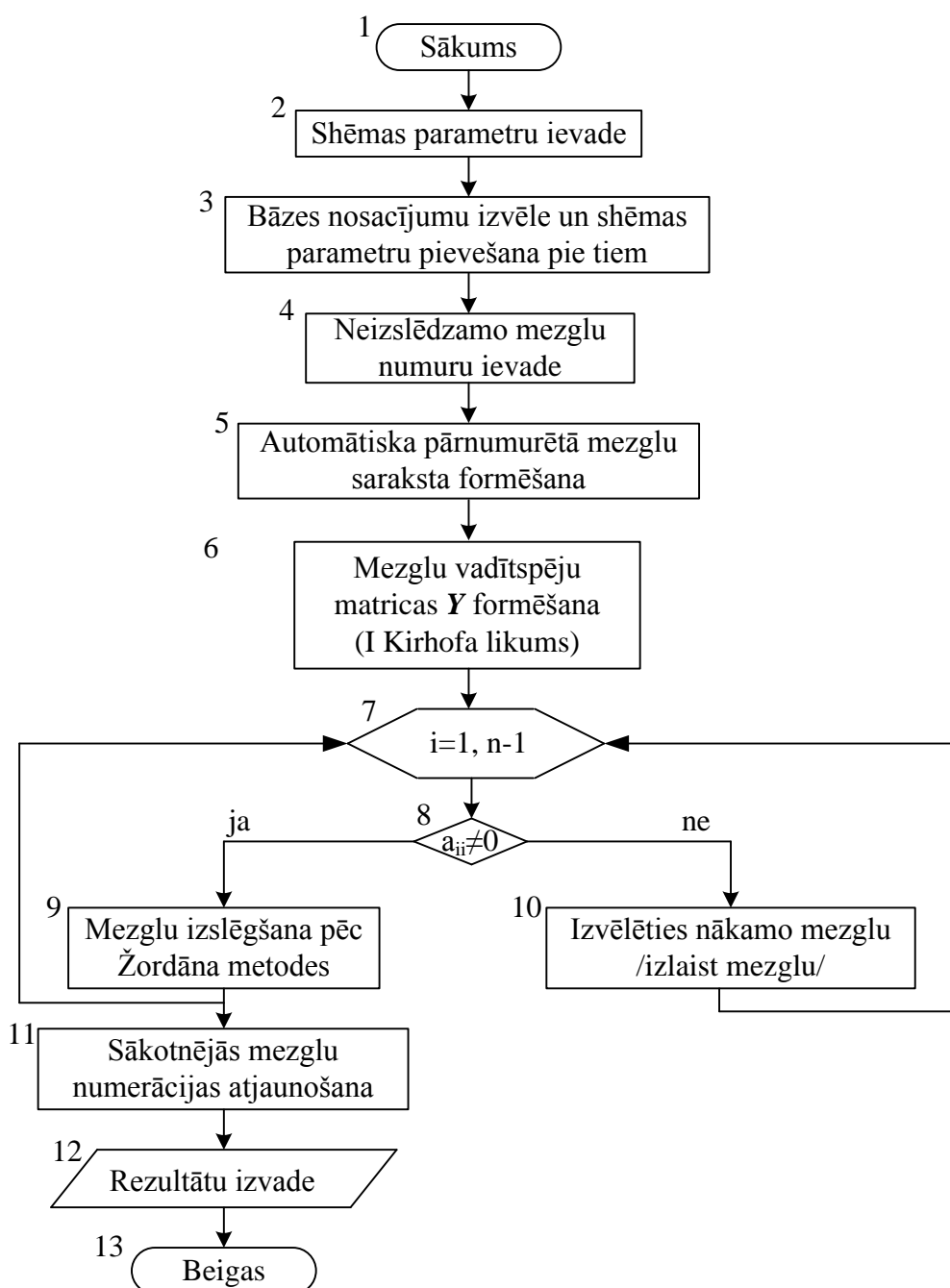
Pamatojoties uz piedāvātās energosistēmas modeļu vienkāršošanas metodikas, bija izstrādāts algoritms, att. 3.1., kurš ļauj veikt ar konstantām pretestībām/vadītspējām uzdotu slodžu mezglu izslēgšanu no energosistēmas shēmas, atstājot tikai tos mezglus, kas tika norādīti speciālā sarakstā (bloks 4). Mezglu izslēgšana tiek veikta pēc Žordāna metodes kompleksā formā (skat. apakšnodaļas 2.3, 2.5, 2.6). Metode ir soļveida, katrā solī tiek veikta tikai viena, kārtējā mezgla izslēgšana. Visas darbības notiek relatīvās vienībās.

Algoritma bloks 2 kalpo, tādu shēmas parametru ievadīšanai, kā mezglu numuri un to spriegumi; līnijas un to parametri  $(R, X, Bc)$ ; slodžu jaudas  $(P, Q)$  un to statiskās un dinamiskās raksturlīknes (pakāpju rādītāji  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ).

Trešajā blokā ir nepieciešams uzdot bāzes nosacījumus – bāzes jaudu  $S_b$  un spriegumu  $U_b$ . Pēc kā šajā blokā tiek realizēta shēmas parametru pievešana pie izvēlētiem bāzes nosacījumiem.

Bloks 4 tiek izmantots, lai ievadītu numurus mezgliem, ko nav paredzēts izslēgt, t.i., mezgliem, kam jāpaliek pēc shēmas pārveidošanas.

Bloks 5 automātiski formē pārnumurēto mezglu sarakstu – nosaka mezglu skaitu



Att. 3.1. Algoritma blokshēma

shēmā un kārtoti tos pieaugošā secībā. Pēc kā tiem tiek pieņemti jauni, augošā secībā sakārtoti numuri  $(1,2,3,\dots,n)$ , kas nodrošina mezglu numura un pielietojamo ciklu skaitītāja numura sakrišanu. Mezglu sākuma numerācija tiek atjaunota blokā 11.

Blokā 6 tiek formēta kompleksā mezglu vadītspēju matrica  $Y$ , saskaņā ar pirmo Kirhoha likumu  $YU = 0$ . Kā zināms, matricas nediagonālie elementi ar koordinātām  $i$  un  $j$  atbilst līniju vadītspējām ar numuriem  $i$  un  $j$ , ņemtām ar pretēju zīmi [17,18]. Neeksistējošām līnijām matrica tiek aizpildīta ar nullēm. Katrs diagonālais elements ir vienāds ar tā rindas

elementu summu, paņemtu ar pretēju zīmi. Turklāt, katram diagonālajam elementam ir pievienota šī mezgla atbilstošās slodzes vadītspēja uz zemi [7,8].

Cikla bloks 7 satur cikla soli un cikla pabeigšanas nosacījumu.

Blokā 8 tiek izvēlēts katrs nākamais mezgls, kas jāizslēdz, un tiek pārbaudīts vadošā elementa nulles nevienādības nosacījums, kas ir vienīgais nosacījums katrā Žordāna izslēgšanas solī [4-6]. Ja nosacījums neizpildās, programma pāriet pie bloka 10. Varbūtība, ka ES mezglu vadītspēju matricas diagonālais elements būs vienāds ar nulli – ļoti maza.

Katrā izslēgšanas solī blokā 9 tiek veikta pārbaude neizslēdzamo mezglu esamībai bloka 4 sarakstā. Ja šajā sarakstā nav tāda mezgla, notiek tā izslēgšana pēc Žordāna metodes, t.i., mezglu vadītspēju matricas elementiem atbilstoši Žordāna izslēgšanas metodes noteikumiem. Ja izslēdzamā mezgla numurs atrodas blokā 4, šis mezgls tiks saglabāts un programma pāries pie nākamā mezgla pārbaudes. Katrā ciklā tiek izslēgts tikai viens mezgls, un pēc tam programma atgriežas cikla sākumā, lai pārietu pie nākamā izslēdzamā mezgla. Pēc visu shēmas mezglu pārbaudes un sekojošas daļas no tiem izslēgšanas blokā tiek formēta jauna mezglu vadītspēju matrica, atbilstoša iegūtai vienkāršotai shēmai, kas sastāv tikai no blokā 4 uzdotajiem mezgliem.

Blokā 10 tiks izlaists iepriekš izvēlētais mezgls, ja neizpildīsies nosacījums blokā 8, un programma tiks atgriezta cikla sākumā (bloks 7), kamēr netiks izpildīts nosacījums blokā 8.

Blokā 11 tiek atgriezta sākotnējā mezglu numerācija.

Bloks 12 izved rezultātus, proti, jaunizveidoto līniju aktīvās un reaktīvās pretestības, aktīvo un reaktīvo jaudu vērtības atlikušajos slodžu mezglos [11,12].

Praktiskajam piemēram bija izmantota elektroenerģētisko gredzenu „BPЭЛЛ” shēma, kas ietilpst energosistēmas IPS/UPS sastāvā ar sekojošiem vienkāršojumiem:

- daļa no sākotnējās IPS/UPS shēmas (Krievija, Baltkrievija, Lietuva, Igaunija) sākotnēji ir attēlotas ar ekvivalentu;
- tās sastāvā ietilpstošā Latvijas ES shēma tiek apskatīta, neņemot vērā sadales tīklu (20kV, 0.4kV) topoloģiju, bet ievērojot vērā pazeminošo transformatoru AS/VS slodzi. Turklāt, visi 110 kV un 330 kV sprieguma mezgli un līnijas ir attēloti pilnībā.

Aprēķinu analīzes ērtībai apskatāmā shēma nosacīti ir sadalīta 6 zonās (Tab. 3.1).

Izmantojot augstāk minēto algoritmu vienkāršosim sākotnējo 110 kV sprieguma Latvijas ES shēmu, kas sastāv no 247 mezgliem, tab. 3.1., saglabājot dažus svarīgus sadales

punktus. Tādā veidā, slodzes mezglu daudzums Latvijas ES tika samazināts vairāk nekā 3 reizes, t.i., no 247 līdz 79 mezgliem.

Tabula 3.1.

Shēmas elements	Reģions (zona)	Sākotnējā shēma	Shēmas vienkāršotais modelis
Mezglis		291	126
	Baltkrievija (8)	4	4
	Igaunija (9)	5	5
	Somija (Estlink) (10)	1	1
	Latvija (11)	247	79
	Lietuva (12)	17	17
	Krievija (13)	17	17
Līnija		345	129
Transformators		60	60
Slodze		186	67
Ģenerators		31	31

Salīdzinot jaudas plūsmu sadalījuma aprēķinu rezultātus sākotnējam un iegūtajam vienkāršotam shēmas modelim, relatīvā kļūda iegūtajām sprieguma vērtībām nepārsniedz 0,009%, bet leņķu vērtībām 0,05%. No praktiskā viedokļa tādas kļūdas var uzskatīt par nenozīmīgām.

Jaudas plūsmu sadalījuma aprēķinu summārie rezultāti sākotnējam un vienkāršotajam shēmas modelim ir doti Tabulās 3.2 un 3.3 attiecīgi.

Tabula 3.2.

Jaudas plūsmu sadalījuma aprēķina rezultāti sākotnējai shēmai

Zonas Nr.	Aktīvā jauda (MW)			Reaktīvā jauda (MVA <sub>r</sub> )		
	Slodze	Zudumi	Eksports	Slodze	Zudumi	Eksports
8	4400,00	11,38	-501,38	1400,00	-437,32	103,42
9	1020,00	25,06	254,94	183,00	-510,90	166,78
10	223,41	0,05	-223,47	0,00	6,14	-6,14
11	857,59	28,99	266,84	317,90	-459,77	-95,01
12	1265,00	9,45	-699,45	250,00	-710,63	149,80
13	158305,00	59,22	905,92	34785,00	-3606,19	-321,74
Kopā	166071,00	134,15	3,41	36935,91	-5718,67	-2,90
	Tīkla un kondensatoru ģenerētā -3178,77			Zudumi MW 7,82		

Tabula 3.3.

Jaudas plūsmu sadalījuma aprēķina rezultāti shēmas vienkāršotajam modelim

Zonas Nr.	Aktīvā jauda (MW)			Reaktīvā jauda (MVA <sub>r</sub> )		
	Slodze	Zudumi	Slodze	Zudumi	Slodze	Zudumi
8	4400,00	11,38	-501,38	1400,00	-437,32	103,45
9	1020,00	25,06	254,94	183,00	-510,91	166,80
10	223,41	0,05	-223,46	0,00	6,14	-6,14
11	859,36	27,10	266,94	133,82	-275,34	-95,14
12	1265,00	9,45	-699,45	247,34	-707,97	149,89
13	158305,00	59,22	905,84	34785,00	-3606,19	-321,64
Kopā	166072,78	132,26	3,43	36749,16	-5531,60	-2,77
		Tīkla un kondensatoru ģenerētā -3178,75		Zudumi 7,82		

Summārās slodzes relatīvā kļūda pa zonām dota Tabulā 3.4.

Tabula 3.6

Summārās slodzes relatīvā kļūda pie jaudas plūsmu sadalījuma rezultātu salīdzinājuma sākotnējai shēmai un tās vienkāršotajam modelim

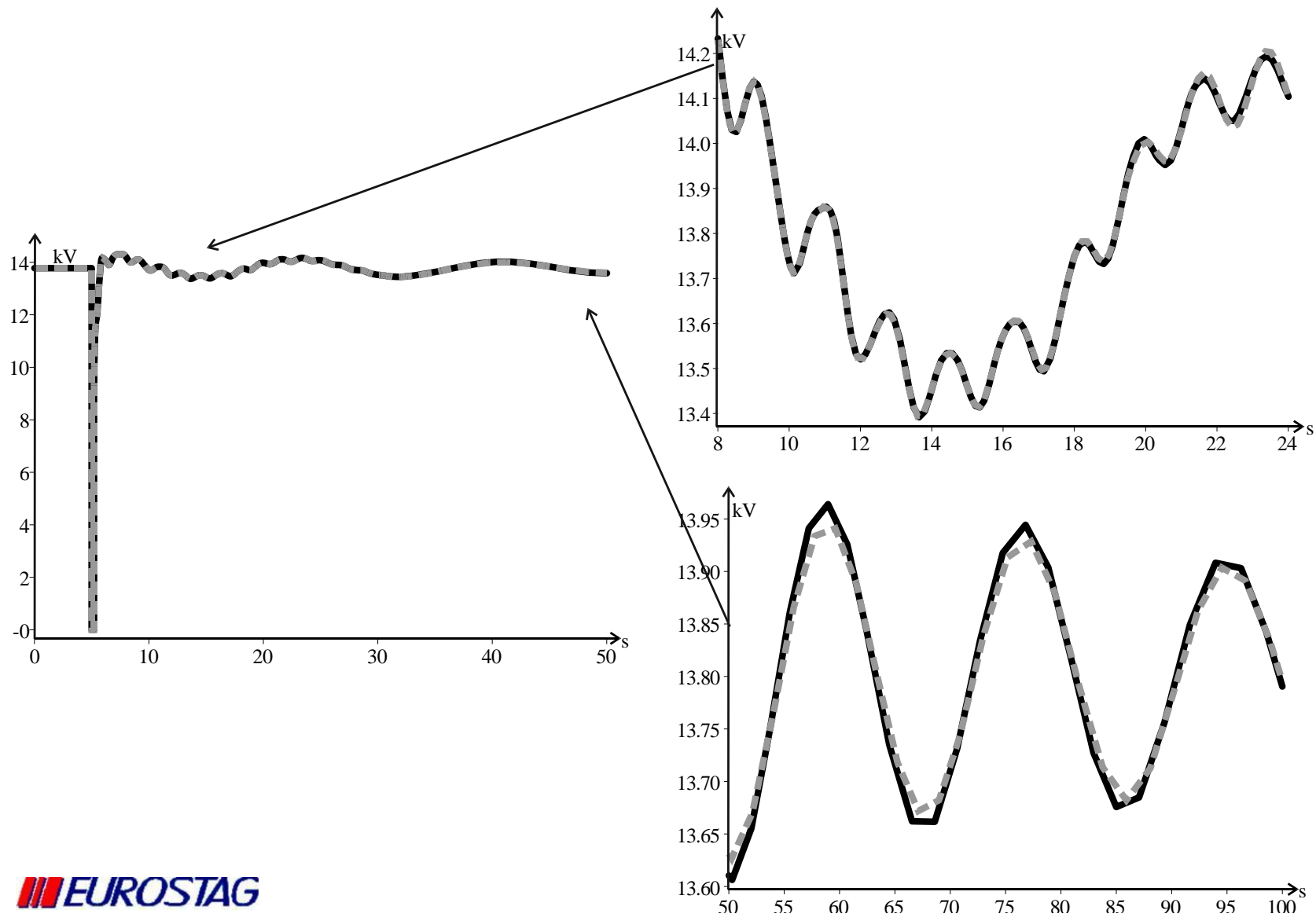
Zonas Nr.	Relatīvā kļūda aktīvai slodzes jaudai $\epsilon(P)$ ,%	Relatīvā kļūda reaktīvai slodzes jaudai $\epsilon(Q)$ ,%
8	0	0
9	0	0
10	0	0
11	0,206392	57,905
12	0	1,064
13	0	0
Kopā	0,001072	0,505606

Bija izanalizēti dažādi īsslēgumu veidi, piemēram, salīdzinājuma grafiskie rezultāti pie meteliskā īsslēguma Latvijas energosistēmas modeļa ģenerējošā mezglā (904, Pļaviņu HES), attēloti Att. 3.2.

Analizējot pārejas procesus pie dažādiem īsslēgumu veidiem (ģenerējošā mezglā vai līnijā), energosistēmas sākotnējā un vienkāršotā modeļa uzvedība praktiski sakrīt. Iegūtā spriegumu maksimālā relatīvā kļūda atrodas robežās no 0,1758% līdz 0,9597%, kas ļauj izmantot vienkāršoto modeli pārejas procesu izpētei.

Nenožīmīgās sprieguma izmaiņu līkņu nesakrītības var būt izsauktas ar atšķirībām integrēšanas kļūdās, ko nosaka shēmas topoloģijas izmēra atšķirības.

Neskatoties uz augsto rezultātu precizitāti, kas iegūti, izmantojot shēmas vienkāršoto modeli jaudas plūsmu sadalījuma noteikšanai un pārejas procesu analīzei, Žordāna izslēgšanas metodes pielietošanai ir ievērojams trūkums: tās pielietošanu ierobežo idealizētais gadījums, kad visas slodzes ir attēlotas ar konstantām vadītspējām, nevis ar to reālām slodžu raksturlīknēm, t.i. šāds tuvinājums ir ļoti tāls no slodžu uzvedības reālās ES.



Att. 3.2. Sprieguma izmaiņas mezglā 904: nepārtrauktā līnija – sākotnējā shēma, raustītā līnija – shēmas vienkāršotais modelis

## 4. ENERGOSISTĒMU SHĒMU VIENKĀRŠOŠANA, IEVĒROJOT SLODZES STATISKĀS UN DINAMISKĀS RAKSTURLĪKNES

Šajā nodaļā tiek izskatīti energosistēmas slodzes modeļi un slodzes modelēšanas ietekmes uz pārejas procesu raksturu. Piedāvāta oriģināla metodikas modifikācija, kas balstās uz Žordāna mezglu pārveidošanas metodi, ievērojot reālās slodzes raksturlīknes.

Energosistēmas modelēšanā slodzes attēlošanas precizitātei ir ievērojama ietekme uz pārejas procesu aprēķinu rezultātiem un tas joprojām ir diezgan sarežģīts un aktuāls uzdevums [19-22].

Slodze kopumā apvieno lielu skaitu atsevišķus dažāda rakstura patērētājus, savukārt slodzes atšķirīgo dinamiku rada atkarība no energosistēmu ietekmējošo perturbāciju nostrādes laika un tipa.

Izšķir 2 slodžu raksturlīkņu tipus – *statiskās* un *dinamiskās*.

*Statiskās slodzes raksturlīknes* (SSR) attēlo aktīvās  $P$  un reaktīvās  $Q$  jaudas atkarību pie lēni mainīgiem sprieguma vai frekvences režīma parametriem, pie kuriem katra to vērtība atbilst jaunam stacionāram režīmam:

$$P = \varphi(f, U), \quad Q = \psi(f, U) \quad (4.1)$$

Ar *dinamiskām raksturlīknēm* (DSR) tiek attēlota aktīvās  $P$  un reaktīvās  $Q$  jaudas atkarība pie ātrām spriegumu un frekvences izmaiņām ES, ko visbiežāk izsauc dinamiskie elektromagnētiskie pārejas procesi, kuru laikā nedrīkst neievērot slodžu reālo uzvedību [7,23,24].

### 4.1. No sprieguma atkarīgo, ar brīvu slodzes raksturlīkni eksponenciālā formā mezglu izslēgšana

Sekojošā analīzē visu formulu matemātiskā izvade tiks veikta tikai uz aktīvās jaudas  $P$  un pakāpes rādītāja  $\alpha$  piemēra, taču jāatzīmē, ka visas zemāk izvestās formulas, ieskaitot iegūtos secinājumus, pēc analogijas ir patiesi arī reaktīvās jaudas  $Q$  un pakāpes rādītāja  $\beta$  noteikšanai [11-16].

Šodienas praksē eksistē vairāki varianti, kā ļauj attēlot slodzes, modelējot energosistēmas. Tā, piemēram, ES slodze var tikt attēlota kā eksponenciāla funkcija, kas ir atkarīga no sprieguma, izteiksme (4.1), kurai piemīt plašais pakāpes rādītāju  $\alpha$  un  $\beta$  diapazons [25-27] un kopumā tā ir parabola.

$$P = P_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^\alpha, \quad Q = Q_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^\beta, \quad (4.1)$$

Reālās energosistēmās slodzi raksturojošo pakāpes rādītāju  $\alpha$  un  $\beta$  plašais diapazons, izteiksme (4.1), dod ķēdei nelineāru raksturlīkni. Šajā gadījumā aizvietosim funkciju (4.1) ar citu, tai tuvu pēc formas, t.i., uzdosim otrās pakāpes polinoma veidā, bet bez brīvā locekļa [28]:

$$P = a \cdot U^2 + b \cdot U, \quad (4.2)$$

Sekojoša koeficientu  $a$  un  $b$  atrašana ar vislabākā tuvinājuma iegūšanu noved pie aproksimācijas uzdevuma atrisināšanas nepieciešamības.

Tuvinātai uzdotās funkcijas attēlošanai izmantosim mazāko kvadrātu metodi (MKM), saskaņā ar kuru minimizējamai funkcionāls būs sekojošs [29]:

$$\Phi = \int_{U_1}^{U_2} \left[ a \cdot U^2 + b \cdot U - P_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^\alpha \right]^2 dU \rightarrow \min, \quad (4.3)$$

kur  $\Phi$  - aproksimācijas summārā kvadrātiskā kļūda;  $U_1 \div U_2$  - sagaidāmās sprieguma izmaiņas diapazons, no kura lieluma ir atkarīga tuvinājuma precizitāte, t.i., jo mazāks šis diapazons, jo precīzāks būs tuvinājums (maksimāli iespējamais diapazons pie  $U_1 = 0$ ).

Izmantojot iegūtos koeficientus  $a$  un  $b$  no (4.3) un ievietojot tos formulā (4.2), iegūsim jaudas izteiksmi brīvi izvēlētai sprieguma vērtībai pie pieņemta rādītāja  $\alpha$ .

Salīdzināsim slodzes raksturlīknes, kas iegūtas aproksimācijas ceļā ar MKM, ar slodzes raksturlīknēm, kas uzdotas, saskaņā ar (4.1). Grafisks salīdzinājums pie dažādiem pakāpes rādītājiem  $\alpha$  dots Att. 4.1 [11,12,14-16].

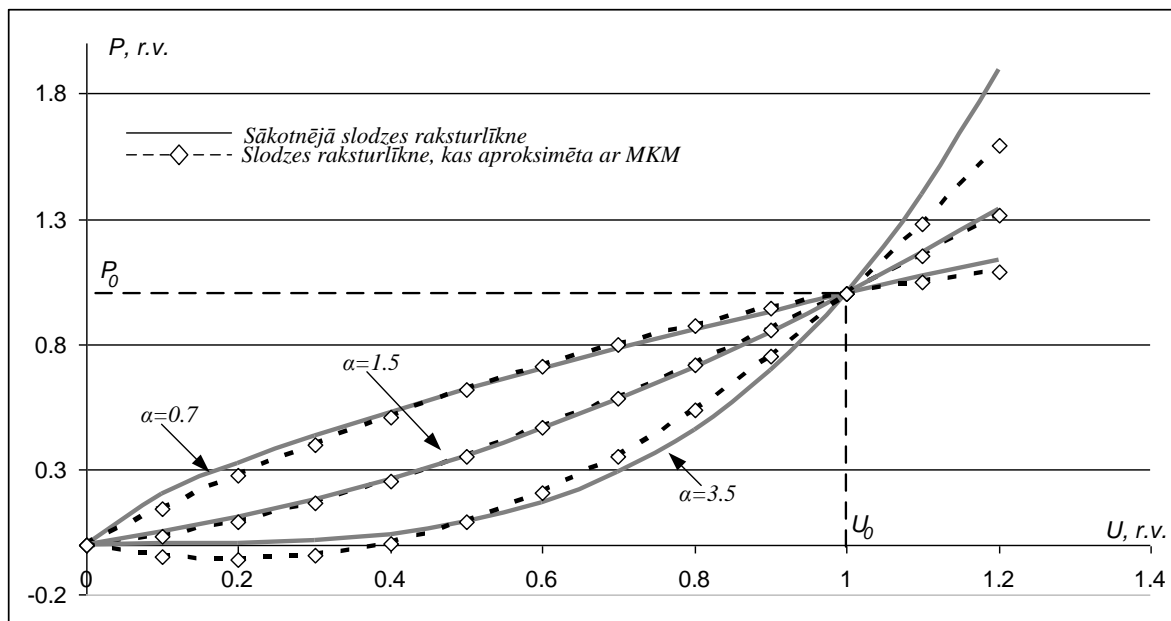
Aproksimācijas rezultātā sākotnējā slodzes raksturlīkne polinoma formā izskatās sekojoši:

$$P = P_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^\alpha \approx a \cdot U^2 + b \cdot U, \quad (4.4)$$

$$I_{act} = \left(\frac{P}{U}\right) \approx (a \cdot U^2 + b \cdot U) / U = a \cdot U + b, \quad (4.5)$$

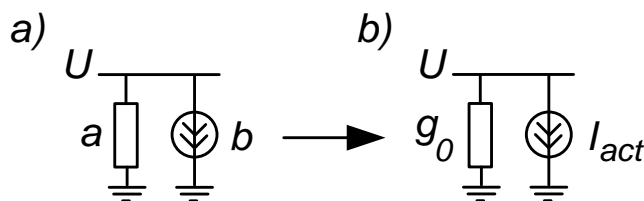
kur  $I_{act}$  - slodzes strāvas aktīvā komponente, t.i., lielums ar lineāru atkarību no sprieguma.

$I_{act}$  (4.5) ir attēlota divu komponentu veidā, kur koeficients  $a$  attēlo strāvas vērtību, kas plūst caur ekvivalento aktīvo konstanto vadītspēju  $g_0$ , bet koeficients  $b$  - slodzes konstantās vadošās strāvas komponente  $I_{act}$ , kas nav atkarīga no sprieguma, Att. 4.2. Pie tam,



Att. 4.1. Sākotnējās slodzes raksturlīknes salīdzinājums ar slodzes raksturlīkni, kas aproksimēta ar MKM pie dažādiem rādītājiem  $\alpha$

ir nepieciešams atcerēties, ka vadītspēja  $g_0$  ir atkarīga no pakāpes rādītāja  $\alpha$  un skaitliski atšķiras no iepriekš atrastās vērtības pie  $\alpha = 2$  [11,12,14-16].



Att. 4.2. Slodzes aizvietošanas shēma: a – ar koeficientiem  $a, b$ ; b – ar vadītspēju un vadošo strāvu

Tādejādi, vienādojumu (4.4) var pierakstīt sekojošā veidā:

$$P = P_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^\alpha \approx g_0 \cdot U^2 + I_{act} \cdot U, \quad (4.6)$$

Savukārt, tādā veidā attēlojot slodzi, mezglu vadītspēju matricas palielināšanās gadījumā par vienu papildus kolonnu labajā pusē, kas veidojas ievērojot slodzes strāvas vērtību  $I_{act}$  (tālāk tekstā brīvais loceklis  $b$ ), sistēma (2.2) iegūst jaunu veidu [11-15]:

$$Y \cdot U + I_{act} = 0 \quad (4.7)$$

Jāatzīmē, ka brīvā locekļa  $b$  pievienošana nerada izmaiņas Žordāna izslēgšanu formulās un nosacījumos, kas doti 2. nodaļā, kas arī bija galvenā ideja slodzes eksponenciālā attēlojuma aizvietošanai tieši ar otrās pakāpes polinomu.

Tā, piemēram agrāk izskatītai shēmai no 3 mezgliem (Att. 2.1.), mezglu vadītspējas matrica būs sekojošā veidā:

Tabula 4.1

	<b>U1</b>	<b>U2</b>	<b>U3</b>	<b><math>I_{act}</math></b>		<b>Y slodzes</b>
<b>J1</b>	$Y_{11}$	$-Y_{12}$	0	$b_1$		$Y_{sl1} + 1/2\omega c_1$
<b>J2</b>	$-Y_{21}$	$Y_{22}$	$-Y_{23}$	$b_2$		$Y_{sl2} + 1/2(\omega c_1 + \omega c_2)$
<b>J3</b>	0	$-Y_{32}$	$Y_{33}$	$b_3$		$Y_{sl3} + 1/2\omega c_2$

Pēc otrā mezgla izslēgšanas mezgliem 1 un 3 iegūsim:

1 – vadošās strāvas jaunās vērtības  $b_1'$  un  $b_3'$ ;

2 – mezglu vadītspēju jaunās vērtības  $Y_1'$  un  $Y_3'$

Tādā veidā iegūstam jaunas slodžu vērtības  $Y_1' + b_1'$  un  $Y_3' + b_3'$  vai jaunus parametrus  $a_1' = Y_1'$ ,  $a_3' = Y_3'$  un  $b_1'$ ,  $b_3'$ , ar kuru palīdzību nosakam jaunās slodzes raksturlīknes (SR) katram shēmas saglabātajam slodzes mezglam:

$$a' \cdot U_0 + b' \Rightarrow P_0' \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^\alpha, \quad (4.8)$$

Divu raksturlīkņu krustpunkts ir atkarīgs no vērtības  $\alpha$ . Tādejādi, pateicoties slodzes raksturlīknes aproksimācijai ar MKM, ir noteikti trīs punkti:

1. pie  $U = 0$ , kas atbilst maksimāli iespējamam diapazonam, tā kā avārijas režīmā vienmēr  $U \geq 0$ , un aproksimācijas optimālo rezultātu var sasniegt, izvēloties maksimāli šauru sprieguma izmaiņas diapazonu  $U_1 > 0$ ;
2. pie  $U = U_0$ , kas ļauj saglabāt sākotnējo režīmu;
3. pie  $U = 0,5 \cdot (U_1 + U_0)$ , tā kā abas parabolas (sākotnējā un aproksimētā) vienmēr krustojas pie šā punkta [11-15].

Rezultātā, var pāriet pie interpolācijas metodes un uzvilkt interpolācijas līkni jau caur 3 noteiktiem punktiem. Tādā veidā iegūsim 2 vienādojumus ar diviem nezināmajiem  $g_0$  un  $I_{act}$  [11-15].

$$P = P_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^\alpha \rightarrow P_0 = g_0 \cdot U_0^2 + I_{act} \cdot U_0, \quad (4.9)$$

kur, aizvietojot  $U$  ar  $U = \frac{U_0}{2}$ , iegūsim 2 formulas nezināmo parametru  $g_0$  un  $I_{act}$  noteikšanai [14,16]:

$$g'_0 = \frac{P_0 / U_0^2 (1 - (0,5)^{\alpha-1})}{0,5} \quad (4.10)$$

$$I'_{act} = -\frac{P_0}{U_0} \cdot (1 - (0,5)^{\alpha-2})$$

Atgriešanās pie slodzes eksponenciālās attēlošanas formas tiek realizēta, pārveidojot vērtības  $g'_0$  un  $I'_{act}$ , kas atrastas (4.10).

No izteiksmēm (4.10) atrodam slodzes jaudu:

$$P'_0 = g'_0 \cdot U_0^2 + I'_{act} \cdot U_0 \quad (4.11)$$

Pakāpes rādītājs  $\alpha'$  [11,12,14-16]:

$$\alpha' = \ln(1 - U_0^2 \cdot a' \cdot 0,5 / P'_0) / \ln(0,5) + 1 \quad (4.12)$$

## 4.2. Slodzes mezglu izslēgšana ar frekvenčatkarīgām raksturlīknēm

Daudz sarežģītāka un precīzāka ir slodzes attēlošana ar frekvenčatkarīgām raksturlīknēm, piemēram eksponenciālas funkcijas veidā [7,25-27]:

$$P = P_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^\gamma \quad (4.13)$$

ES frekvence pārejas procesu laikā var mainīties maksimālā diapazonā 46,5 ÷ 53 Hz [30,31].

Tādejādi, pie frekvences izmaiņas nosacījuma, slodzes mezglu izslēgšana caur Žordāna metode tiek veikta, ievērojot līniju vadītspēju un mezglu jaudu vērtības, kas atkarīgas no šīm izmaiņām:

$$g = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \quad (4.14)$$

Visu frekvenčatkarīgo slodžu, kas attēlotas eksponenciālās funkcijas veidā, izslēgšanas procesu var nosacīti sadalīt 3 etapos, katrā no kuriem jāapskata vienu un to pašu stacionāros režīmu, bet pie dažādām frekvences vērtībām ( $f_0 = 50 \text{ Hz}$ ,  $f_1 = 48 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 52 \text{ Hz}$ )[13-16]:

1 – 4.1. apakšnodaļā dotās metodikas izmantošana pie frekvences  $f_0 = 50 \text{ Hz}$ . Pēc tam tiek veikta slodzes mezglu izslēgšana un jaudu  $P'_0$  un  $Q'_0$ , kā arī strāvas  $I'_{act}$ , vērtību noteikšana, kas nepieciešamas rādītāju  $\alpha'$  un  $\beta'$  noteikšanai atlikušajiem mezgliem.

2 – līniju reaktīvo vadītspēju korekcija, kas veicama pilnai shēmai mezglu vadītspēju matricas aprēķinu tabulā pie frekvences  $f_1 = 48 \text{ Hz}$  [13-16]:

$$X' = X \cdot \frac{f_1}{f_0} = X \cdot \frac{48}{50}, \quad Bc' = Bc \cdot \frac{f_1}{f_0} = Bc \cdot \frac{48}{50} \quad (4.15)$$

Sākotnējo jaudu korekciju pilnās shēmas slodzes mezglos saskaņā ar to frekvenču raksturlīknēm [13-16].

$$P = P_0 \cdot \left( \frac{f}{f_0} \right)^\gamma, \quad (4.16)$$

Veiksim to pašu mezglu izslēgšanu kā pie jaudu  $P_0'$  un  $Q_0'$  atrašanas un noteiksim jaudu  $P_{f_1}'$  vērtības palikušajiem mezgliem. Šim nolūkam veicam visas sekojošās darbības  $P_{f_1}'$  vērtības atrašanai saskaņā ar (4.3-4.11), bet tikai pie vērtībām  $\alpha$  un  $\beta$  vienādām ar 2. Pāreja pie pakāpes rādītāju vērtībām  $\alpha, \beta = 2$ , nosakot jaudas pie jaunas frekvences vērtības, tiek paskaidrota ar iespēju izvairīties no kļūdas uzkrāšanās, kas veidojas pie pakāpes rādītāju  $\alpha, \beta$  noteikšanas [13-16].

Jauno pakāpes rādītāja vērtību  $\gamma'_{f_1}$  var noteikt no 4.13:

$$\ln(P'_{f_1}) = \ln \left[ P_0' \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{\alpha'} \right] + \gamma'_{f_1} \cdot \ln \left( \frac{f_1}{f_0} \right), \quad (4.17)$$

$$\gamma'_{f_1} = \frac{\ln(P'_{f_1}) - \ln(P_0') - \alpha' \cdot (\ln U - \ln U_0)}{\ln \left( \frac{f_1}{f_0} \right)}, \quad (4.18)$$

3 – aprēķins analogiski punktam 2, bet jau frekvencei  $f_2 = 52 \text{ Hz}$ .

Tātad, līdz šim nezināmās frekvenču atkarības konstruēšanai, katram pētāmā energosistēmas modeļa saglabātajam elementam tika iegūti pa trim punktiem (pie frekvences  $f_0 = 50 \text{ Hz}$ ,  $f_1 = 48 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 52 \text{ Hz}$  attiecīgi), kurus izmantojot ir iespējama dotās atkarības skaitliska aproksimācija katram mezglam diapazonā  $f = 46,5 \div 53 \text{ Hz}$ , kas ir pietiekami jebkurai praktiskam pētījumam [13-16].

Rādītāju  $\gamma'$  galīgo vērtību atrodam kā rādītāju, kas noteikti pie frekvences  $f_1 = 48 \text{ Hz}$  un  $f_2 = 52 \text{ Hz}$ , summas vidējo aritmētisko [13-16]:

$$\gamma' = \frac{\gamma'_{f_1} + \gamma'_{f_2}}{2}, \quad (4.19)$$

## 5. ENERGOSISTĒMAS SHĒMAS VIENKĀRŠOŠANA, IZSLĒDZOT MEZGLUS AR NELINEĀRĀM SLODZĒM, KAS ATTĒLOTAS AR STATISKĀM UN DINAMISKĀM RAKSTURLĪKNĒM

*Dotajā nodaļā tiek parādīti praktiski piemēri energosistēmas shēmas vienkāršošanai ar nelineāru mezglu izslēgšanu, kas attēloti ar statiskām un/vai dinamiskām slodzes raksturlīknēm, izmantojot metodiku, piedāvātu 4 nodaļā. Atsevišķa uzmanība tiek veltīta reālas slodzes raksturlīknes ietekmei pārejas procesa rakstura gaitā.*

Att. 5.1 parādītais algoritms apraksta slodžu mezglu, kas uzdoti ar statiskām un/vai dinamiskām slodzes raksturlīknēm, izslēgšanas procesu no energosistēmas shēmas. Turklāt, izslēgti tiek tikai tie mezgli, kas ir norādīti speciālā blokā. Mezglu izslēgšana tiek veikta ar Žordāna izslēgšanas metodi kompleksā formā. Metode ir soļveida, katrā solī tiek veikta tikai viena mezgla izslēgšana. Visi aprēķini tiek veikti attiecinātās vienībās.

Algoritmu, kas dots Att. 3.1 un 5.1, pirmo piecu bloku funkcionalitāte pilnībā sakrīt. Detalizēts šo bloku apraksts ir dots 3 nodaļā.

Cikla bloks 6 satur nominālās frekvences  $f_0 = 50 \text{ Hz}$  vērtības, kā arī jaunās frekvences vērtības  $f_1$  un  $f_2$ . Vērtībām  $f_1$  un  $f_2$ , kopā ar uzdoto nemainīgo  $f_0$  tiek piešķirta interpolācijas mezglu loma. Tiem jābūt attālinātiem vienam no otra tādā veidā, lai frekvences interpolācija vislabākajā pakāpē aptvertu sagaidāmo frekvences izmaiņas diapazonu, kas ir atkarīgs no dotā uzdevuma konkrētās klases [13-16].

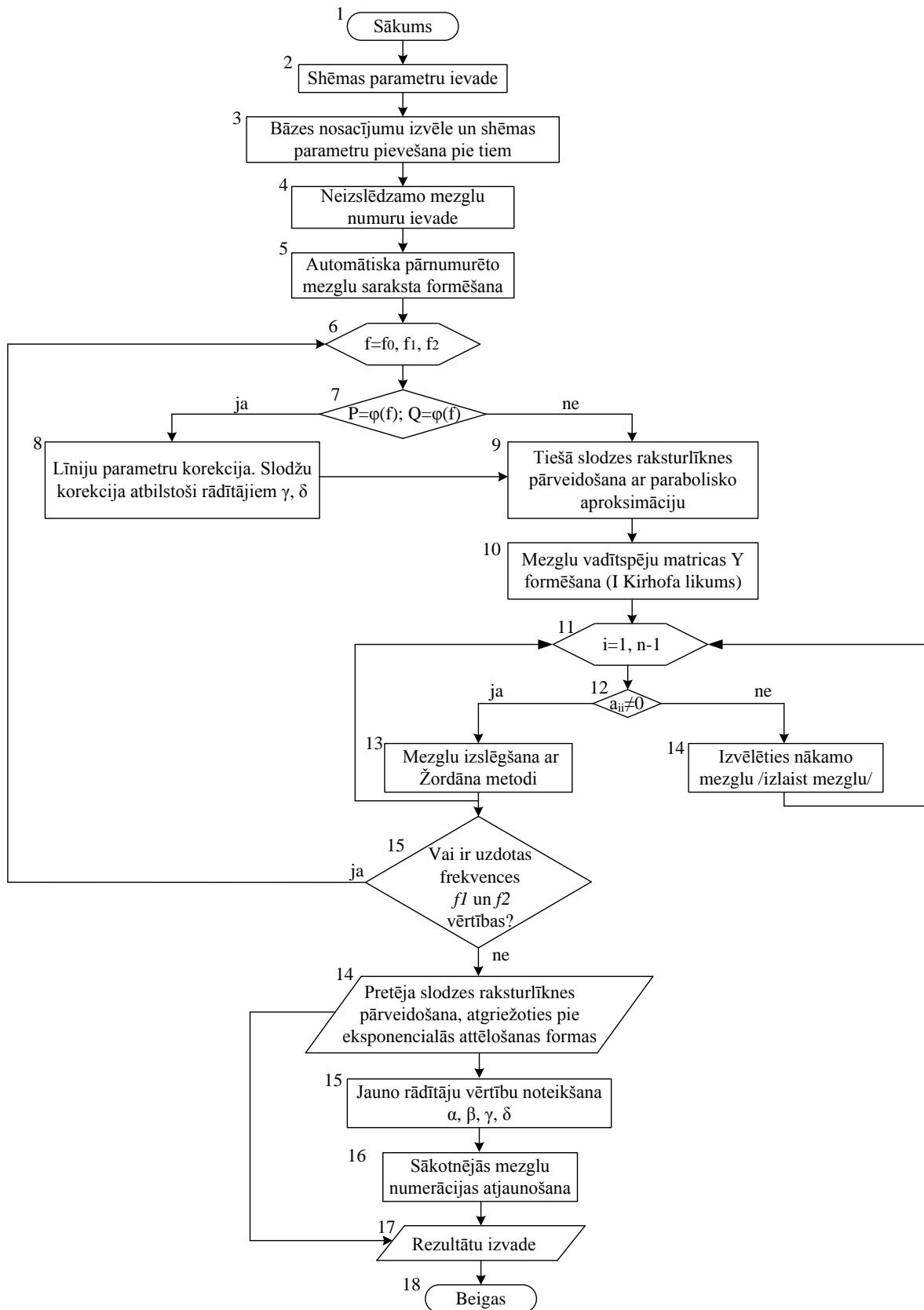
Nosacītajā blokā 7 tiek veikta frekvenčatkarīgās slodzes esamības pārbaude blokā 2. Ja, turklāt, otrajā blokā tiek uzdotas pakāpes rādītāju  $\gamma, \delta$  vērtības, tad bloki no 7 līdz 15 tiks izpildīti 3 reizes un, pie tam, tikai pie pēdējiem diviem izpildījumiem programma pāries pie bloka 8, pretējā gadījumā – pie bloka 9.

Blokā 8 tiek veikta līniju parametru ( $X, Bc$ ) korekcija pie jaunām frekvences  $f_1$  un  $f_2$  vērtībām, saskaņā ar formulām (4.15), kur vērtības  $f_1$  un  $f_2$  atrodas robežās no 46,5 līdz 53 Hz, kas ir pietiekami jebkuru dinamiskās stabilitātes uzdevumu izpētei [13-16]. Tāpat šajā blokā tiek realizēta slodžu  $P = (U/U_0)^\gamma$  un  $Q = (U/U_0)^\delta$  korekcija atbilstoši rādītājiem  $\gamma, \delta$ .

Blokā 9 tiek izpildīta tiešā SR pārveidošana ar parabolisko aproksimāciju, ievērojot visus nepieciešamos noteikumus, dotos 4 nodaļā ar sekojošo nezināmo  $g_0$  un  $I_{act}$  (4.10), [11-16]. Bloka 9 funkcionalitāte pēc analogijas ir patiesa arī reaktīvās jaudas  $Q$  noteikšanai.

Blokā 10 tiek formēta mezglu vadītspēju kompleksā matrica  $Y$  saskaņā ar I Kirhofa likumu, mezglu vadītspēju matricai, pievienojot vienu papildus kolonnu, kas satur slodzes konstantās

vadošās strāvas vērtības  $YU + I_{act} = 0$ . [11-16].



Att. 5.1. Algoritma blokshēma

Bloku 11, 12 un 14 funkcionalitāte pilnībā atbilst bloku 7, 8, un 10 funkcionalitātei, kas aprakstīta 3 nodaļā.

Katrā izslēgšanas solī blokā 13 tiek veikta neizslēdzamo mezglu esamības pārbaude bloka 4 sarakstā. Ja tāda mezgla sarakstā nav, tad notiek tā izslēgšana ar Žordāna metodi, t.i., paplašinātās mezglu vadītspēju matricas elementiem ar papildus kolonnu, kas satur slodzes konstantās vadošās strāvas vērtības, saskaņā ar Žordāna izslēgšanas metodes noteikumiem [11-16]. Ja mezgla numurs, kas paredzēts izslēgšanai, atrodas blokā 4, tad šis mezgls tiks saglabāts, un programma pāries pie nākamā mezgla pārbaudes. Katrā ciklā tiek izslēgts tikai 1 mezgls, tad programma atgriežas cikla sākumā, lai pārietu pie nākamā izslēdzamā mezgla. Pēc visu shēmas mezglu pārbaudes un sekojošas daļas no tiem izslēgšanas, blokā tiek formēta jauna paplašinātā mezglu vadītspēju matrica ar papildus slodzes konstantās vadošās strāvas kolonnu, kas atbilst iegūtajam shēmas vienkāršotajam modelim, sastāvošam tikai no blokā 4 uzdotiem mezgliem [11-16].

Blokā 15 tiek veikta frekvences ievērošanas pārbaude.

Bloks 16 veic pretēju pārveidošanu saskaņā ar (4.11) shēmas jaunam vienkāršotajam modelim iegūtajām jaunajām vērtībām  $g'_0$  un  $I'_{act}$ , kas iegūtas no formulās (4.10).

Jaunās pakāpes rādītāju  $\alpha', \beta', \gamma', \delta'$  vērtības tiek aprēķinātas blokā 17 saskaņā ar formulām (4.12), (4.18), bet rezultējošā  $\gamma'$  un  $\delta'$  vērtība tiek noteikta pēc formulas (4.19), [13-16].

Bloku 18, 19 un 20 funkcionalitāte pilnībā atbilst bloku 11, 12 un 13 funkcionalitātei, kas aprakstīta 3 nodaļā.

Praktiskie piemēri šajā nodaļā bija realizēti uz elektroenerģētisko gredzenu „БРЭЛЛ” shēmas, kas ir daļa no energosistēmas IPS/UPS (sk. 3 nodaļu).

Dažādu veidu pārejas procesu izpēte un iegūto rezultātu detalizēta analīze sākotnējai shēmai un tās vienkāršotajam modelim liecina par to, ka piedāvātā jaunā metodika slodzes mezglu izslēgšanai, kas attēloti ar raksturlīknēm, kas atkarīgas tikai no sprieguma, ļauj iegūt energosistēmas vienkāršotu modeli, kam ir mazāks izmērs, bet tiek saglabāta un atspoguļota sākotnējās ES uzvedība pie dažādiem īsslēgumu veidiem ar maksimālo relatīvo kļūdu 0,2% - 0,6%.

Pārejas procesu salīdzinājuma analīze pie dažādiem aktīvās jaudas deficīta variantiem sākotnējā shēmā un tās vienkāršotajā modelī, kas iegūts izslēdzot slodzes mezglus, kas atkarīgi no sprieguma un frekvences un attēloti ar brīvām slodžu raksturlīknēm eksponenciālā

formā, parādīja, ka maksimālā relatīvā kļūda nepārsniedz 0,01% frekvencei un 1,31% spriegumam.

Pārejas procesa grafiku rezultātu salīdzināšanas piemērs sākotnējai shēmai un tās vienkāršotam modelim pie atkārtotas aktīvās jaudas deficīta izveidošanas attēlots Att. 5.2.

Ar piedāvātās metodikas palīdzību tāpat ir iespējams noteikt apkopotās slodzes meklējamās statistiskās un dinamiskās raksturliķnes pēc uzdotām SR zemākā sprieguma sadales tīklos ar maksimālo relatīvo kļūdu, kas nepārsniedz 0,1% frekvencei un 0,7% spriegumam.

Sākotnējās shēmas un tās vienkāršotā modeļa uzvedības salīdzinājums pretavāriju automātikas iekārtu (AAF) izmantošanas gadījumā parādīja to pilnīgu sakritību pie aktīvās jaudas deficīta. Maksimālā relatīvā kļūda nepārsniedz 0,001% frekvencei un 0,33% spriegumam.

Tika veikta salīdzinoša analīze pārejas procesa raksturam vienas un tās pašas ES diviem modeļiem, kas atšķiras savā starpā tikai ar slodzes uzdošanas veidu:

- 1 – visas ES slodzes uzdotas kā nemainīgas pretestības
- 2 – visas ES slodzes attēlotas eksponenciālā formā, kur pakāpes rādītāji  $\alpha, \gamma, \beta, \delta$  uzdoti pieļaujamās diapazona robežās, kas dots [25-27].

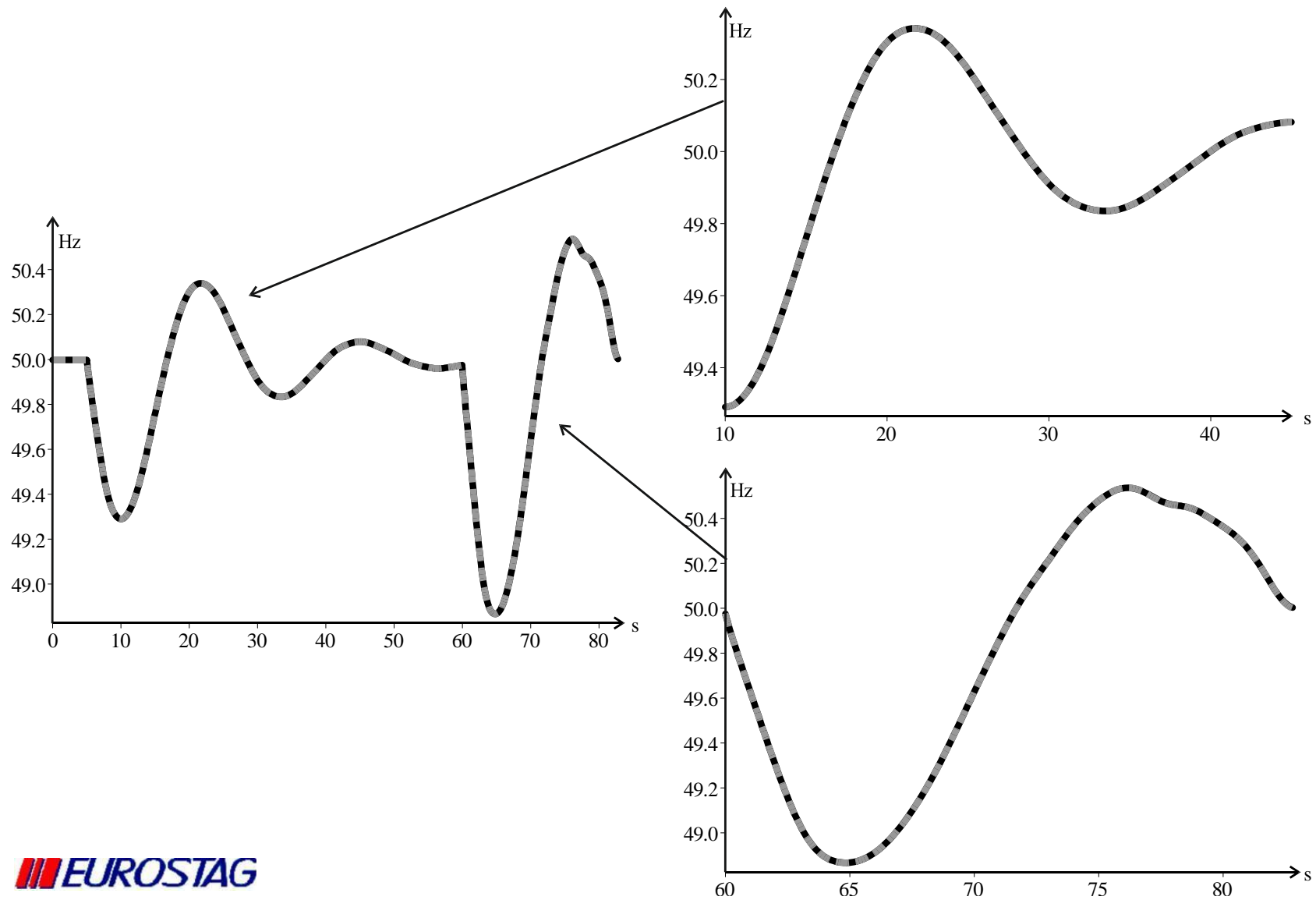
No iegūtajiem rezultātiem seko, ka, pārejas procesa raksturs 2-iem ES modeļiem ievērojami atšķiras dažādu slodzes raksturliķņu attēlošanas dēļ.

Izveidojot vienkāršotus energosistēmas modeļus, slodžu uzdošanas raksturs var ievērojami ietekmēt pretavārijas automātikas darbību.

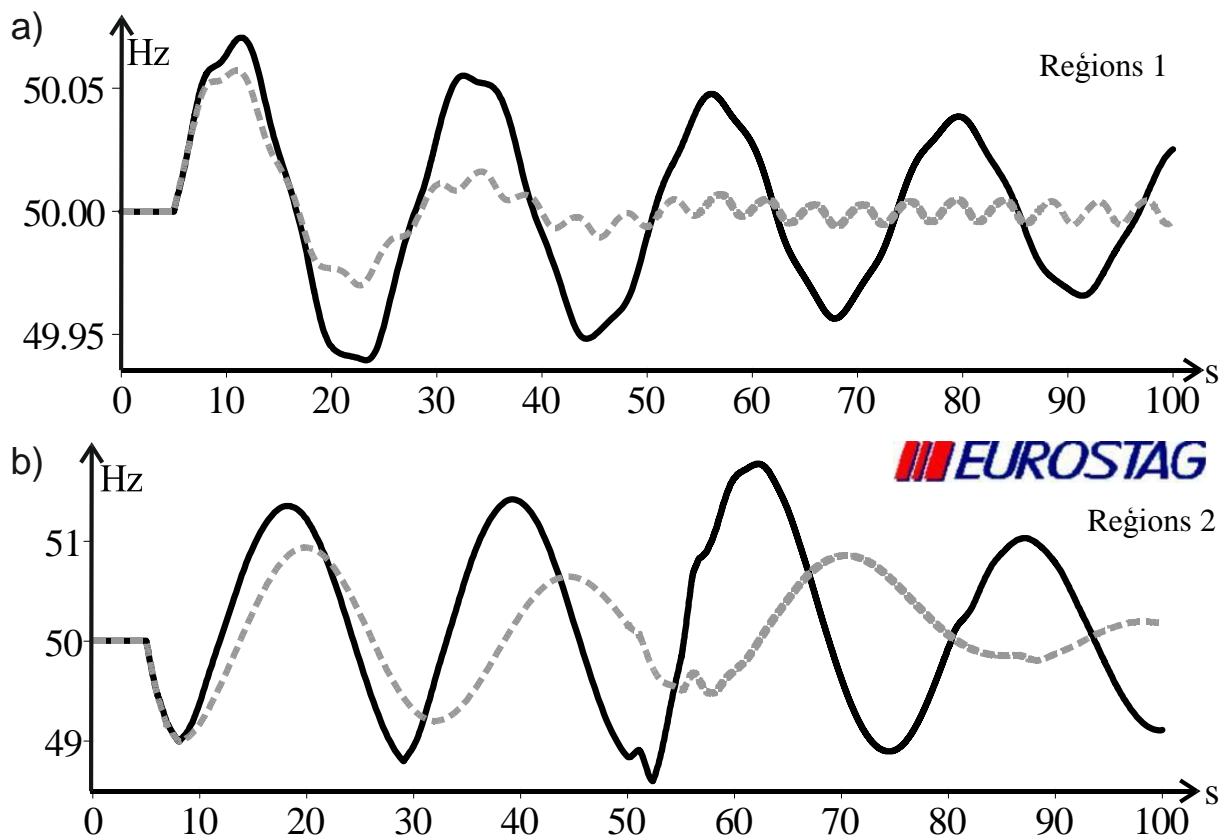
Tā piemēram, pārejas procesa laikā (ES dalīšana ar sekojošo īsslēgumu), nostrādāja pretavāriju automātika AAF. Turklāt, atkarībā no slodžu attēlošanas veida (kā konstanta pretestība vai eksponenciālā formā) atšķiras gan nostrādājušo AAF iestatījumu skaits, gan arī iestatījumu nostrādes laiks, Tabula 5.1, Att. 5.3.

Tabula 5.1

Zona	Iestatījuma numurs	Nostrādes frekvence, Hz	Atslēdzamā slodze, %	AAF iestatījumu nostrādes laiks pie slodzēm, kas uzdotas kā konstantas pretestības	AAF iestatījumu nostrādes laiks pie slodzēm, kas uzdotas eksponenciālā formā
Reģions 1	1	49,5	5%	6,0416	6,0350
Reģions 1	2	49,2	5%	6,9636	6,8754
Reģions 1	3	49,0	5%	8,0411	8,0714
Reģions 1	4	48,8	10%	29,0561	-
Reģions 1	5	48,6	10%	-	-



Att. 5.2. Frekvences izmaiņas pētāmajā enerģosistēmā: nepārtraukta līnija – sākotnējā shēma, raustīta līnija – shēmas vienkāršotais modelis



Att. 5.3, a – frekvences izmaiņa reģionā 1; b – frekvences izmaiņa reģionā 2, kur melnā līnija – ES slodzes, kas uzdotas kā konstantas pretestības, raustītā līnija – ES slodzes, kas uzdotas ar raksturliņķnēm, atkarīgām no frekvences un sprieguma

## SECINĀJUMI UN REKOMENDĀCIJAS TURPMĀKAM DARBAM

1. Par aktuālu kļuvušais energosistēmu apvienošanas uzdevums ir saistīts ar veselu virkni problēmu, kas saistītas ar to detalizēta modeļa ievadīšanu datoru programmās iepriekšējiem režīmu aprēķiniem, kā arī ar stabilitātes analīzi, kā rezultātā rodas nepieciešamība izveidot ekvivalentus ES modeļus, kas spējīgi pareizi attēlot gan stacionāros režīmu, gan arī pilna modeļa dinamiskās raksturliķnes.

2. Darbā piedāvāta jauna oriģināla metodika, kas papildina ES shēmu vienkāršošanas pamatideju ar Ņordāna izslēgšanu metodi. Tā balstās uz Ņordāna metodes modifikāciju un ļauj izslēgt visus/daļu no ES slodzes mezgliem, ievērojot to statiskās un/vai dinamiskās slodzes raksturliķnes, t.i., metodika dod iespēju izslēgt slodzes mezglus, kas uzdoti ar brīvi izvēlētām nelineārām, no sprieguma un/vai frekvences atkarīgām slodzes raksturliķnēm.

3. Mezglu pārveidošana un izslēgšana no sistēmas ar piedāvāto metodi neizraisa mezglu bilances traucējumu, tas nozīmē, ka spriegumi, leņķi un strāvas neskartajos mezglos un slodzēs, kā arī spriegums, leņķis un strāva balansējošā mezglā paliek bez izmaiņām.

4. Žordāna izslēgšanu metodes pielietošana ES analīzei ļauj darboties nevis ar pilnu shēmu, bet tikai ar tās fragmentu, kas satur gan izslēdzamos mezglus, gan arī tam blakus esošos.

5. ES vienkāršošana ar Žordāna metodi vai ar piedāvāto, uz šīs metodes balstīto, oriģinālo metodiku, ļauj iegūt vienkāršotu shēmu veselai virknei dažādu režīmu pētīšanai ar pilnu atbilstību sākotnējai shēmai pie nosacījuma, ka saglabājas shēmas topoloģija un slodzes vērtības visos mezglos.

6. Ar jaunās metodikas palīdzību var iegūt arī apkopotās slodzes vērtību augstākā sprieguma pusē un tās raksturlīknes, kas atkarīgas no sprieguma un frekvences, ievērojot slodžu raksturlīknes zema un vidējā sprieguma pusē.

7. Piedāvātai vienkāršošanas metodikai ir nepieciešama tikai lineāru operāciju izpilde, kas ievērojami vienkāršo metodes programmēšanu.

8. Veiktie praktiskie eksperimenti dažādiem pārejas procesiem un iegūto rezultātu analīze parādīja, ka maksimālā relatīvā sprieguma, sprieguma leņķa un frekvences kļūda iegūtajai vienkāršotai shēmai nepārsniedz 1%.

9. Dotajā darbā piedāvātais algoritms var tikt savietots ar jebkuru elektroinženieru datorprogrammu vai papildināts ar konvertoru, kas ļautu iegūt rezultātus nepieciešamai elektroinženieru programmai vajadzīgajā formātā, un ļautu ievērojami paātrināt aprēķinu procesu.

10. Dotajā darbā tika apskatīta slodzes mezglu izslēgšana, kas uzdoti ar dažādām slodzes raksturlīknēm. Turpmāk ar piedāvātās metodikas palīdzību ir nepieciešams paplašināt izpēti un apskatīt variantus kondensatoru baterijas saturošu mezglu izslēgšanai, kas pēc jaudas pārsniedz inductīvo slodzi.

11. Turpmākai attīstībai piedāvātai metodikai būs nepieciešams papildus izstrādāts, teorētiski pamatots algoritms, kas ļaus analizēt īsslēgumus izslēgtajā mezglā un/vai izslēgtajā līnijā.

## IZMANTOTĀ LITERATŪRA

1. Аюев Б.И. Основы функционирования объединенной электроэнергетической системы континентальной Европы. - Екатеринбург: УрО РАН, 2008. - 276 с.
2. Турский Э.В., Рогулин А.В. Внедрение вычислительной техники в ОДУ и ЦДУ УЭС. СО ЦДУ ЕЭС - 189 стр. / Internets. - <http://so-ups.ru/fileadmin/library/so85.pdf>
3. Веников В.А. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики). Учеб. пособие для вузов. Изд.2-е, доп. И перераб. М: "Высшая школа", 1976. - 479 стр.
4. Stiefel E. Note on Jordan elimination, linear programming and Tchebycheff approximation. Numerische Mathematik 2. – Springer, 1960. - 1-17 pp.
5. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование. Издание второе, переработанное и дополненное – М: Наука, 1967. - 460 стр.
6. Гладких Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. I. Введение в исследование операций. Линейное программирование: Учебное пособие . - Томск: НТЛ, 2009. - . 200 стр.
7. Machowski J., Bialek J. W., Bumby J. R. Power System Dynamics Stability and control. Second Edition. Great Britain: Antony Rowe Ltd, 2008. - 629 p.
8. Ручьев М. Конспект лекций по курсу «Электротехника и электроника», Лекция 6, Методы анализа сложных линейных цепей. Московский авиационный институт: Кафедра теоретической радиотехники / Internets. - [http://www.mai-trt.ru/index.php?option=com\\_content&task=view&id=44&Itemid=48](http://www.mai-trt.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=44&Itemid=48)
9. Бернарс С., Цек З. Математические модели элементов электроэнергетических систем: Пер. с польск. - М.: Энергоиздат, 1982. - 312 стр.
10. Васюра Ю.Ф., Вильнер А.В. Математические методы расчета установившихся режимов работы электроэнергетических систем с примерами и иллюстрациями: Учебное пособие. – Киров: Кировский облкомстат, 2009. - 146 стр.
11. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E., Kovalenko S. An aggregate analytical load model with voltage dependant characteristics. Proceedings of the 6<sup>th</sup> international conference on electrical and control technologies ECT-2011. – Lithuania: KTU, 2011. – 196.-201. pp.
12. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E., Kovalenko S. Elimination of nodes with voltage dependent load characteristics in electrical network models. IEEE Press (Proc. of IEEE Conference EEEIC 2011), - 2011. 1.-4. pp.
13. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E. Elimination of load nodes of power system with dynamic characteristics. Proceedings of the 6th International Scientific Symposium on Electrical Power Engineering ELEKTROENERGETIKA 2011. – Koshice: Technical University of Košice, - 2011. – 48.-51. pp.
14. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E. Comparison of two Methodologies for Power System Nodal Model Reduction presenting Nonlinear Load Elimination. Scientific roceedings of the 13<sup>th</sup> International Scientific Conference “Electric Power Engineering 2012” Vol.1. – Brno: Brno University of Technology, 2012. – 109.-113. pp.
15. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E. An aggregate network model acquired by elimination of frequency dependent load nodes. Proceedings CD of the 12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems. 2012. – 988.-993. pp.
16. Georgiev G., Zicmane I., Antonov E. Transformation algorithm of complex power system by means of load nodes elimination, represented as its static and dynamic characteristics. Proceedings CD of the 2012 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering. 2012. - 732.-737. pp.
17. Костин В.Н. Электропитающие системы и электрические сети: учебнометодический комплекс (учебное пособие). - СПб.: СЗТУ, 2007. - 154 стр.

18. Vanags A. Elektriskie tīkli un sistēmas. I daļa – Rīga: RTU, 2007. - 479 lpp.
19. Hiskens I.A., Milanovic J.V. Load modelling in studies of power system damping. Power Systems, IEEE Transactions Volume: 10 Issue:4, Nov. 1995. – 1781. – 1788. pp.
20. Sanaye-Pasand M., Seyedi H., Lesani H., Dadashzadeh M. R. Simulation and Analysis of Load Modelling Effects on Power System Transient Stability. The Australasian Universities Power Engineering Conference 2005. - 2005, Volume 2, 1.-5. pp.
21. Sedighzadeh M., Rezazadeh A. Load Modeling for Power Flow and Transient Stability Computer Studies at BAKHTAR Network. World Academy of Science, Engineering and Technology 36, 2007
22. Gordon M. Impact of Load Behavior on Transient Stability and Power Transfer Limitations. part of: IEEE Power Engineering Society General Meeting. – IEEE, 2009. 1.-8. pp.
23. Бугров В.Г. Электромеханические переходные процессы в системах электроснабжения: Учеб. пособие. – Тверь: ТГТУ, 2005. - 114 стр.
24. Костин В.Н., Рапопов Е.В., Родченко Е.А. Передача и распределение электроэнергии: Учеб. пособие. – СПб.: СЗТУ, 2003. – 147 стр.
25. Leonardo L. Grigsby edition. Electric Power Generation, Transmission, and Distribution. second edition. – New York: Taylor & Francis Group, LLC., 2006. - 503 pp.
26. Kwok-Wai Louie. Aggregation of voltage and frequency dependent electrical loads. Doctoral thesis, Canada, 1999. - 207 pp.
27. Kundur P. Power System Stability and Control. New York: McGraw-Hill Inc., 1993. - 1176 pp.
28. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. Учебное пособие для студентов-заочников III-IV курсов физико-математических факультетов педагогических институтов. — М.: Просвещение, 1980. — 176 стр.
29. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Государственное издательство физико-математической литературы. – М.: 1958 - 333 стр.
30. Меркурьев Г.В., Шаргин Ю.М. Устойчивость энергосистем. Расчеты: Монография. - СПб.: НОУ "Центр подготовки кадров энергетики", 2006. – 300 стр.
31. Павлов Г.М., Меркурьев Г.В. Автоматика энергосистем. – СПб: НОУ “Центр подготовки кадров энергетики”, 2001. - 388 стр.