

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
Transporta un mašīnzinību fakultāte
Mehānikas institūts

Aleksejs KLOKOVŠ

Doktora studiju programmas „Inženiertehnika, mehānika un
mašīnbūve” doktorants

**SVĀRSTU SISTĒMU DINAMIKAS GLOBĀLĀ
ANALĪZE, JAUNAS BIFURKĀCIJU GRUPAS
UN RETIE ATRAKTORI**

Promocijas darba kopsavilkums

Zinātniskais vadītājs
Dr. habil. sc. ing., profesors
Mihails ZAKRŽEVSKIS

RTU Izdevniecība
Rīga 2013

UDK 534.1(043.2)
K1 727 s

Klokovs A. Svārstu sistēmu dinamikas globālā analīze, jaunas bifurkāciju grupas un retie atraktori – Promocijas darba kopsavilkums. - Rīga: RTU, 2013.-33 lpp.

Iespiests saskaņā ar RTU Mehānikas institūta
2013.gada 21. jūnija lēmumu, protokols Nr. 6.

Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā
«Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai»



ISBN 978-9934-10-482-4

**PROMOCIJAS DARBS
IZVIRZĪTS INŽENIERZINĀTŅU
DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI
RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ**

Promocijas darbs inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai tiek publiski aizstāvēts 2013.g. 29. novembrī, 302. auditorijā Rīgas Tehniskās universitātes, promocijas padomē „RTU P-04”, Mehānikas institūtā.

OFICIĀLIE RECENZENTI

Profesors, Dr. habil. sc. ing. Grigorijs Panovko
Krievijas Zinātņu akadēmija, A.A. Blagonravova mašīnzinību institūts,
Krievija

Profesors, Dr. sc. ing. Jānis Auziņš
Rīgas Tehniskā universitāte, Mehānikas institūts, Latvija

Profesors, Dr. habil.sc.ing., Juris Cimanskis
Latvijas Jūras akadēmija, Latvija

APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājis doto promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā universitātē inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Aleksejs Klovovs.....

Datums:

Promocijas darbs ir uzrakstīts angļu valodā, satur ievadu, 6 nodaļas, secinājumus, literatūras sarakstu, 3 pielikumus, 113 attēlus un 8 tabulas, kopā 191 lappuses. Literatūras sarakstā ir 152 nosaukumi.

SATURA RĀDĪTĀJS

DARBA VISPĀRĒJIS RAKSTUROJUMS	6
Vispārīga informācija	6
Tēmas aktualitāte	6
Darba mērķis	7
Pētījuma uzdevumi	7
Darba zinātniskā novitāte un galvenie rezultāti	8
Darba praktiskā vērtība	9
Darbā aizstāvamā tēze	10
Veiktā sadarbība ar uzņēmumiem	10
Promocijas darba aprobācija	10
DARBA SATURS	13
Pirmā nodaļa	13
Otrā nodaļa	14
Trešā nodaļa	16
Ceturtnā nodaļa	21
Piektā nodaļa	22
Sestā nodaļa	23
SECINĀJUMI	26
ZINĀTNISKO PUBLIKĀCIJU UN PATENTU SARAKSTS	27
PROJEKTU SARAKSTS	31
IZMANTOTIE TERMINI	31

DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS

Vispārīga informācija

Promocijas darbs atspoguļo globālas bifurkāciju analīzes rezultātus, jaunas bifurkāciju grupas, retos atraktoros un haotisko uzvedību svārstu tipa uzspiestās sistēmās, un pētījumus, kas veikti ar „jaunas bifurkāciju teorijas” palīdzību. Šī teorija ir izstrādāta Rīgas Tehniskās universitātes (RTU) Mehānikas institūtā. Pilno bifurkāciju grupu metode ir izstrādāta (1993-2013) profesora M. Zakrževska zinātniskajā grupā RTU, Mehānikas institūtā. Šī grupa strādā tādā zinātnes virzienā kā nelineārā dinamika, haoss, katastrofas un kontrole. Izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi, algoritmu kompleksu un skaitļošanas programmatūru, ir iespējams atrast kvalitatīvi jaunus, iepriekš nezināmus retos regulāros un haotiskos atraktoros, jaunas bifurkāciju grupas un izpētīt dažādu bifurkāciju grupu mijiedarbību tipiskos un plaši izmantotos klasiskajos nelineārajos dinamiskajos modeļos.

Tēmas aktualitāte

Mašīnu, mehānismu un iekārtu projektēšana pieprasa jaunas un mūsdienīgas zināšanas nelineārās dinamikas un nelineārās svārstību teorijas jomā. Pašlaik ir izstrādāts daudz tipveida nelineāro dinamisko modeļu, kuri plaši tiek izmantoti dažādu tehnisku sistēmu un tehnoloģisko procesu analīzei un sintēzei. Tie tiek izmantoti, piemēram, kosmisko aparātu aprēķinos, transportlīdzekļu (aviācijas, automobiļu, dzelzceļa u.c.) vibrāciju aprēķinā, vibrāciju aizsardzības sistēmām, cieto ķermeņu svārstību sistēmām, dažādiem mehānismiem un iekārtām ar trieciena iedarbību, zobratu pārnēsumiem, elektromehāniskām un elektroniskām iekārtām un daudzu citu sistēmu aprēķiniem.

Tomēr šobrīd ir izveidojusies situācija, ka daudzi svarīgi režīmi pat tipveida nelineārajās dinamiskajās sistēmās paliek nepamanīti ar tradicionālo analītisko vai skaitlisko metožu modelēšanu, neskatoties uz mūsdienu iespējām pielietot ātrgaitas datorus. Šis spriedums ir pareizs arī visvienkāršākajos nelineārajos modeļos, piemēram, tādos kā svārsts ar ārējo harmonisko ierosmi, svārsta sistēma ar piekares punkta vertikālajām svārstībām un citās.

Šajā darbā tiek izanalizēti iemesli nelineārās dinamikas tradicionālo metožu nepilnībām un izveidots pamats jaunas alternatīvas pieejas izmantošanai, kas ieguvusi nosaukumu „pilno bifurkāciju grupu metode”, kā arī tiek atspoguļoti jauni kvalitatīvi pētījumu rezultāti, kuri ir iegūti, izmantojot šo metodi.

Galvenās pilno bifurkāciju grupu metodes pamatnostādnes parāda zinātnisku un praktisku interesi uzspiesto un dziestošo svārstu sistēmu analīzei, jo pastāvošās metodes neļauj sistemātiski atrast visus eksistējošos pētāmās sistēmas režīmus, kas savukārt aiztur līdzīgās sistēmās pastāvošu nelineāro parādību praktisku izmantošanu. Šis apstāklis arī nosaka darba aktualitāti.

Darba mērķis

Promocijas darba mērķis ir pierādīt, ka pilno bifurkāciju grupu metodes pielietojums ļauj veikt globālu bifurkāciju analīzi svārstu sistēmās ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm un atrast jaunas bifurkāciju grupas un agrāk nezināmas uzspiestās regulārās un haotiskās svārstības un nodemonstrēt iespēju izmantot jaunus (atrstus režīmus) rezultātus reālajās svārsta tipa sistēmās.

Pētījuma uzdevumi

Ir labi zināms, ka vienkāršām nelineārajām dinamiskajām sistēmām ir samērā sarežģīta uzvedība. Līdz šim ir izpētīti gandrīz visi nelineāro dinamisko sistēmu tipiskie modeļi, un daudzi svarīgi stabilie režīmi paliek neatrasti. Tas ir arī pilnībā piemērots uzspiestām un dziestošām svārsta sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm.

Promocijas darba galvenais uzdevums ir svārstu sistēmu nelineārās dinamikas teorētiska un praktiska izpēte, izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi. Šī metode ļauj veikt globālu bifurkāciju analīzi un meklēt jaunas bifurkāciju grupas, retos periodiskos un haotiskos, svārstīgos un rotējošos atraktorus. Rezultāti var sniegt norādījumus par sarežģītu regulāru un haotisku režīmu izmantošanu reālajos objektos vibrotehnikā, robottehnika, Mēness dinamikas pētījumos, medicīnā utt.

Šajā promocijas darbā tiek plānots parādīt tipiskas bifurkāciju grupas un tās topoloģijas izmaiņas ar dažādu parametru izmaiņām svārstu sistēmās ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm. Autors cer, ka šī darba materiāli būs noderīgi, lai pēc būtības izprastu nelineāro dinamisko sistēmu kvalitatīvo uzvedību un jaunu slikti izpētīto parādību praktisko izmantošanu svārstu sistēmās. Pie tādām parādībām pieder, piemēram, daudzrežimitāte, regulāro un haotisko atraktoru līdzāspastāvēšana, dažādi haotiskie atraktori, retie atraktori, kā arī haotiskie rotācijas režīmi.

Promocijas darba materiālus var izmantot mācību procesā parasto diferenciālvienādojumu, nelineāro svārstību dabā un tehnikā, haosa un vadības nelineārās teorijas kursos.

Darba zinātniskā novitāte un galvenie rezultāti

Galvenā zinātniskā novitāte šajā promocijas darbā tika definēta ar šādiem galvenajiem rezultātiem.

1. Acīmredzot šo pētījumu ietvaros retie regulārie un haotiskie rotācijas režīmi ir pirmoreiz atrasti svārstu sistēmu ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm pētījumu ietvaros. Šīs nelineārās parādības nosaka lielu teorētisku un praktisku interesi par svārstu sistēmu nelineāras dinamikas pētījumiem.

2. Ir pierādīts, ka pilno bifurkāciju grupu metodes izmantošana ļauj veikt kvalitatīvo globālo bifurkāciju analīzi svārstu sistēmās un meklēt jaunas bifurkāciju grupas un iepriekš nezināmas regulārās un haotiskās svārstošās, svārstīgi rotējošās un rotējošās orbītas (režīmi, atraktori) uz vienkāršāku sistēmu ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm piemērā. Tiek izpētīta dažādu bifurkāciju grupu kvalitatīva topoloģija, un ir atrastas jaunas periodiskās un haotiskās orbītas.

3. Iepriekš nezināmu reto atraktoru dzimšanas process ir parādīts uzspiestām un dziestošām svārsta sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm, izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi, kā arī ir iegūtas jaunas bifurkāciju grupas ar sarežģītām protuberancēm. Ir atrastas dažādu svārstošo un rotējošo orbītu jauna veida mijiedarbības, kā arī retie un haotiskie rotācijas režīmi.

4. Acīmredzot haotisko rotāciju veidošanās process caur perioda divkārtīguma bifurkācijām dažādām grupām ir pirmoreiz atrasts šī pētījuma ietvaros.

5. Dažādu bifurkāciju grupu mijiedarbība tiek izpētīta sistēmās ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm. Tika konstruētas divu parametru bifurkāciju diagrammas. Ir parādīts, ka bifurkāciju apakšgrupas ar nestabilo periodisko režīmu bezgalīgo daudzumu (UPI) pastāvēšana vienmēr rada haotiskās kustības sistēmās: haotisko atraktoru vai pārejas haosu.

6. Tika izpētīti bifurkāciju grupu topoloģijas galvenie kvalitatīvie rezultāti ar retajiem regulārajiem un haotiskajiem atraktoriem svārstu sistēmās ar divām brīvības pakāpēm, kā arī subharmoniskā, haotiskā un retā periodiskā uzvedība. Ir atrastas arī sarežģītas protuberances ar daudziem dažāda tipa retajiem regulārajiem atraktoriem, pārejas haosiem un haotiskajām kustībām.

7. Izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi, ir parādīta globālās analīzes iespēja sešu ķermeņu simetriskās piedziņas svārsta sistēmās ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem.

8. Eksperimentālo pētījumu realizēšanas iespējas svārstu sistēmu reālajiem modeļiem ir parādīta šī promocijas darba ietvaros. Tiek izpētīta ar pilno bifurkāciju grupu metodi atrasto režīmu vizualizācijas iespēja svārstu sistēmās.

Tādējādi promocijas darbā tika parādīts, ka pilno bifurkāciju grupu metode ļauj veikt globālas bifurkāciju analīzi svārstu sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm un atrast jaunas nelineārās parādības, jaunas bifurkāciju grupas, iepriekš nezināmus gan svārstīgos, gan rotējošos retos periodiskos un haotiskos atraktorus. Ir arī apskatīta jaunu iegūto rezultātu izmantošanas iespēja reāliem objektiem.

Autors uzskata, ka pilno bifurkāciju grupu metodes pielietošana būs noderīga globālai bifurkāciju analīzei un reto atraktoru meklēšanai arī citās svārstu sistēmās.

Darba praktiskā vērtība

Izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi svārstu sistēmās iegūtiem rezultātiem, no autora viedokļa, būs iegūta liela praktiska nozīme. Tika atrastas dažādu svārstošu un rotējošu orbītu jauna veida mijiedarbības, kā arī retie un haotiskie rotācijas režīmi. Arī haotiskas rotācijas veidošanās process caur perioda divkārtīguma kaskādes bifurkācijām priekš dažādām grupām ir konstatēts darba pētījumu ietvaros. Tāpat uzmanība tiek pievērsta dažāda veida stabilo periodisko un haotisko svārstību pētījumiem pret svārstu nestabila līdzsvara stāvokli, kas var būt plaši izmantots reālajiem objektiem. Sarežģītas protuberances ar daudziem dažāda tipa retajiem regulārajiem atraktoriem, haotiskās pārejas un haotiskās kustības parāda pētījumu nozīmīgumu uzspiestām un dziestošām svārstu sistēmām. Ar pilno bifurkāciju grupu metodes palīdzību atrasto režīmu eksperimentālo pētījumu veikšanas un vizualizācijas iespējas arī tiek parādītas.

Promocijas darbs ir paredzēts izmantošanai parasto diferenciālo vienādojumuursos, nelineārās dinamikas un haosuursos nelineārās svārstību teorijas dažādu specialitāšu 1. gada studentiem ar pamatzināšanām tehniskajās koledžās un universitātēs, kā arī tiem, kas interesējas par mūsdienu problēmām un metodes nelineāro svārstību teorijas un nelineārās dinamikas un haosu. Promocijas darbs, protams, nedod tēmas pilnu izklāstu, un autors būs pateicīgs par piezīmēm.

Promocijas darbs var būt noderīgs, lai ilustrētu galvenos paziņojumus par nelineāro dinamisko sistēmu bifurkāciju teoriju, kas ir samērā jauna sadaļa vispārējā nelineāro dinamisko sistēmu teorijā.

Darbā aizstāvamā tēze

Promocijas darba aizstāvamā tēze – pilno bifurkācijas grupu metodes pielietojums ļauj veikt globālu bifurkācijas analīzi svārstu sistēmās ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm un atrast jaunas bifurkācijas grupas un agrāk nezināmas uzspiestas regulāras un haotiskas svārstības, kā arī nodemonstrēt iespēju izmantot jaunus rezultātus (atrastus režīmus) reālajās svārsta tipa sistēmās.

Veiktā sadarbība ar uzņēmumiem

Promocijas darba sagatavošanas procesā notika sadarbība ar Vācijas uzņēmumu *LuK GmbH & Co OHG*, kas ir labi pazīstams rūpniecības un automobiļu sistēmās. Šie pētījumi tika veltīti centrālās svārsta vibrācijas slāpētājam, lai neitralizētu neregularitāti automobiļa dzinēja griezes momentam. Tā ir efektīva ierīce vibrāciju amortizācijai spēka piedziņas blokā, it īpaši ar dualmasas spārara (DMFW) kombināciju, un tās kvalitatīvā uzvedība ir ļoti svarīga, ņemot vērā nelineāro ietekmi. Tika atrasti svarīgi zināmi regulārie vai haotiskie atraktori un jaunas bifurkācijas grupas ar retajiem atraktoriem tie ir atspoguļoti paragrāfā 3.8. Pilno bifurkāciju grupu metode dod spēcīgu stabilitāti svārsta vibrācijas absorbētājam, mainot sistēmas parametrus, kas ļauj ietaupīt raksturlielumus vibrācijas slāpētāja sistēmā un novērst citus režīmus.

Promocijas darba aprobācija

Promocijas darba rezultāti tiek ziņoti un apspriesti 27 starptautiskajās konferencēs, izstādēs un zinātniskajos semināros:

1. Клоков А., Закржевский М.В. Редкие аттракторы в динамике космических аппаратов // XVI Симпозиум «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем» (“DYVIS-2009”), Москва, Звенигород, 24-30 май 2009 г.
2. Klovok A., Zakrzhevsky M., Shilvan E. „Nonlinear Dynamics and Rare Attractors in Pendulum Systems”, 8th International conference „VIBROENGINEERING 2009”, Klaipeda, Lithuania, September 16-18, 2009.
3. Klovok A., Zakrzhevsky M. „Bifurcation Analysis and Rare Attractors in Parametrically Excited Pendulum Systems”. RTU 50. starptautiskā zinātniskā konference par godu Rīgas Tehniskās universitātes 147. jubilejai 12. - 16. oktobrī 2009. gadā apakšsekcijā «Inženiertehnika, mehānika un mašīnbūve».

4. Klokov A., Zakrzhevsky M., et al. „Method of Complete Bifurcation Groups and its Application in Nonlinear Dynamics”. RTU 50. starptautiskā zinātniskā konference par godu Rīgas Tehniskās universitātes 147. jubilejai 12. - 16. oktobrī 2009. gadā apakšsekcijā «Inženiertehnika, mehānika un mašīnbūve».
5. Klokov A., Zakrzhevsky M. „Rare Attractors in the Parametrically excited Pendulum System”, 10th conference on Dynamical Systems - Theory and Applications „DSTA-2009”, Łódź, Poland, December 07-10, 2009.
6. Zakrzhevsky M., Klokov A., Yevstignejev V., Shilvan E., Kragis A. „Nonlinear Dynamics and Rare Attractors in Driven Damped Pendulum Systems”, 7th International DAAAM Baltic Conference „INDUSTRIAL ENGINEERING”, 22-24 April 2010, Tallin, Estonia.
7. Zakrzhevsky M., Klokov A. Complete bifurcation analysis of a pendulum with a vibrating support. „16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics”, June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA.
8. Zakrzhevsky M., Schukin I., Smirnova R., Yevstignejev V., Frolov V., Klokov A., Shilvan E. Global nonlinear dynamics: new novel concepts and their realization based on the method of complete bifurcation groups. „16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics”, June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA.
9. M. Zakrzhevsky, Schukin I., Smirnova R., Yevstignejev V., Frolov V., Klokov A. Rare periodic and rare chaotic attractors and bifurcation groups in typical nonlinear dynamical discrete models. „16th International Conference on Difference Equations and Applications”, Latvia, Riga, 19.-23. July, 2010.
10. Klokovs A., Zakrževiskis M. un citi. „Kompleksā bifurkācijas analīze un retie atraktori diskrētās dināmiskās sistēmās”, RTU 51. Starptautiskā Zinātniskā Konference, 11.-15. Oktobris, 2010. gadā, Rīga, Latvija.
11. Klokovs A. „Svārstu svārstības un divu parametru bifurkāciju analīze”, RTU 51. Starptautiskā Zinātniskā Konference, 11.-15. Oktobris, 2010. gadā, Rīga, Latvija.
12. Klokov A., Zakrzhevsky M. „Bifurcation Analysis and Rare Attractors in Driven Damped Pendulum Systems”, 9th International conference „VIBROENGINEERING 2010”, 14-15 October 2010, Kaunas, Lithuania.
13. Klokov A., Zakrzhevsky M. „Method of Complete Bifurcation Groups and its Application in Dynamics of the Machines and Mechanisms”, XXII International Innovation Conference of Young Scientists and Students (IICYSS-2010) “Future of Russian Mechanical Engineering”, October 26 - 29, 2010, Moscow, Russia.

14. Клоков А., Закржевский М. «Новые методы повышения надежности машин на основе бифуркационного анализа», XIII Международная специализированная выставка MASHEX/Машиностроение, Международный выставочный комплекс «Крокус Экспо», 26-28 октября, 2010 года, Москва, Россия.
15. Klovov A., Zakrzhevsky M. „Rare Periodic and Rare Chaotic Attractors and Bifurcation Groups in Discrete Model of Von Karman Streets”, FILOSE semi-annual meeting, November 11 - 12, 2010, RTU, Riga, Latvia.
16. Klovov A., Zakrzhevsky M. Complete Bifurcation Analysis of the Parametrically Excited Pendulum. Starptautiskā studentu zinātniski praktiskā konference „Jaunatnes loma un iespējas inženierzinātnes attīstībā”. Latvija, Daugavpils, 2011. gadā 28. aprīlī.
17. Klovov A., Pikulin D., Zakrzhevsky M. Rare Attractors in Discrete Nonlinear Dynamical Systems. Starptautiskā studentu zinātniski praktiskā konference „Jaunatnes loma un iespējas inženierzinātnes attīstībā”. Latvija, Daugavpils, 2011. gadā 28. aprīlī.
18. Beresnevich V., Klovov A. Some Characteristic Features of Nonlinear Parametric Oscillations of Flexible Elements. 2nd International Symposium RA'11 on “Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics”, May 16 - 20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia.
19. Klovov A., Zakrzhevsky M. Nonlinear Dynamics and Rare Attractors of the Pendulum with the Vertical Vibrating Point of Suspension. 2nd International Symposium RA'11 on “Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics”, May 16 - 20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia.
20. Zakrzhevsky M., Schukin I., Frolov V., Klovov A., Yevstignejev V., Smirnova R., Pikulin D. Rare Attractors in Discrete Nonlinear Dynamical Systems. 2nd International Symposium RA'11 on “Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics”, May 16 - 20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia.
21. Klovov A., Zakrzhevsky M. Rare Periodic and Chaotic Attractors in Three-times Iterated Ikeda Map. 16th International Conference on „Mathematical Modelling and Analysis (MMA2011)”, May 25 - 28, 2011, Sidulda, Latvia.
22. Zakrzhevsky M., Schukin I., Smirnova R., Yevstignejev V., Klovov A., Shilvan E., New Methods of Global Bifurcation Analysis in Nonlinear Machine Dynamics. // Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Problems, September 5-8, 2011, Prague, Czech Republic,
23. Klovovs A., Šilvāns E., Retie atraktori svārstu sistēmu dinamikā. // Apvienotais pasaules latviešu zinātnieku III kongress un Letonikas IV kongress, Rīga, 2011. gadā 24. – 27. oktobris.

24. Klovov A., Zakrzhevsky M., Schukin I. Shilvan E. Rare and chaotic oscillating and rotating attractors in pendulum systems. // Proceedings of the 1st International school for young scientists "Nonlinear dynamics of machines" (School-NDM) and of the XVII Symposium "Dynamics of Vibroimpact Systems" ("DYVIS-2012"), Moscow-Klin, 20-26 May, 2012.
25. Klovov A., Zakrzhevsky M., Schukin I. Shilvan E. Rare and chaotic oscillating and rotating attractors in pendulum systems. // Proceedings of the 1st International school for young scientists "Nonlinear dynamics of machines" (School-NDM) and of the XVII Symposium "Dynamics of Vibroimpact Systems" ("DYVIS-2012"), Moscow-Klin, 20-26 May, 2012.
26. Klovov A., Zakrzhevsky M., Kremer E., Schukin I. Complete Bifurcation Analysis of a Pendulum Vibration Absorber with Impact Interactions. 3rd International Conference on VIBRO-IMPACT-SYSTEMS and SYSTEMS WITH NON-SMOOTH INTERACTIONS Leinsweiler near Karlsruhe, Germany, 22 - 26 July 2013.
27. RTU Mehānikas institūta un LNMK apvienotie semināri (Rīga, Latvija, 10.11.2009, 30.03.2010, 21.09.2010, 22.02.2011, 19.02.2013, 04.06.2013). Galvenie darba rezultāti izklāstīti 31 zinātniskajā darbā.

DARBA SATURS

Promocijas darbs ir uzrakstīts angļu valodā. Tas sastāv noievada, 6 nodaļām, secinājumiem, literatūras saraksta, 3 pielikumiem, 113 attēliem un 8 tabulām, kopā 187 lappuses. Literatūras sarakstā ir 152 nosaukumi.

Pirmā nodaļa – „Globālās bifurkācijas analīzes uzdevumu apraksts svārstu sistēmās” – aptver tipisku svārsta piedziņas sistēmu globālās bifurkācijas analīzes problēmas un raksturo modeļus, ko izmanto pētniecībā. Ir ieviesti nelineāra elastīgā koeficienta raksturojuma priekšstati, kuru saprašana ļauj lasītājiem paredzēt haotiskās svārstības sistēmā. Turklāt nodaļa izskata periodiskus pamatpriekšstatus un periodiskā režīma pasi uz *Poincaré* plaknes, kas piedalās globālās analīzes veidošanā dinamiskās sistēmas dotajā parametru telpas punktā, kā arī globālās bifurkācijas analīzes laikā mainot vienu vai vairākus sistēmas parametrus. Sistēmā ar vienu vai vairākām sistēmām parametri ir mainīti.

Svārstu sistēmas modeļu saraksts, kuri ir apspriesti šajā darbā:

- parametriski ierosināta svārsta sistēma ar papildu lineāru atjaunošanas momentu un ar suspensijas periodisko vibrācijas punktu abos virzienos;

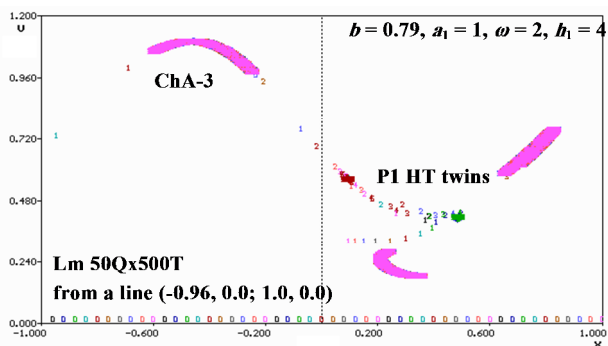
- svārsta sistēma ar suspensijas periodisko vibrācijas punktu vertikālajā virzienā;
- svārsts ar suspensijas vibrācijas punktu horizontālajā virzienā;
- svārsta sistēma ar suspensijas punkta harmoniskām svārstībām punktā pie noteiktā leņķī pret horizontāli;
- svārsts ar ārējo harmonisku ierosmi;
- cieta ķermeņa svārsts ar lineāro atsperi un vairākiem līdzsvara stāvokļiem;
- centrālās svārsta vibrācijas absorbētājs ar triecienu mijiedarbību;
- uzspiestais un dziestošais svārsta modelis ar slīdošu masu un ārējo periodiski ierosinātu momentu;
- divkāršs svārsts ar suspensijas punkta harmoniskām svārstībām vertikālajā virzienā;
- sešu ķermeņu piedziņas simetriskā svārstu sistēma ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem, lineāriem disipatīviem spēkiem starp svārstiem, papildu lineāriem elastīgiem spēkiem un harmonisko ierosmi, attiecinot uz pirmo svārstu.

Visos izskatītajos piemēros mēs atklājām, ka jaunās bifurkāciju teorijas metodes ļauj atrast svarīgus nezināmus regulārus vai haotiskus atraktorus un jaunas bifurkāciju grupas ar reti atraktoriem.

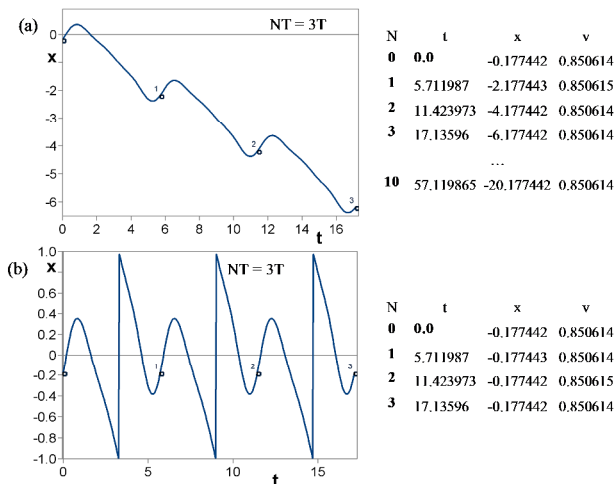
Otrā nodaļa – „Svārstu sistēmu bifurkāciju teorijas pamatelementi” – parāda pieejas un metodes, kas šajā promocijas darbā būs izmantotas uzspiesto un dziestošo svārstu sistēmu globālai analīzei. Šīs pieejas ietver periodiska skeleta (periodiska pase) meklēšanas algoritmu, nekustīgo punktu meklēšanu, ņemot un neņemot vērā cikliskās koordinātes, pilno bifurkāciju grupu metodi, *Poincaré* attēlojumu no līnijas un no kontūra, *Cell-to Cell* attēlojumu, sedlu punkta separātrikšu metodi, bifurkāciju robežu turpināšanas metodi divu parametru bifurkāciju diagrammu konstruēšanai.

Pielietojot *Poincaré* attēlojumu (skat., piemēru 1. zīm.), atrastais režīms var būt uzstādīts datu formā uz atrisinājuma (orbītas) rīkojuma, cilpu skaitlis trajektorijas fāzes projekcijā. Fiksēta punkta koordinātes un stabilitātes raksturojumi, piemēram,

P5 (3/5), FP (2.815634, -0.293778), Multiplikatori $\rho_1 = -0.467$, $\rho_2 = -1.813$ (1) **periodiskā režīma „pamata pase”** (sistēmas parametra telpas dotajā punktā). Subharmoniskam režīmam ar $T = 5T_\omega$ periodu ir fāzes periodiskās trajektorijas projekcija ar trim cilpām; uz *Poincaré* plaknes fiksēta punkta koordinātes ir norādītas iekavās. Nestabils režīms – apgriezts sedlu punkts – kopš $\rho_2 = -1,813$. Jāatzīmē, ka periodiska režīma pamata pase tika izmantota arī *T. Hayashi*, *J. Ueda* un citos labi pazīstamos Japānas zinātnieku darbos.



Zīm. 1. Triju P1 *hilltop* (HT) dvīņu un haotiska ChA-3 atraktoru līdzāspastāvēšana tika konstatēta harmoniski uzspiesta slāpētāja svārstu sistēmā (1). Tiek parādīts attēlojums Lm 50Q×500T no līnijas (-0.96, 0, 1, 0) uz *Poincaré* plaknes. Sistēmas parametri: $a_1 = 1, h_1 = 4, \omega = 2, b = 0.79, k = 7$.



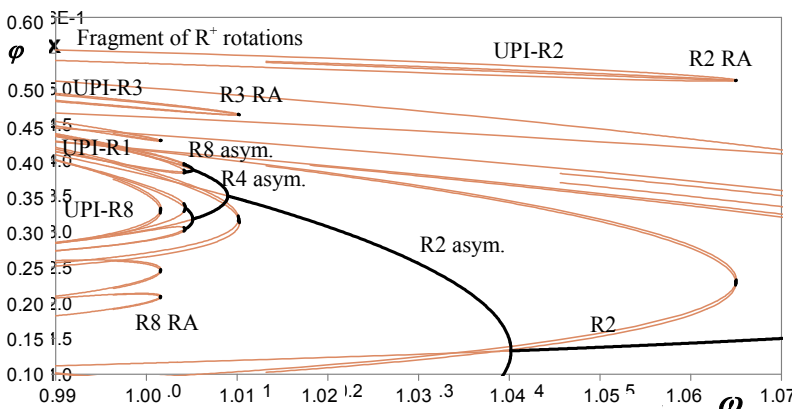
Zīm. 2. Perioda-1 periodiskās rotācijas orbītas aprēķināšanas piemērs, neņemot (a) un ņemot (b) vērā cilindriskas fāzes telpu ar periodu $L_x = 2$.

Ierosināta svārstu sistēmā, meklējot nekustīgos punktus, vai arī rotācijas orbītas cilindriskas fāzes telpa ir ņemta vērā ar periodu $L_x = 2$

Iepriekš minētās pieejas un metodes tiek realizētas trīs dažādās programmatūrās NLO, ABC NDC un SPRING. Svārstu sistēmām ar vienu un

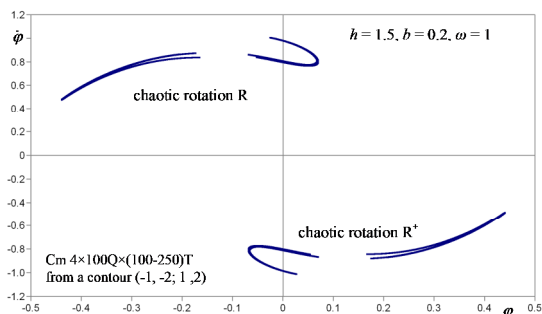
vairākām brīvības pakāpēm šajā promocijas darbā visi skaitliskās simulācijas rezultāti tika iegūti, izmantojot šo programmatūru.

Trešajā nodaļā – „Uzspiestas un parametriskas svārstības svārstu sistēmās ar vienu brīvības pakāpi” – tika veikta bifurkāciju analīze harmoniski uzspiesto un dziestošo svārstu sistēmām ar vienu brīvības pakāpi (ar dimensiju $D = 3$). Pilno bifurkācijas grupu metodes efektivitāte tika apspriesta pēc svārstu sekojošām svārstu sistēmām: svārstis ar papildu lineāru elastīgu atsperi un piekares punkta vibrācijām abos virzienos, svārstis ar piekares punkta harmoniskām svārstībām vertikālā virzienā, svārstis ar piekares punkta harmoniskām svārstībām horizontālā virzienā, svārstis ar piekares punkta harmoniskām svārstībām noteiktā leņķī pret horizontāli, svārstis ar ārējo harmonisku ierosmi, cieta ķermeņa svārstis ar lineāro atsperi un vairākas līdzsvara pozīcijas, centrālās svārstu vibrāciju slāpētājs ar triecienu.

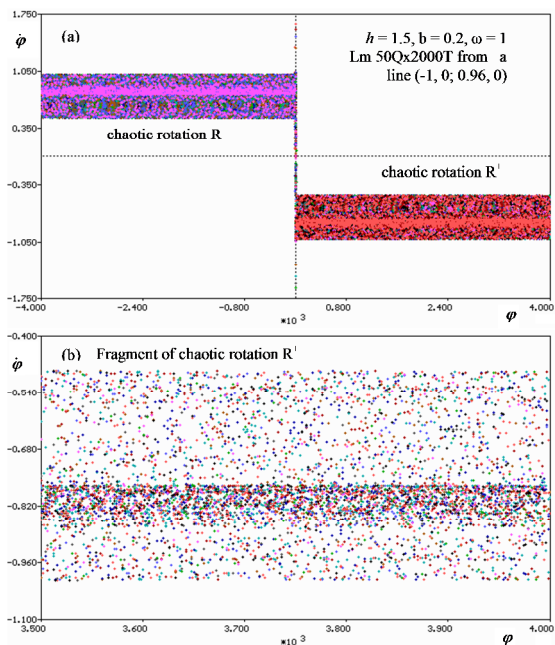


Zīm. 3. Fragments no bifurkācijas diagrammas priekš bifurkāciju grupām 1T, 2T, 3T un 8T, ko veido periodisku rotāciju, R1, R2, R3 un R8 svārstu sistēmā ar piekares punkta periodiskām vibrācijām vertikālā virzienā. Grupas reģioni ar dažāda veida haotiskajām rotācijām (UPI-R1, UPI-R2, UPI-R3 un UPI-R8) radās perioda divkārtīguma bifurkācijas rezultātā.

No bifurkācijas grupas 1T režīma P1 nulles fragments ar termiņu dubultot kaskādes, kas noved pie veidošanos apakšgrupā ar neierobežotu skaitu nestabilo periodisko risinājumiem (UPI), tiek parādīts 3. zīmējumā. Apakšgrupas ar UPI klātbūtne norāda, ka pastāv haotiskais piesaistītājs vai haotiski pārejošais šajā bifurkācijas grupā.



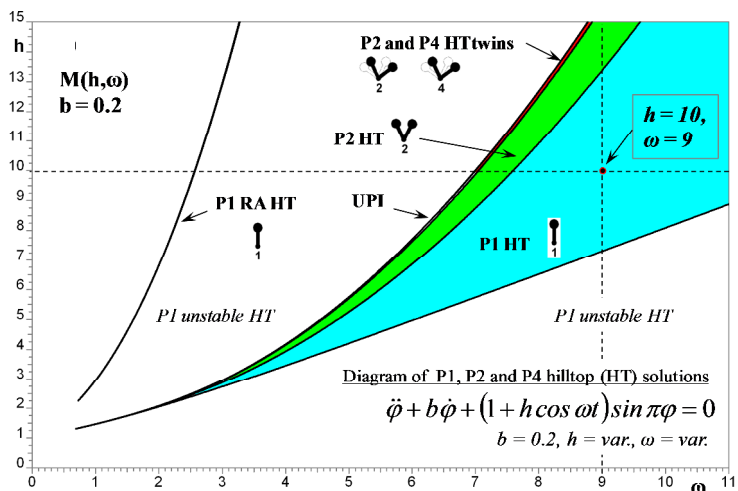
Zīm. 4. Haotisko rotācijas atraktoru līdzāspastāvēšana. Kontūru kartēšanas $C_m 4 \times 100Q \times (100-250)T$ fragments *Poincaré* plaknē, ņemot vērā cikliskuma koordināti.



Zīm. 5. Haotisko rotācijas atraktoru līdzāspastāvēšana. Attēlojums no līnijas $L_m 50Q \times 2000T$ uz *Poincaré* plaknes, ņemot vērā cikliskuma koordināti.

Bifurkāciju diagrammas šķērsgriezumam (3. zīm.) frekvencei $\omega = 1$ haotisko rotācijas atraktoru līdzāspastāvēšana tiek parādīta ar kontūras attēlojuma $C_m 4 \times 100Q \times (100-250)T$ fragmentiem uz *Poincaré* plaknes (4. zīm.), ņemot vērā cikliskuma koordināti svārstu sistēmai ar punktu periodiskām svārstībām vertikālā virzienā. Līdzīgi haotiskie rotācijas atraktori tiek parādīti

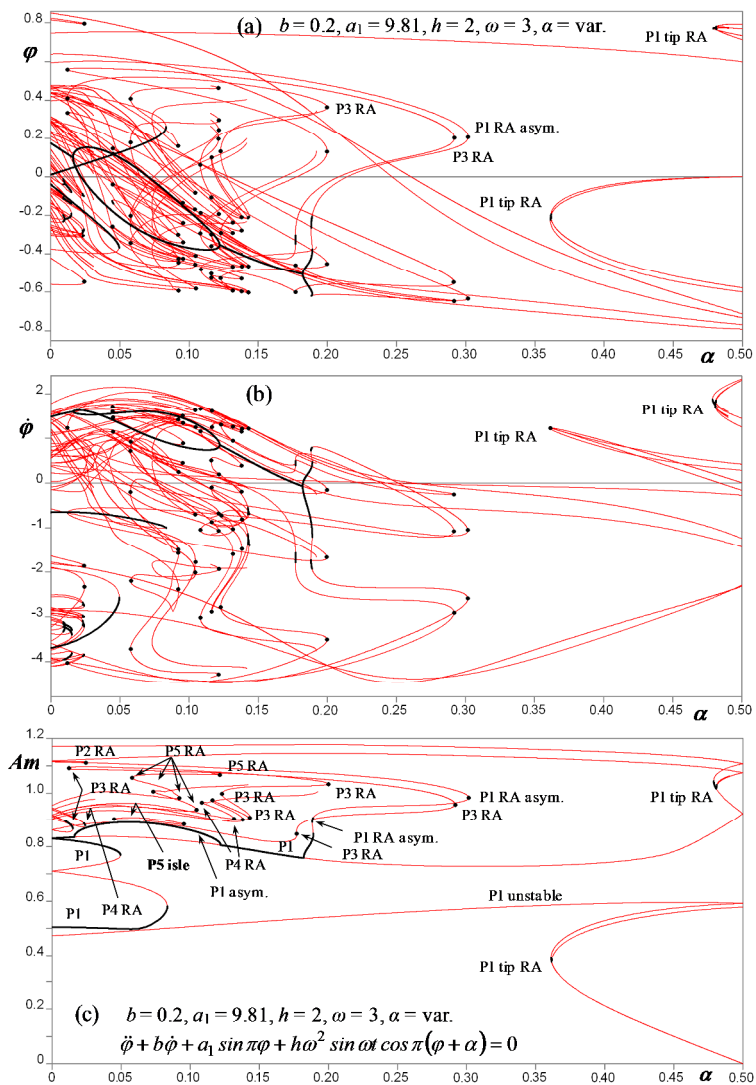
5. zīm. ar attēlojumu no līnijas Lm 50Q×2000T uz *Poincaré* plaknes, neņemot vērā cikliskuma koordināti.



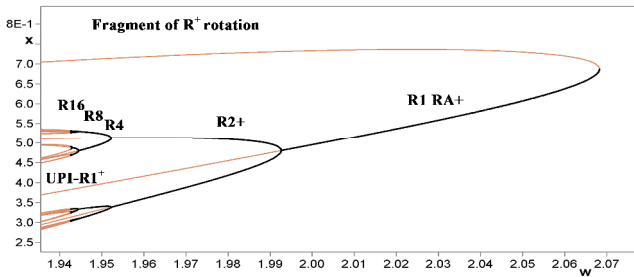
Zīm. 6. Divu parametru bifurkācijas diagrammu konstruēšanas piemērs plaknē (ω, h) svārsta sistēmai ar piekares punkta vibrācijām vertikālajā virzienā. Bifurkāciju robežas režīmam P1 *hilltop* ir parādītas diagrammā ar perioda divkāršojuma bifurkāciju kaskādi.

Divu parametru bifurkācijas diagramma parāda pētījuma rezultātus svārstībām attiecībā uz augšējo nestabila līdzsvara stāvokli ar ierosmes periodu (6. zīm.). Bifurkāciju robežas režīmam P1 *hilltop* ar perioda divkāršojuma bifurkāciju kaskādi arī ir parādītas šajā diagrammā.

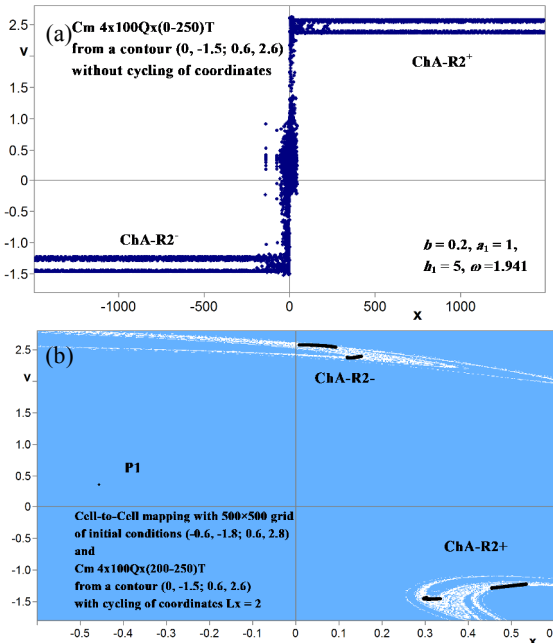
Ar pilno bifurkācijas grupu metodes palīdzību saņemtie rezultāti svārsta sistēmā ar piekares punkta vibrācijām noteiktā leņķī α attiecībā pret horizontālo liecina, ka visas bifurkāciju grupas ar retajiem atraktoriem ir gala tipa un katrai no tām ir ne tikai periodiski atraktori, bet arī haotiskie atraktori. 7. zīm. rāda, ka piekares punkta vibrāciju leņķim α ir svarīga nozīme sistēmas stacionāro risinājumu globālajā topoloģijā. Piemēram, dažas subharmoniskas salas ar retajiem atraktoriem pastāv tikai gadījumā, ja piekares punkta vibrācijas mainās ar leņķi α no 0.044 līdz 0.095.



Zīm. 7. Sarežģītas bifurkāciju diagrammas ar 15 dažādām bifurkāciju grupām svārstu sistēmai ar piekares punkta vibrācijām noteiktajā leņķī α attiecībā pret horizontāli. Sistēmā tika atrasti daudzi reti atraktori, kas ir atzīmēti ar melniem punktiem. Katrā riņķī ir reta bifurkāciju apakšgrupa ar perioda divkāršojuma kaskādi un retiem haotiskiem atraktoriem.



Zīm. 8. Haotiskās rotācijas veidošanās caur perioda divkāršojuma bifurkāciju kaskādi tiek parādīta ar rotējošām orbitām uz bifurkāciju diagrammas $S1(\omega)$. Zīmējumā fiksētie periodiskie punkti koordinātei x ir parādīti pret ierosmes spēka frekvenci ω . Ir rotācijas režīmu bifurkāciju grupa 1T (ar R1, R2, R4, R8 un R16 rotācijām) ar sarežģītām protuberancēm, gala tipa retajiem atraktoriem RA un UPI.

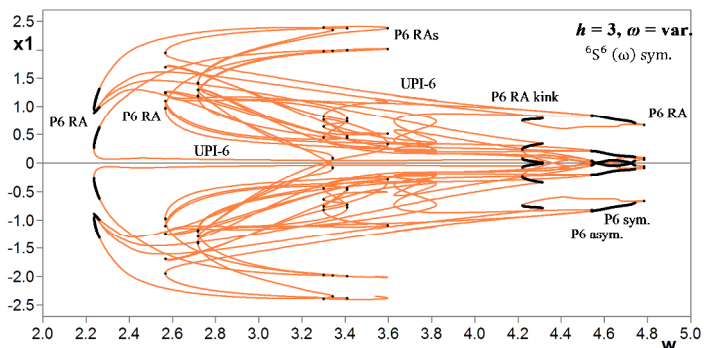


Zīm. 9. Parastā P1 atraktora un subharmoniskas rotācijas ChA-2 dvīņu atraktora līdzaspastāvēšana: (a) *Poincaré* attēlojums $Cm\ 4 \times 100Q \times (0-250)T$ no kontūras $(0, -1.5; 0.6, 2.6)$, neņemot vērā cilindrisku fāzes telpu ar periodu $Lx = 2$; (b) pievilksanas apgabals iegūts ar *Cell-to-Cell* attēlojumu no 500×500 sākuma nosacījumiem tīklā $(-0.6, -1.8, 0.6, 2.8)$ kopā ar *Poincaré* attēlojumu $Cm\ 4 \times 100Q \times (200-250)T$ no kontūras $(0, -1.5, 0.6, 2.6)$, ņemot vērā koordinātes cikliskumu.

9. zīm. demonstrē parastā P1 atraktora un subharmoniskas rotācijas ChA-2 dvīņu atraktora līdzāspastāvēšanu uz *Poincaré* attēlojuma un pievilkšanas apgabaliem.

Iepriekš nezināmo reto atraktoru rašanās tika parādīta dažādām harmoniski vadāmām sistēmām, un tika iegūtas jaunas bifurkāciju grupas ar sarežģītām protuberancēm. Tika atrasti dažādu svārstošo un rotējošo orbītu mijiedarbības jaunie tipi, kā arī retie un haotiskie rotācijas režīmi. Arī haotiskās rotācijas veidošanās process tika pētīts caur perioda divkāršojuma bifurkāciju kaskādi dažādām grupām šī pētījuma struktūras robežās.

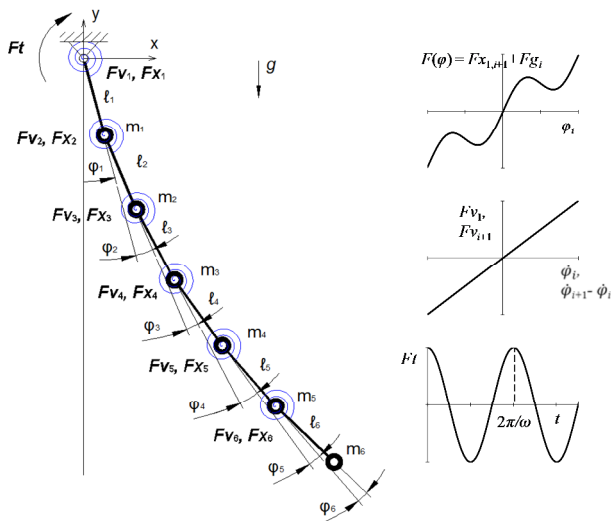
Ceturtajā nodaļā – „Jaunas bifurkāciju grupas un retie atraktori svārstu sistēmu ar divām brīvības pakāpēm” – ir nodemonstrēts, kā pilnu bifurkāciju grupu metode piemērota globālai analīzei apsvērtām svārstu sistēmām ar divām brīvības pakāpēm (ar dimensiju $D = 5$). Starp tām ir svārsta sistēma ar slidošu masu un ārējo periodisko ierosinātāja momentu, kā arī divkāršu svārstu ar piekares punkta vibrācijām vertikālajā virzienā. Galvenie pētījuma mērķi ir izpētīt svārstu sistēmu kvalitatīvu uzvedību ar divām brīvības pakāpēm, mainot sistēmas parametrus, un iegūt jaunus kvalitatīvus bifurkāciju grupu topoloģijas rezultātus ar retajiem regulāriem un haotiskajiem atraktoriem.



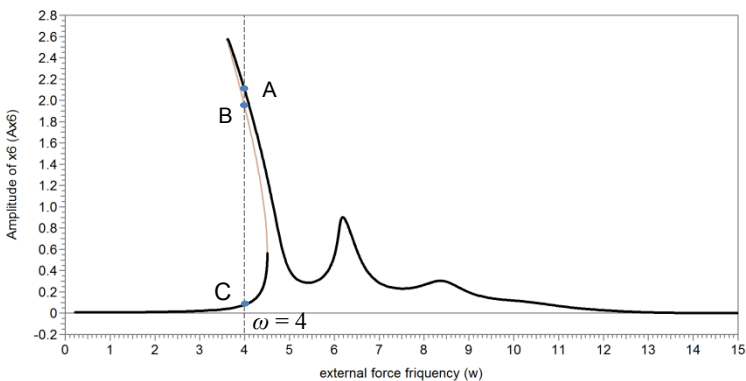
Zīm. 10. Bifurkāciju diagrammas $S_6(\omega)$ pirmajam svārstam ar mainīgo ierosmes spēka frekvenci ω . Ir 6T simetriskās salas bifurkāciju grupa ar sarežģītām protuberancēm, dažādu tipu retajiem atraktoriem un UPI.

Ir sarežģītas protuberances ar daudziem retiem regulāriem dažādu tipu haotisko bojājumu un haotisko kustību atraktoriem. Piemērs ir parādīts ar 6T simetriskās salas bifurkāciju grupu dubultā svārstā ar suspensijas periodisko vibrācijas punktu vertikālā virzienā (10. zīm.).

Piektajā nodaļā – „Uzspieto svārstību analīze svārstu sistēmās ar vairākām brīvības pakāpēm” – tika izpētīts piespiedu svārstību visbiežāk pētītais modelis piedziņas svārstu sistēmās ar vairākām brīvības pakāpēm.



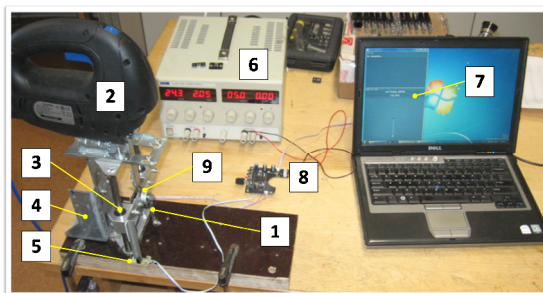
Zīm. 11. Sešu ķermeņu piedziņas simetriskā svārstu sistēma ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem, lineārie disipatīvie spēki $FV_{1, i+1}$ starp sistēmām, sistēmas atjaunošanas spēki Fg_i , papildu lineārie elastīgie spēki $Fx_{1, i+1}$ un harmonisku ierosinājums Ft , kas ir piemērots pirmajam svārstam.



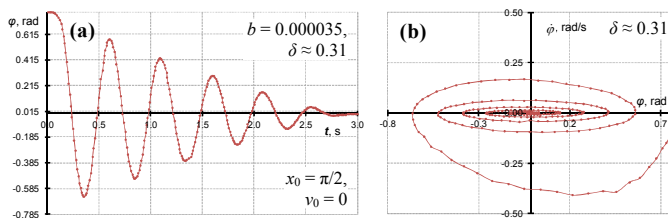
Zīm. 12. 1T bifurkācijas grupas ar histerēzes efektu piemērs sešu ķermeņu piedziņas simetriskajā svārstu sistēmā.

Pilno bifurkāciju grupu metodes izmantošanas iespēja sešu ķermeņu simetriskās piedziņas svārstu sistēmu globālai analīzei ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem tiek demonstrēta 12. zīmējumā. Sešu ķermeņu simetrisko piedziņu svārstu ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem iespējamie pielietojumi ir maisīšana (šķidrums), veļas mazgājamās mašīnas), robotika, kosmosa kuģu komunikācijas un orientācijas sistēmas (antena) u.c.

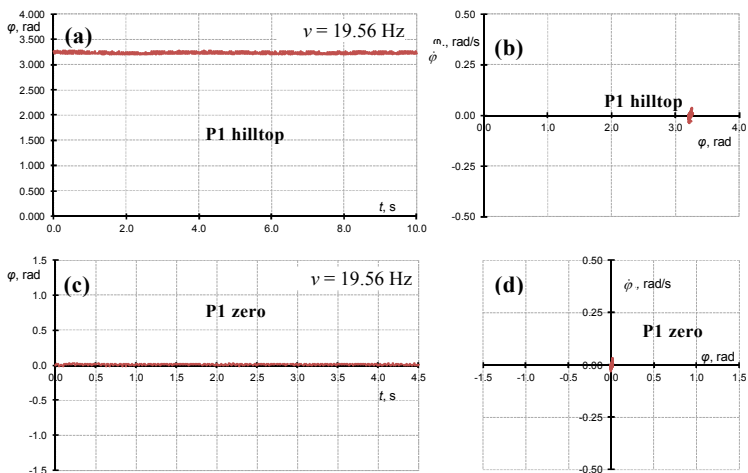
Sestā nodaļa – „Svārstu sistēmu eksperimentālie pētījumi un animācija ar pilno bifurkāciju grupu metodes palīdzību” – parāda eksperimentālo pētījumu izpildīšanas iespēju vairākos svārstu sistēmu reālajos modeļos, kas tika apspriesti šajā promocijas darbā. Šiem nolūkiem tika izstrādāta un izgatavota eksperimentālā iekārta dabas eksperimentālajiem pētījumiem vienkāršajā svārstu sistēmā ar piekares punkta periodiskām vibrācijām vertikālā virzienā (13. zīm.).



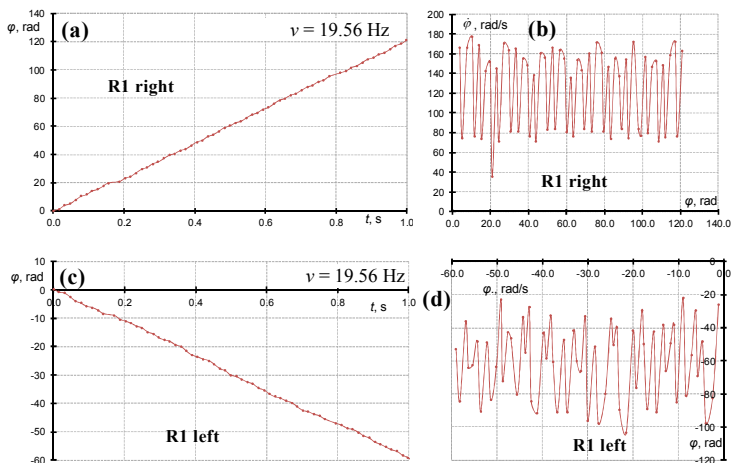
Zīm. 13. Kopskats eksperimentālajai iekārtai svārstam ar piekares punkta vertikālām vibrācijām, kas sastāv no: 1 – svārsta, 2 – ierosmes, 3 – vadotnes ar speciāliem lineārajiem gultņiem, 4 – rāmja, 5 – optrona ierosmes frekvences mērīšanai, 6 – barošanas bloka 5V, 7 – programmatūras eksperimentālo datu vākšanai un animācijai, 8 – AVR mikrokontrolleri 9 – svārsta atbalsta ar lodīšu gultni (balstu) un Hall efekta 360° leņķa stāvokļa enkodera ar 14 bitu augstas izšķirtspējas izeju un mērīšanas precizitāti 0.05.



Zīm. 14. Eksperimentālās iestatīšanas (13. zīm.) brīvas amortizētas svārstības svārsta modelis ar piekares punkta periodiskajām vibrācijām vertikālajā virzienā.



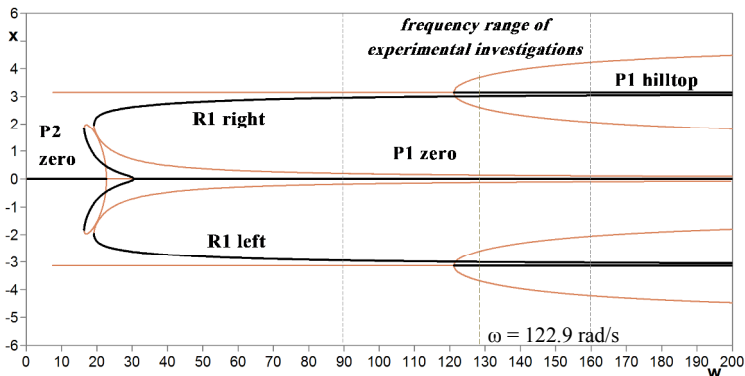
Zīm. 15. Periodisku P1 *hilltop* un P1 *zero* režīmu piemēri, kas iegūti eksperimentālajos pētījumos ierosmes frekvencei $\omega = 19.56$ Hz ($\omega = 122.9$ rad/s). Kustības likumi un fāžu portreti stabilajam P1 *hilltop* režīmam (a) – (b) nestabilam P1 *zero* režīmam (c) – (d).



Zīm. 16. Periodisku R1 *right* un R1 *left* rotāciju piemēri, kas ir iegūti eksperimentālajos pētījumos ierosmes frekvencei $\omega = 19.56$ Hz ($\omega = 122.9$ rad/s). Kustības likumi un fāžu portreti R1 *right* rotācijai (a) – (b) un R1 *left* rotācijai (c) – (d).

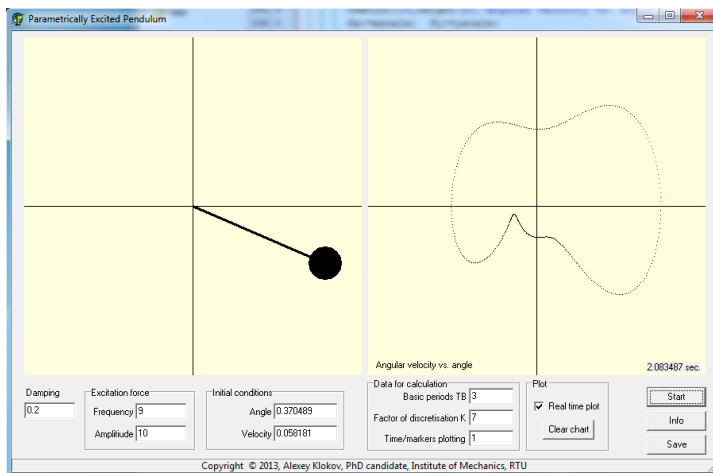
Eksperimentālie un teorētiskie pētījumi tika veikti vienkāršai svārstu sistēmai, kurā atrastie režīmi kvalitatīvi saskaņojas ar teorētiskajiem pētījumiem. Četri dažādi svārstību un rotācijas režīmi tika atrasti abos

gadījumos. Bifurkāciju diagrammas arī atbilst skaitlisko modelēšanu rezultātiem.



Zīm. 17. Bifurkāciju diagramma $S1(\omega)$ (b) parāda svārstu un rotāciju bifurkāciju grupu mijiedarbību. Tajā ir četru atšķirīgu bifurkāciju grupu līdzāspastāvēšana: $P1_{zero}$, $P1_{hilltop}$, $R1_{left}$ un $R1_{right}$ (skat. 15, 16. zīm.).

Svārstu sistēmās ir parādīta arī atrasto režīmu vizualizācijas iespēja ar pilno bifurkāciju grupu metodi. Tā tiek īstenota ar animācijas *Parametrically Excited Pendulum* programmatūru, kura bija uzrakstīta, izmantojot *Pascal* programmēšanas valodu.



Zīm. 18. Animācijas programmatūra *Parametrically Excited Pendulum* svārstu sistēmai ar piekares punkta periodiskajām vibrācijām vertikālā virzienā.

Svārstu sistēmu nelineāro parādību animācija kā metodikas materiāls var būt noderīga ne tikai studentiem, bet arī inženieriem, kas strādā ar līdzīgām reālām svārstu sistēmām.

Nākotnes problēmu saraksts, kas šajā promocijas darbā nav pilnībā atrisinātas, ir iesniegts kā pielikumi, bet šie jautājumi, protams, ir jāatrisina turpmākajos pētījumos.

SECINĀJUMI

Promocija darbā ir iegūti šādi jauni galvenie rezultāti.

1. Acīmredzot šo pētījumu ietvaros retie regulārie un haotiskie rotācijas režīmi ir pirmoreiz atrasti svārstu sistēmu ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm. Šīs nelineārās parādības nosaka lielu teorētisku un praktisku interesi par svārstu sistēmu nelineāras dinamikas pētījumiem.

2. Ir pierādīts, ka pilno bifurkāciju grupu metodes izmantošana ļauj veikt kvalitatīvo globālo bifurkāciju analīzi svārstu sistēmās un meklēt jaunas bifurkāciju grupu un iepriekš nezināmas regulārās un haotiskās svārstošās, svārstīgi rotējošās un rotējošās orbītas (režīmi, atraktori) uz vienkāršāku sistēmu ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm. Ir izpētīta dažādu bifurkāciju grupu kvalitatīva topoloģija un atrastas jaunas periodiskās un haotiskas orbītas.

3. Iepriekš nezināmu reto atraktoru rašanās process ir parādīts uzspiestām un dziestošām svārsta sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm, izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi, kā arī ir iegūtas jaunas bifurkāciju grupas ar sarežģītām protuberancēm. Ir atrastas dažādu svārstošo un rotējošo orbītu jauna veida mijiedarbības, kā arī retie un haotiskie rotācijas režīmi.

4. Acīmredzot haotisko rotāciju veidošanās process caur perioda divkāršojuma bifurkācijām dažādām grupām pirmoreiz ir atrasts šī pētījuma ietvaros.

5. Dažādu bifurkāciju grupu mijiedarbība tiek izpētīta sistēmās ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm. Tika uzkonstruētas divu parametru bifurkāciju diagrammas. Ir parādīts, ka bifurkāciju apakšgrupas ar nestabilo periodisko režīmu bezgalīgo daudzumu (UPI) pastāvēšana vienmēr izraisa haotiskas kustības sistēmās: haotiskais atraktors vai pārejas haoss.

6. Tika izpētīti bifurkāciju grupu topoloģijas galvenie kvalitatīvie rezultāti ar retajiem regulārajiem un haotiskajiem atraktoriem svārstu sistēmās ar divām brīvības pakāpēm, kā arī subharmoniskā, haotiskā un retā periodiskā uzvedība. Ir atrastas arī sarežģītas protuberances ar daudziem dažāda tipa retajiem regulārajiem atraktoriem, pārejas haosiem un haotiskajām kustībām.

7. Izmantojot pilno bifurkāciju grupu metodi, ir parādīta globālās analīzes iespēja sešu ķermeņu simetriskās piedziņas svārsta sistēmās ar vairākiem līdzsvara stāvokļiem.

8. Eksperimentālo pētījumu realizēšanas iespējas svārstu sistēmu reālākiem modeļiem ir parādītas šī promocijas darba ietvaros. Ar pilno bifurkāciju grupu metodi tika izpētīta atrasto režīmu vizualizācijas iespēja svārstu sistēmās.

Tādējādi promocijas darbā tika parādīts, ka pilno bifurkāciju grupu metode ļauj veikt globālās bifurkāciju analīzi svārstu sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm un atrast jaunas nelineārās parādības, jaunas, agrāk nezināmas bifurkāciju grupas gan svārstīgos, gan rotējošos retos periodiskos un haotiskos atraktoros. Tāpat ir apskatīta arī jaunu iegūto rezultātu izmantošanas iespēja reāliem objektiem.

Autors uzskata, ka pilno bifurkāciju grupu metodes pielietošana būs noderīga globālai bifurkāciju analīzei un reto atraktoru meklēšanai arī citās svārstu sistēmās.

ZINĀTNISKO PUBLIKĀCIJU UN PATENTU SARAKSTS

Promocijas darba rezultāti atspoguļoti 31 zinātniskajos darbos, tai skaitā 4 zinātniskajās monogrāfijās, 6 rakstos starptautiskajos žurnālos, 20 pētniecības rakstos starptautisko konferenču pilno rakstu krājumos un 1 patentā.

1. Klovov A., Viba J. Modeling of mixed excitation system // Scientific Journal of RTU. 6. series., Transport and Engineering. - 28. vol. (2008), pp. 55-62. [in Latvian].
2. Klovov A., Zakrzhevsky M. Rare attractors in the spacecraft dynamics. // XVI Symposium "Dynamics of Vibroimpact Systems" ("DYVIS-2009"), Moscow, Zvenigorod, 2009, pp. 183-192. [in Russian].
3. Zakrzhevsky M., Smirnova R., Schukin I., Yevstignejev V., Kugelevich V., Frolov V., Klovov A., Shilvan E. Method of complete bifurcation groups and its application in nonlinear dynamics. // Scientific Journal of RTU. 6. series., Transport and Engineering: Anniversary edition. - 31. vol. (2009), pp. 27-34.
4. Klovov A., Zakrzhevsky M. Bifurcation analysis and rare attractors in the parametrically excited pendulum system. // 10th Conference on Dynamical Systems Theory and Applications, Poland, Lodz, 7.-10. December, 2009. - pp 623-628.

5. Klokov A., Zakrzhevsky M. Bifurcation analysis and rare attractors in driven damped pendulum systems. // JVE Journal of Vibroengineering. – December 2010, Volume 12, Issue 4, pp. 369-374.
6. Klokov A. Application of the Method of Complete Bifurcation Groups in Parametrically Excited Pendulum Systems // Scientific Journal of RTU. 6. series., Transport and Engineering. - 33. vol. (2010), pp. 43-48.
7. Zakrzhevsky M., Klokov A. Complete bifurcation analysis of a pendulum with a vibrating support. // Proceedings of „16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics”, June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA, CD, 2 p.
8. Zakrzhevsky M., Schukin I., Smirnova R., Yevstignejev V., Frolov V., Klokov A., Shilvan E. Global nonlinear dynamics: new novel concepts and their realization based on the method of complete bifurcation groups. // Proceedings of „16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics”, June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA, CD, 2 p.
9. Kragis A., Zakrzhevsky M., Klokov A. Nonlinear dynamics of the pendulum-type spacecraft module. A new type of movement possibility.// Proceedings of the 51th RTU Student Scientific and Technical Conference, Vol. 2 (Mechanical engineering), April, 2010, RTU publ., pp. 110-111. [in Latvian].
10. Viba J., Klokov A., Novohatska T., Grasmanis B., Vjaters I., Tipans I. Analysis and synthesis of mixed control in nonlinear oscillating system. // Controlled vibrotechnologies and vibromachines, Kursk, 2010, Vol. 1, pp. 186-193. [in Russian].
11. Zakrzhevsky M., Klokov A., Yevstignejev V., Shilvan E., Kragis A. Nonlinear Dynamics and Rare Attractors in driven damped pendulum systems. Proceedings of the 7th Int. DAAAM Baltic Conference "Industrial engineering", 22-24 April 2010, Tallin, Estonia, Vol. 1, pp.136-141.
12. Zakrzhevsky M., Klokov A. Rare attractors and method of complete bifurcation groups in tasks of dynamics of machine and mechanisms. // The extended paper publishing of the best presentations of XXII International Innovation Conference of Young Scientists and Students (IICYSS-2010) “Future of Russian Mechanical Engineering” (October 26 - 29, 2010), Moscow, Russia, 2011, 58-65 p. [in Russian].
13. Klokov A., Zakrzhevsky M. Parametrically excited pendulum systems with several equilibrium positions. Bifurcation analysis and rare attractors. // International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 21, No. 10 (2011) pp. 2825-2836.
14. Zakrzhevsky M., Klokov A., Yevstignejev V., Shilvan E. Complete bifurcation analysis of the driven damped pendulum systems. // Estonian Journal of Engineering. - Mar2011, Vol. 17, Issue 1, pp. 76-87.

15. Klokov A., Zakrzhevsky M. Theoretical and Experimental investigation of the Parametrically Excited Pendulum Systems. // Proceedings of International Scientific Practical Conference "The role and opportunities of youth in the development of engineering sciences", April 28, 2011, Daugavpils, Latvia, pp. 49-52.
16. Klokov A., Pikulin D., Zakrzhevsky M. Rare Attractors in Discrete Nonlinear Dynamical Systems. // Proceedings of International Scientific Practical Conference "The role and opportunities of youth in the development of engineering sciences", April 28, 2011, Daugavpils, Latvia, pp. 45-48.
17. Klokov A., Zakrzhevsky M. Nonlinear Dynamics and Rare Attractors of the Pendulum with the Vertical Vibrating Point of Suspension. // Proceedings of the 2nd International Symposium RA'11 on "Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics", May 16 - 20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia, pp. 16-20.
18. Zakrzhevsky M., Schukin I., Frolov V., Klokov A., Yevstignejev V., Smirnova R., Pikulin D. Rare Attractors in Discrete Nonlinear Dynamical Systems. // Proceedings of the 2nd International Symposium RA'11 on "Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics", May 16 - 20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia, pp. 21-25.
19. Beresnevich V., Klokov A. Some Characteristic Features of Nonlinear Parametric Oscillations of Flexible Elements. // Proceedings of the 2nd Intern. Symposium RA'11 on "Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics", May 16-20, 2011, Riga - Jurmala, Latvia, pp. 57-64.
20. Zakrzhevsky M., Schukin I., Smirnova R., Yevstignejev V., Klokov A., Shilvan E., New Methods of Global Bifurcation Analysis in Nonlinear Machine Dynamics. // Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Problems "ICOVP 2011", September 5-8, 2011, Prague, Czech Republic, pp. 100-105.
21. Beresnevich V., Tsyfansky S., Klokov A. Nonlinear lateral oscillations of flexible elements in machines: characteristic features and practical applications. // Springer Proceedings in Physics with title "Vibration Problems ICOVP 2011: The 10th International Conference on Vibration Problems", Vol. 139 (2011), pp. 75-80.
22. Klokov A., Zakrzhevsky M., Schukin I. Shilvan E. Rare and chaotic oscillating and rotating attractors in pendulum systems. // Proceedings of the 1st International school for young scientists "Nonlinear dynamics of machines" (School-NDM) and of the XVII Symposium "Dynamics of Vibroimpact Systems" ("DYVIS-2012"), Moscow-Klin, 20-26 May, 2012, pp.100-111. [in Russian].

23. Kremer E., Zakrzhevsky M., Klokov A. Complete Bifurcation Analysis with Rare Attractors of a Pendulum Vibration Absorber // Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Nonlinear Science and Complexity “NSC 2012”, August 6-11, 2012 Budapest, Hungary, pp. 205-210.
24. Yevstignejev V., Klokov A., Smirnova R., Schukin I. Rare Attractors in Typical Nonlinear Discrete Dynamical Models // Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Nonlinear Science and Complexity “NSC 2012”, August 6-11, 2012, Budapest, Hungary, pp. 229-234.
25. Zakrzhevsky M., Smirnova R., Schukin I., Yevstignejev V., Frolov V., Klokov A., Shilvan E. *Nonlinear Dynamics and Chaos. Bifurcation Groups and Rare Attractors*. – Riga: RTU Publishing House, 2012 – 181 p. [in Russian].
26. Zakrzhevsky M.V., Pikulin D.A., Klokov A.V., Smirnova R.S., Yevstignejev V.Yu., Schukin I.T.. *Rare attractors in discrete nonlinear dynamical systems*. – Riga: RTU, 2013. – 105 lpp.
27. Zakrzhevsky M. and Klokov A. *How to find rare attractors and chaos in nonlinear dynamical systems by the method of complete bifurcation groups. The collection of bifurcation diagrams in the pendulum driven systems*. – Riga, 2013 – 310 p.
28. Zakrzhevsky M., Schukin I., Yevstignejev V., Frolov V., Smirnova R., Klokov A., Shilvan E. *Nonlinear Dynamics and Chaos. Complete Bifurcation Analysis and Rare Attractors*. – Riga: RTU Publishing House, 2013. – 210 p. (in print).
29. Kremer E., Zakrzhevsky M., Schukin I., Klokov A. Bifurcation Analysis for a Quasi-linear Centrifugal Pendulum Absorber. Proceedings of the 11th Biennial International Conference on Vibration Problems (ICOVP-2013), September 9 - 12, 2013, Lisbon, Portugal, CD, 6 p.
30. Zakrzhevsky M., Schukin I., Klokov A., Shilvan E. Periodic Skeletons of Nonlinear Dynamical Systems in the Problems of Global Bifurcation Analysis. Proceedings of the International Conference VIBROENGINEERING 2013, 18–20 September, 2013, Druskininkai, Lithuania, 6 p. (in print).

Pieteikts LR patents:

31. Patents Nr. P-13-90, Latvijas Republika. Latvijas Republika. „Izmēģinājuma vibrostends ar sarežģītām stacionārām un haotiskām svārstībām” / Klokovs A., Zakrzhevskis M., Jevstignejevs V., Ščukins I., Šilvāns E., 2013.

PROJEKTU SARAKSTS

Šis darbs ir atbalsēts un veikts sekojošos projektu ietvaros:

1. Rīgas Tehniskā universitāte īsteno Eiropas Sociālā fonda (ESF) līdzfinansētu darbības programmas papildinājuma 1.1.2.1.2. apakšaktivitātes projektu «Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai», vienošanās Nr. 2009/0144/1DP/1.1.2.1.2/09/IPIA/VIAA/005.
2. LZP grants 2010. g. - 2012. g. Nr. 09.1587, „Retie atraktori un reto dinamisko parādību fundamentāla teorija un ultraskaņa viņu pielietošana”.
3. Starptautiskais 2012. g. - 2013. g. projekts “The development, adaptation, providing and support of universal software Spring and ABC NDC for global analysis of strongly nonlinear dynamical systems” Nr.11/MI–2012 ar Vācijas uzņēmumu “LuK GmbH & Co. OHG”.

IZMANTOTIE TERMINI

Šis saraksts dod skaidrojumu bifurkācija teorijas dažiem pamata definīcijām un terminiem. Termini, kurus piedāvāja vadīta ar Prof. M. Zakrčevski pētniecības grupa „Nelineārā dinamika, haoss, katastrofas un vadība” Mehānikas institūtā (RTU), ir atzīmēti ar simbolu (*).

Andronova-Hopfa bifurkācija (*Andronov-Hopf bifurcation*) – kvaziperiodiskās svārstības rašanās no periodiskiem pie dinamiskas sistēmas parametra izmaiņām.

Atraktors (*Attractor*) – stacionārs stāvoklis, kas ir uzstādāms pēc pāriešanas procesu slāpēšanas dissipatīvā dinamiskajā sistēmā. Atraktors var būt punktveida, periodisks atraktors, kvaziperiodiskais atraktors, haotisks režīms.

Attēlojums uz Puankarē plaknes (*Poincaré mapping*) - sk. *punktveida attēlojums*.

Bifurkācija (*Bifurcation*) - fāžu telpas struktūras kvalitatīvas izmaiņas dinamiskajā sistēmā pie bifurkācijas sistēmas parametru izmaiņām.

Bifurkācijas analīze (*Bifurcation analysis*) - dinamiskās sistēmas uzvedības analīze pie sistēmas parametru izmaiņām.

Bifurkācijas analīze (pilnā)* - dinamiskās sistēmas uzvedības pilnā analīze pie sistēmas parametru izmaiņām, kuras rezultātā tiek būvētas pilnās bifurkācijas grupas.

Bifurkācijas grupa (pilnā)* (*Bifurcation group*) - periodisko režīmu stabilo un nestabilo (visu) zaru kopums ar noteiktu bifurkāciju secīgumu variējamā parametra ierobežotajā apgabalā uz bifurkācijas diagrammas.

Bifurkācijas parametrs (*Bifurcation parameter*) - dinamiskās sistēmas parametrs, pie kura izmaiņām notiek bifurkācija.

Daudzrežimītāte (*Multiplicity*) - dažu atšķirīgo stacionāro režīmu (atraktoru) līdzāspastāvēšanas nelineārā parādība fāžu telpā pie sistēmas vieniem un tiem pašiem parametriem un tās nemainīgās struktūras. Tā vai cita režīma realizācija ir atkarīga no sākuma nosacījumiem.

Dinamiskā sistēma (*Dynamical system - DS*) - dinamiskais nepārtrauktais vai diskrētais modelis, kura uzvedība viennozīmīgi un determinēti atkarīga no tā struktūras (S), parametriem (P) un stāvokļa (sākumu Q_0 nosacījumiem).

Haoss (*Chaos*) - neregulāras svārstības, kuras ir novērojamas determinētajās sistēmās, un pie kurām ir novērojams augsts jūtīgums pie sākumu nosacījumiem.

Haotiskais atraktors (*Chaotic attractor*) - tas pats, kas, haoss.

Ieloces tipa bifurkācija (*Fold bifurcation*) - bifurkācija, pie kuras viena režīma stabilie un nestabilie zari savstarpēji tiek iznīcināti.

Kvaziperiodiskas svārstības (*Quasi-periodic oscillations*) – svārstības ar divām un vairākām nesamērojamām frekvencēm.

Lineārā disipācija (*Linear dissipation*) - berzes spēks ir proporcionāls kustības ātrumam.

Līdzsvara stāvoklis (*Equilibrium state*) - sk. *nekustīgais punkts*.

Mezgls (*Node*) - līdzsvara stāvoklis, kuram atbilst fāžu plaknes stabils vai nestabils īpaši nekustīgais punkts. Raksturojošā vienādojuma saknes (multiplikatori) - īstie negatīvie (pozitīvie) skaitļi.

Nekustīgais punkts (*Fixed point - FP*) - īpašs punkts uz Puankarē plaknes, kura atbilst stabiliem vai nestabiliem periodiskiem risinājumiem, t.i. noslēgtām fāžu trajektorijām. Eksistē nekustīgo punktu četri tipi: mezgls, fokuss, sedli un centrs.

Nestabils periodiskais infinitiāns* (*Unstable periodic infinitium - UPI*) - nestabils periodisks režīms bezgalīgais skaits.

Parastā sala* (*Simple island*) - sala, kurai ir viens stabils un viens nestabils zars.

Pārejas haoss (*Transient chaos*) – haotiska sistēmas uzvedība, kas ir novērojama sistēmā pārejā pie kāda regulāra stacionāra režīma.

Pārejas režīms (*Transient process*) - nestacionārs process, kas raksturo sistēmas kustību no sākumstāvokļa pie laika momentā t_0 līdz laika periodam t pārejot pie kāda uzstādītā režīma.

Perioda divkāršojuma bifurkācija (*Period doubling bifurcation*) - divkāršotā perioda režīma rašanās pie režīma stabilitātes izmaiņām.

Periodiskais režīms (*Periodic regime*) - stabils vai nestabils periodisks diferenciālvienādojuma atrisinājums vai noslēgta fāžu trajektorija, kuras atbilstībā liekas punktveida nekustīgie punkti atbilstoši attēlojumam.

Periodiskais skelets* (*Periodic skeleton*) – visi stablie un nestablie periodiskie režīmi ar savu pasi visām bifurkāciju grupām un UPI apakšgrupām, kuri ir atrasti noteikta parametra vērtībai.

Periodiskā režīma pase* (*Passport of a periodic regime*) – iekļauj sevī informāciju par režīma periodu, sākuma nosacījumiem vai nekustīgo punktu koordinātēm, multiplikatori raksturo atrasto režīmu stabilitāti, cilpu skaitu fāzes projekcijas slēgtā līknē, un dažu papildu informāciju, ja nepieciešams. Dati, kas iekļauti periodiskajā skeletā ļauj pilnībā rekonstruēt režīmu, saglabājot visas tās īpašības.

Pilno bifurkācijas grupu metode - PBGM* (*Method of Complete Bifurcation Group - MCBG*) – pieeju komplekss, kurš tiek izmantots globālai bifurkācijas analīzei dinamiskajās sistēmās mainot bifurkācijas parametrus. PBGM metodi izmanto (visu) nestabilu un stabilu periodisko risinājumu meklēšanai dotajā parametru un fāzes telpas reģionā.

Protuberance* (*Protuberance*) – bifurkācijas diagrammā – stabilu un nestabilu zaru kopums periodiskajiem režīmiem, kas atbilst vienai bifurkācijas grupai un ir ierobežots ar perioda divkāršojuma vai kādām citām bifurkācijām pie tā paša ierosmes spēka perioda.

Puankare plakne (*Poincaré section*) - šķēlums, kas ir saņemts no stroboskopēšanas dinamisko mainīgo (nobīde x_p un ātrums $\dot{x}_p = v_p$) caur ierosmes spēka periodu T_o .

Punktveida attēlojums (*T-mapping*) - attēlojums, kas saņemts uz Puankaré šķēlējplaknes ar dinamisko mainīgo stroboskopēšanu (nobīdes x_p un ātrumi $\dot{x}_p = v_p$) caur ierosmes spēka periodu T_o .

Regulārās svārstības (*Regular oscillations*) - regulārie atraktori (visi, izņemot haotiskos): punktveida, periodiskais atraktors, kvaziperiodisks atraktors.

Retie atraktori* (*Rare attractors*) - periodisks režīms, kurš ir stabils variējamā parametra mazajā diapazonā.

Režīma pievilkšanas apgabals (*Basin of attraction*) - telpas punktu daudzums (sākuma nosacījumu), no kuriem pēc pāriešanas procesa pabeigšanas sistēmā realizēsies konkrēts režīms (atraktors).

Režīms (*Regime*) – dinamiskā procesa raksturojums. Eksistē pārejas un stacionāri režīmi.

Savstarpēji-simetriski režīmi* (*Twins*) – periodiskie režīmi, kuri rodas simetriskās sistēmās bifurkācijas simetrijas sabrukšanu rezultātā.

Sākuma nosacījums (*Initial condition*) - apkopoto koordinātu vektors (nobīde, ātrums, ārējās iedarbības sākumu fāze), ar kura palīdzību aprakstās dinamiskās sistēmas matemātiskais modelis, laika sākumu momentā t_0 .

Sala* (*Island*) - periodiskā režīma noslēgtais zars variējamā parametra ierobežotajā apgabalā uz bifurkāciju diagrammas.

Sedli (*Saddle*) - līdzsvara stāvoklis, kuram atbilst fāžu plaknes nestabilais īpašais nekustīgais punkts. Raksturojamā vienādojuma saknes (multiplikatori) - īstenais skaits, viens, no kuriem pēc moduļa ir lielāks par vieninieku.

Separatrise (*Separatrise*) - stabilas un nestabilas daudzveidības (invarianta līknes), kuri iet caur īpašu tipa sedli punktu.

Stacionārais haoss (*Stationary chaos*) – haotiskās sistēmas uzvedība, kas uzstādās pēc pāriešanas procesu rimšanām disipatīvā dinamiskajā sistēmā; tas pats, kas arī haotiskais režīms.

Simetrijas sabrukšanas bifurkācija (*Symmetry breaking bifurcation*) – divu nesimetrisku (savstarpēji-simetrisku) režīmu rašanās pie stabilitātes zaudējuma ar simetrisku režīmu.