

# Stiklaplasta konstrukcijas stiprības aprēķins

Andrejs Krasņikovs<sup>1</sup>, Vitālijs Zaharevskis<sup>2</sup>  
<sup>1,2</sup>Rīgas Tehniskā Universitāte

**Kopsavilkums.** Rakstā iekļauti stiprības un sienīņu biezuma noteikšanas rezultāti lielam gaisa filtram, kas sastāv no stiklaplasta tvertnēm, kuras saliktas piramidālā konstrukcijā. Katras tvertnes iekšpusē ir nostiprināts filtrējošais elements. Tvertnes ir savienotas ar caurulēm tā, lai piesārņotais gaiss, ienākot pirmajā tvertnē, tālāk nonāktu secīgi arī visās pārējās tvertnēs un, izejot cauri filtriem, kas tajās atrodas, attīrītos. Konstrukcija ir statiska, tāpēc spriegumu lauks katras tvertnes sienīnās veidojas no tvertnes pašsvara un to tvertņu svara, kuras no augšējiem slāņiem spiež uz došu tvertni. Tika realizētas divas dažādas pieejas. Pirmajā gadījumā, izmantojot simetrijas nosacījumus, tika ģeometriski modelēta visas konstrukcijas ceturtdaļa, sadalīta galīgos elementos, un spriegumu deformētais stāvoklis tajā tika skaitliski aprēķināts, izmantojot GEM (galīgo elementu metodes) programmu *SolidWorks*. Otrajā gadījumā starp tvertnēm tika noteikti kontakta spēku lielumi, uzskatot, ka tvertnes ir cietas un nedeformējamās. Aprēķini tika veikti, izmantojot programmu *MathCad*. Visvairāk slogotās tvertnes tika pētītas skaitliski, izmantojot GEM programmatūru *SolidWorks*. Tika noteikti tvertņu sienīņu biezumi atbilstoši tvertņu ģeometrijai.

**Atslēgas vārdi:** *MathCad*, *SolidWorks*, stiprības aprēķins, tvertnes.

## I. IEVADS

Lielizmēra gaisa filtrējošā konstrukcija sastāv no četrpadsmit tvertnēm, kas novietotas horizontāli slāņos – viens slānis uz otra. Apakšējā slānī ir novietotas piecas tvertnes uz dzelzsbetona paliktņiem. Katra tvertne balstās uz diviem paliktņiem ar diviem simetriski vienādā attālumā no katras tvertnes galiem novietotiem stinguma gredzeniem – ribām, kas pielīmētas pie tvertnes. Paliktņa virsmas forma, ar kuru tas saskaras ar tvertni (ar stinguma ribu), atbilst ribas sākotnējai apaļai ģeometrijai – starp ribu un paliktņi sākotnējā stāvoklī nav spraugu. Otrajā slānī ir četras tvertnes, trešajā slānī – trīs, ceturtajā slānī – divas. Otrā slāņa tvertnes balstās uz pirmā slāņa tvertnēm ar stinguma gredzeniem, kā arī ar tiem balsta trešā slāņa tvertnes. Trešā slāņa tvertnes balstās uz otrā slāņa tvertnēm un ar stinguma gredzeniem balsta ceturtdaļā slāņa tvertnes. Katrai tvertnei ir cilindriska forma ar iekšējo diametru 2,4 m, garums 6 m, ar plakanu dibenu, kura vienā galā apakšā atrodas ievada atvērums un otrā galā augšā – izvada atvērums. Tvertnes ir plānsieniņi. Ārpusē no katras tvertnes galiem tiek uzmontētas un pielīmētas stinguma ribas, lai tām simetriski izkliedētu stingumu. Tvertnes vidusdaļā, piestiprinot to sānu virsmu pie tvertnes iekšējās virsmas, tiek novietots biofiltrējošs elements (visā garumā no viena tvertnes dibena līdz otram) ar augstumu 1 m un filtrējošās masas īpatnējo svaru  $500 \text{ kg/m}^3$  tā, lai piesārņotais gaiss, ieejot tvertnes apakšējā daļā, ar spiedienu tiktu izspiests cauri filtrējošai masai un, savācoties tvertnes tilpuma augšējā daļā, caur izvada atvērumu tiktu izvadīts tālāk, nokļūstot nākamās tvertnes ieejas atvērumā.

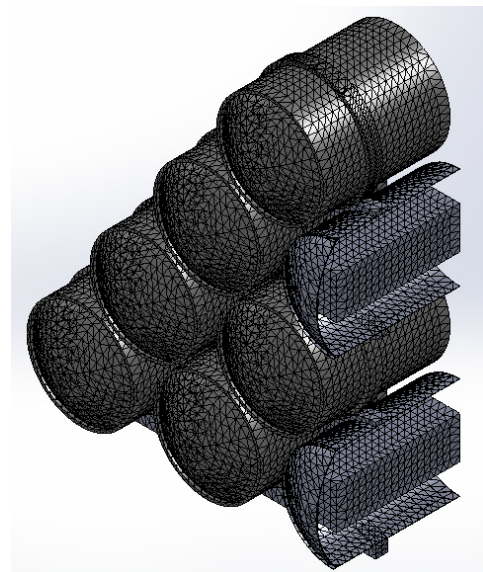
Tvertnes izgatavotas no slāņaina stiklaplasta. Tvertņu izgatavošanā izmantotas divas tehnoloģijas. Pirmajā gadījumā materiālu uzklāja manuāli uz cilindriskas formas, piesūcinot to ar polimēru sveķiem. Otrajā gadījumā tvertnes cilindrisko daļu uztina uz rotējošas cilindriskas formas, un vēlāk uz cilindriskās čaulas simetriskā attālumā no tās galiem uztina stinguma ribas, piesūcinot tās ar sveķiem [1]–[3].

Filtrējošās konstrukcijas stiprība tika noteikta šādos etapos:

- tika modelētas visas filtrējošās konstrukcijas spriegumu deformētais stāvoklis;
- lai precizētu rezultātus, tika izveidots konstrukcijas nedeformējama modelis, kura ietvaros tika noteikti tvertņu savstarpējās mijiedarbības spēki;
- secīgi tika modelēti dažādu tvertņu spriegumu deformētie stāvokļi, nosakot lielāko lokālo spriegumu apgabalu. Analizējot visvairāk noslogotos apgabalus un izskatot visas tvertnes, tika atrasts visvairāk noslogotais apgabals visā filtrējošajā konstrukcijā. Salīdzinot iegūto ekvivalento sprieguma vērtību ar pieļaujamo, tika izdarīts secinājums par konstrukcijas izmēru piemērotību. Šī procedūra tika veikta atkārtoti, mainot tvertnes sienīņu un stinguma gredzena biezumu ar 1 mm soli, tāda veidā nosakot konstrukcijas ģeometriju ar minimālu materiāla ieguldījumu.

## II. SPRIEGUMU DEFORMĒTĀ STĀVOKĻA MODELĒŠANA VISAI FILTRĒJOŠAJAI KONSTRUKCIJAI

Lai noteiktu spriegumu deformēto stāvokli filtrējošajā konstrukcijā, tika izveidots tās modelis (sk. 1. att.) *SolidWorks* vidē ar turpmāko nolūku pielietot galīgo elementu metodi (GEM).

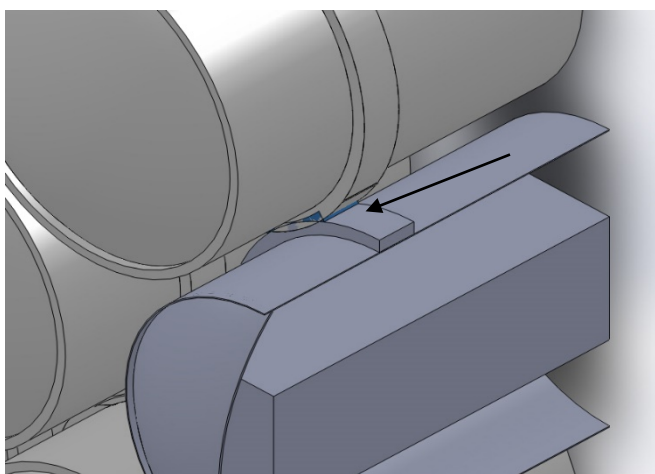


1. att. Filtrējošās konstrukcijas modelis *SolidWorks* vidē.

Tvertnes ir lielformāta plānsieniņu konstrukcijas, un deformējoties tajās var veidoties ievērojami pārvietojumi, kuru rezultātā iespējama kontaktvirsmu savstarpēja slīdēšana tvertņu kontaktu vietās konstrukcijas montāžas laikā.

Skaitliski šo situāciju var modelēt šādi: ģeometriski pareizas cilindriskas formas tvertnes tiek saliktas filtrējošā konstrukcijā, pēc tam tiek uzdoti pārvietojumu ierobežojumi un slodžu simetrijas nosacījumi un tiek pielikts konstrukcijas svārs. Tvertnes deformējas, kontaktā esošās virsmas mainās (mainās lokācija un lielums), un starp tām notiek slīdēšana ar berzi. Skaitliski kontakta vietu deformēšanās un slīdēšana jāmodelē, ar kontakta elementiem sadalot noslēguma deformēta stāvokļa iestāšanos posmu soļos (kuros tiek palielināta konstrukcijai pieliktā slodze – svārs no nulles līdz galīgām konstrukcijas svāram) un katra soļa ietvaros, izrēķinot pārvietojumus un spriegumu deformēto stāvokli, kā arī kontaktvirsmu izmaiņas. Tad jaunām virsmām (kuras bijušas kontaktā, izdarot iepriekšējos slodzes soļus) jāuzliek kontakta elementi un jāpalielina ārējās slodzes (konstrukcijai pieliktais svārs) līdz nākamā soļa vērtībai.

Šī procedūra ir laikietaipīga (vienlaikus jāapskata visas tvertņu kontakta vietas) un stipri sarežģī aprēķinus. Lai no tā izvairītos aprēķinos, starp tvertņēm to kontaktu vietās tika ievietotas plānas mīkstas starplikas (ar krietni zemākiem Junga un bīdes moduļiem salīdzinājumā ar tvertņu materiālu). Tādā veidā noformulētais uzdevums *SolidWorks* vidē ir parādīts 2. attēlā.

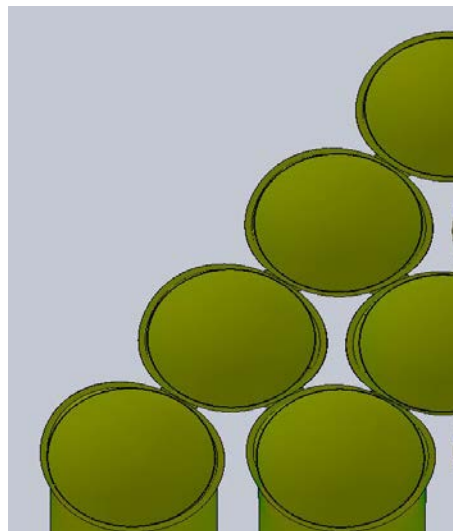


2. att. Filtrējošās konstrukcijas modelis ar starpliku *SolidWorks* vidē.

Aprēķinos izmantotas materiālu īpašības [1] un [2]: starpliku materiāla Junga modulis  $E_p = 6,1 \cdot 10^6$  Pa, bīdes modulis  $G_p = 2,9 \cdot 10^6$  Pa un Puasona koeficients  $\mu_p = 0,49$ . Tvertņu materiāls: manuāli veidots laminēts stiklaplasts ar Junga moduļiem  $E_{zz}^s = 2,5 \cdot 10^{10}$  Pa,  $E_{rr}^s = 1,25 \cdot 10^{10}$  Pa,  $E_{\theta\theta}^s = 1,25 \cdot 10^{10}$  Pa, bīdes moduli  $G_{z\theta}^s = 2,43 \cdot 10^9$  Pa un Puasona koeficientu  $\mu_{z\theta}^s = 0,2$ ; stiklaplasta īpatnējais svārs  $\gamma^s = 1800$  kg/m<sup>3</sup>, filtrējošās masas īpatnējais svārs  $\gamma^f = 500$  kg/m<sup>3</sup>,  $E^f = 6,1 \cdot 10^6$  Pa,  $\mu^f = 0,49$ .

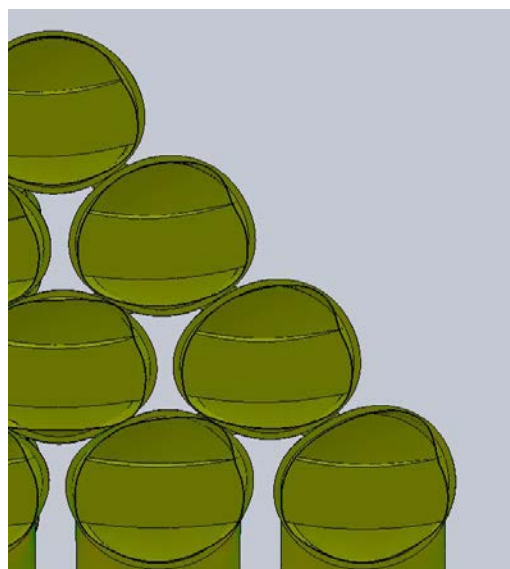
Aprēķini tika veikti tvertņēm ar sienīņu biezumu 7–100 mm, ribu platumu 200 mm un augstumu 20–100 mm. Filtrējošās konstrukcijas kopējais deformētais stāvoklis, ja sienīņu

biezums ir 7 mm un ribu platums ir 200 mm un augstums – 100 mm, parādīts 3. un 4. attēlā.



3. att. Filtrējošā konstrukcija deformētā stāvoklī (skats no ārpusēs).

Vislielākais spriegums konstrukcijā veidojās tvertnes Nr. 6 stinguma gredzenā. Ir vērts atzīmēt, ka viena varianta aprēķins, lietojot parasto datoru un relatīvi rupju dalījumu tīklu (divi elementi tvertnes biezumā), aizņēma vairākas stundas. Tas bija iemesls, lai meklētu rezultātu precizēšanas ceļus.

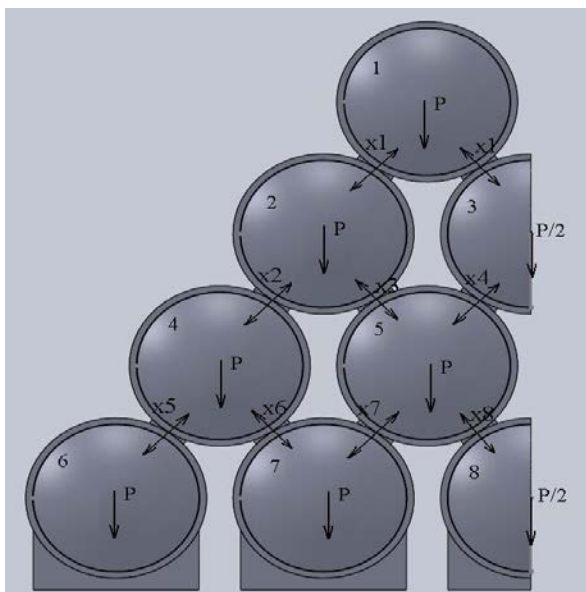


4. att. Filtrējošā konstrukcija deformētā stāvoklī (skats no iekšpusēs).

### III. TVERTŅU SAVSTARPĒJAS MIJIEDARBĪBAS KONTAKTA SPĒKU APRĒĶINĀŠANA

Lai precizētu iegūtos rezultātus, uzdevuma risinājums tika sadalīts divās daļās. No sākuma, uzskatot tvertnes par nedeformējamām, tika sastādīta savstarpējo kontakta slodžu shēma (skat. 5. att.). Projicējot savstarpējās mijiedarbības spēkus starp tvertņēm uz vertikālo un horizontālo asi, tika iegūta vienādojumu sistēma (2). Spēks  $P$  sistēmā (2) ir vienas

tvirtnes svars un ir atkarīgs no tās sienas biezuma un stinguma, kā arī no gredzena ģeometrijas.



5. att. Statiskā shēma. Savstarpējās mijiedarbības spēki starp tvirtnēm, kad uz tām darbojas gravitācijas spēks.

$$2 \cdot x_1 \cdot \cos \alpha = P,$$

$$x_2 \cdot \cos \alpha + x_3 \cdot \cos \alpha = P + x_1 \cdot \cos \alpha,$$

$$x_4 \cdot \cos \alpha = 0.5 \cdot P + x_1 \cdot \cos \alpha,$$

$$x_5 \cdot \cos \alpha + x_6 \cdot \cos \alpha = P + x_2 \cdot \cos \alpha,$$

$$x_7 \cdot \cos \alpha + x_8 \cdot \cos \alpha = P + x_3 \cdot \cos \alpha + x_4 \cdot \cos \alpha, \quad (2)$$

$$x_2 \cdot \sin \alpha - x_3 \cdot \sin \alpha - x_1 \cdot \sin \alpha = 0,$$

$$x_5 \cdot \sin \alpha - x_6 \cdot \sin \alpha - x_2 \cdot \sin \alpha = 0,$$

$$x_8 \cdot \sin \alpha + x_4 \cdot \sin \alpha = x_7 \cdot \sin \alpha + x_3 \cdot \sin \alpha.$$

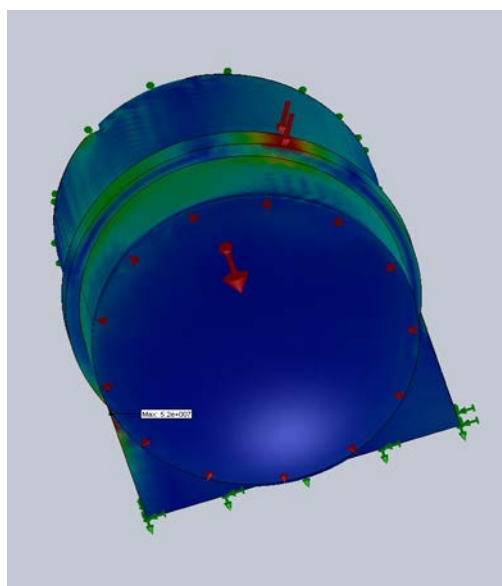
Tika iegūts sistēmas skaitliskais atrisinājums gadījumos, kad tvirtņu sienas biezums  $h$  mainījās no 7 mm līdz 100 mm un ribas augstums mainījās no 20 mm līdz 100 mm, ja platums bija 200 mm. Pēc tam, kad bija noteikti tvirtņu mijiedarbības spēki, tika veidots GEM modelis vienai atsevišķai tvirtnei *SolidWorks* vidē.

#### IV. VIENAS TVERTNES SPRIEGUMU DEFORMĒTĀ STĀVOKĻA NOTEIKŠANA

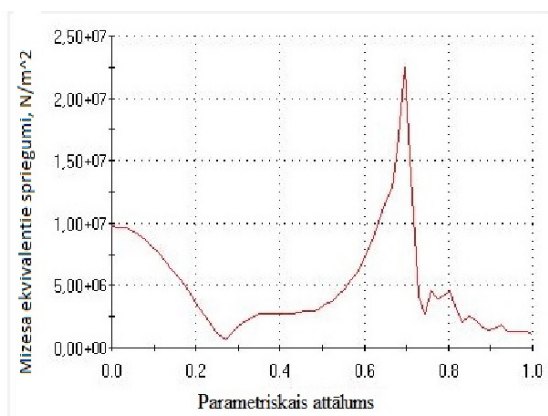
Jāpiemin, ka tvirtnes dažādās vietās ir slogotas dažādi – simetriski un nesimetriski – un nepastāv iespēja, balstoties tikai uz spēkiem, noteikt vissmagāk noslogoto tvirtni. Tāpēc skaitliskai (GEM) analīzei secīgi tika pakļautas visas apakšējo divu slāņu tvirtnes. Par stiprības kritērijiem tika aplūkoti lielāko spriegumu un Mizesa kritēriji. Mizesa ekvivalentā sprieguma kritērijs (1) [4]

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_{ZZ}^2 - \sigma_{ZZ}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}^2 + 3\sigma_{Z\theta}^2} \quad (1)$$

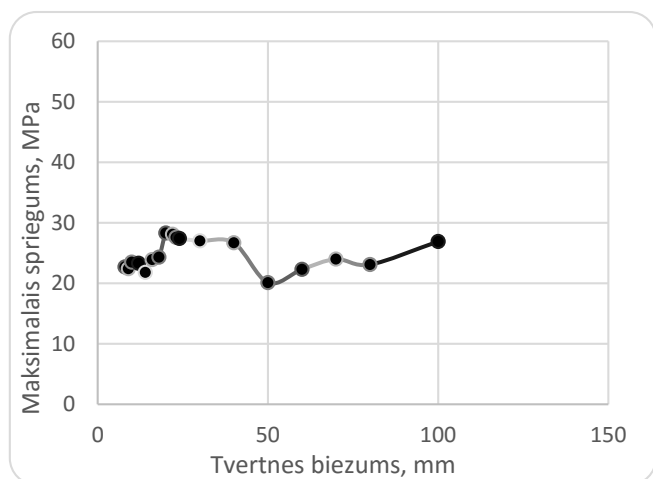
nosaka kritiskā stāvokļa iestāšanos vietās ar lielākiem bīdes spriegumiem (un tas parasti tiek izmantots, lai noteiktu plastisko deformāciju iestāšanos metāla konstrukcijās), tāpēc stiklaplastam tas var kalpot par stiprības kritēriju tikai formāli. Ir vērts atzīmēt arī to, ka lieces slogojumam plaknē (plakne iet caur stinguma gredzenu), kas ortogonāla tvirtnes garenasij pie tāda stinguma gredzena savienojuma ar tvirtni, kurš izrādījās lielākais visā konstrukcijā, ir izteikta aploces sprieguma dominante, pateicoties kurai Mizesa kritērijs un maksimālo normālo spriegumu kritēriji noteica par bīstamu vienu no to pašu vietu.. Aprēķini tika veikti, mainot tvirtnes biezumu no 7 mm līdz 100 mm ar soli 1 mm un gredzena augstumu no 20 mm līdz 100 mm. Gredzena platums no tehnoloģiskiem apsvērumiem tika pieņemts vienāds ar 200 mm. Salīdzinot ekvivalenta sprieguma vērtības vissmagāk noslogotajā tvirtnes punktā dažādās tvirtnēs (apskatītā tvirtņu ģeometriju izmaiņas diapazonā), ir iespējams secināt, ka visnoslogotākā tvirtne ir tvirtne ar numuru 6. Tā ir malējā tvirtne no apakšējās rindas (skat. 6. un 10.a attēlu). Lai pārlicinātos par to, ka visnoslogotākā ir tvirtne Nr. 6, tika veikta skaitliskā analīze tvirtnēm Nr. 7, 8, 4 un 5. Piemēram, ja sienas biezums ir 9 mm un stinguma gredzena augstums ir 100 mm, lielākais ekvivalentais spriegums pēc Mizesa kritērija tvirtnes Nr. 6 visvairāk noslogotajā punktā ir 22,4 MPa, tvirtnē Nr. 7 – 21,6 MPa, tvirtnē Nr. 8 – 13,8 MPa, bet tvirtnēs Nr. 4 un 5 – attiecīgi mazāk. Maksimālie spriegumi visām apakšējās rindas tvirtnēm rodas gredzena pamatnes zonā, gredzena šķēlumā zem vietas, kur uz tvirtni Nr. 6 balstās tvirtne Nr. 4. Veiktie aprēķini liecināja, ka spriegumi, kas veidojas tvirtnes Nr. 6 betona pamatnes malējā ragā, ir lielāki par maksimālajiem spriegumiem tvirtnēs. Tvirtne Nr. 6 cenšas nolauzt šo ragu. Tas jāņem vērā, projektējot betona pamatnes. Ārējais sloojums cenšas pārlauzt gredzenu tā plaknē.



6. att. Mizesa spriegumi tvirtnes Nr. 6 sienās.



7. att. Lielāko ekvivalento spriegumu atkarība no distances gar stinguma gredzena iekšējo malu tvertnei Nr. 6.



8. att. Lielāko ekvivalento spriegumu atkarība no tvertnes sienīņu biezuma konstrukcijā.

Lielākie spriegumi veidojas gredzenā tā savienojuma vietā ar čaulu. Ekvivalentais spriegums uz gredzena iekšējo pusi, virzoties gar to, ir parādīts parametriskā veidā 7. attēlā. Parametra vērtība 0 atbilst gredzena saskarsmes punktam ar betona atbalsta ārējo ragu, un 1 atbilst betona atbalsta iekšējā raga balstīšanas punktam uz gredzenu. Pīķis uz līknes atbilst ekvivalentā sprieguma vērtībai 22,4 MPa un ir izteiktais maksimums visa gredzena garumā. Aprēķini lielākiem ekvivalentiem spriegumiem, mainot tvertnes biezumu (ar soli 1 mm) no 7 mm līdz 100 mm, ir parādīti 8. attēlā. Tvertņu izgatavošana ar biezumu <7 mm ir tehnoloģiski apgrūtināta. Gredzena platums ir 200 mm, bet augstums tehnoloģisku apsvērumu dēļ tika ņemts 100 mm. Drošības koeficients minētā tipa konstrukcijai ir 8, pieļaujamais spriegums ir 22,5 MPa. Ekvivalenti spriegumi tika iegūti, pielietojot Mizesa stiprības kritēriju, kas dod nedaudz paaugstinātu rezultātu. Konstrukcijas biezums, kas apmierina šos nosacījumus, ir 9 mm. Palielinot tvertņu biezumu, palielinās to stiprība, taču vienlaikus

palielinās arī to svars, kas arī nosaka maksimālo spriegumu atkarību no biezuma. Jāatzīmē, ka biezums, kas lielāks par 15 mm, ir nepievilcīgs arī no ekonomiskiem apsvērumiem.

## V. SECINĀJUMI

Darbs ir veltīts liela gaisa filtra stiprības analīzei. Filtrs sastāv no slāņaina stiklaplasta tvertnēm, kas saliktas piramidālā konstrukcijā. Konstrukcija ir statiska, tāpēc spriegumu lauks katras tvertnes sienīņās veidojas no tvertnes pašsvara un to tvertņu svāra, kuras no augšējiem slāņiem spiež uz doto tvertni. Tika realizētas divas dažādas pieejas. Pirmajā gadījumā tika modelēta visa konstrukcija. Spriegumu deformētais stāvoklis tajā tika skaitliski aprēķināts, izmantojot GEM programmu *SolidWorks*. Maksimāli noslogotākā izrādījās tvertne Nr. 6. Otrajā gadījumā tika noteikti kontakta spēku lielumi starp tvertnēm, uzskatot, ka tās ir cietas un nedeformējamas. Aprēķini tika veikti, izmantojot programmu *MathCad*. Visvairāk slogotās tvertnes Nr. 4, 5, 6, 7, 8 tika skaitliski pētītas katra atsevišķi, izmantojot GEM programmatūru *SolidWorks*, sadalot katru tvertni elementos un nosakot spriegumus tajā, izmantojot par robežnosacījumiem iepriekš aprēķinātus kontakta spēkus starp tvertnēm. Visvairāk noslogota izrādījās tvertne Nr. 6. Konstrukcijā tika noteikti maksimālie ekvivalentie spriegumi (ar maksimālo spriegumu un Mizesa ekvivalento spriegumu kritērijiem), mainot tvertņu sienīņu biezumus diapazonā no 7 mm līdz 100 mm atbilstoši tvertņu ģeometrijai. Abi piegājieni uzrādīja līdzīgus rezultātus, par visvairāk noslogoto tvertni nosakot tvertni Nr. 6. Stiprības noteikumus apmierina konstrukcija ar tvertņu sienīņas biezumu 9 mm.

## PATEICĪBAS

Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā Nr. 2013/0025/1DP/1.1.1.2.0/13/APIA/VIAA/019 „Jaunie "gudrie" nano-kompozītie materiāli ceļiem, tiltiem, būvēm un transporta mašīnām”.

## LITERATŪRAS SARAKSTS

1. Schwartz, M. M. *Composite materials. Volume 1: Properties, non-destructive testing, and repair.* Prentice Hall, Old Tappan, NJ, 1997. 432 p.
2. Strong, A. B. *Plastics: materials and processing.* Perason Prentice Hall, 2006. 917 p.
3. Jones, R. M. *Mechanics of Composite materials.* Blacburg, Virginia: Taylor & Francis, 1999. 519 p.
4. Феодосьев, В. И. *Сопротивление материалов.* Москва: МГТУ, 1999. 592 с.

**Andrejs Krasnikovs**, *Dr. sc. ing.*, Professor, Head of the Laboratory for Concrete Mechanics, Institute of Mechanics, Riga Technical University. Address: 6k Ezermalas iela, Riga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089159; Fax: +371 67089746; E-mail: akrasn@latnet.lv

**Vitalijs Zaharevskis**, *M. sc. ing.*, researcher, Riga Technical University. Address: 6k Ezermalas iela, Riga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089159; Fax: +371 67089746; E-mail: vitalijs.zaharevskis@rtu.lv

**Andrejs Krasnikovs, Vitalijs Zaharevskis. Strength calculation of fiberglass structure**

This article presents the results of strength calculation for a large air-filter structure consisting of a set of cylindrical fiberglass tanks assembled into a pyramid. Inside each tank, a filter element is fixed. The tanks are connected by pipes so that the polluted air is entering the first tank, is going further through all other tanks, and is purified by the filters located in them. The construction is static, and the stress states in the walls of each particular tank are formed by the deadweight of the tank, as well as by the weight of the tanks located above. Two approaches were executed. First approach: the whole structure's (according to symmetry conditions, one-fourth of the structure was observed) stress state was simulated using the FEM (Finite Element Method) software SolidWorks. Second approach: equilibrium state of one tank calculation was realized. At first step, mutual contact forces between the tanks in filtering structure were calculated under the assumption about full rigidity (no deformability) of the tanks. The obtained contact forces were used as boundary conditions for each particular tank. At second step, all more heavily loaded tanks (i.e., all tanks in the first two layers) were separately numerically analyzed (using FEM software SolidWorks). The model and the calculated deformed states were carefully analyzed. A few more heavily loaded tanks were numerically investigated by observing each of them separately (using FEM (Finite Element Method) mesh) with contact interaction forces between them working as external local loading conditions. The first outer tank in the first bottom row of tanks was recognized as the most heavily loaded tank in the structure. An acceptable tank's wall thickness corresponding to loads existing in the structure was obtained.