

ISSN 1407-8015

TRANSPORT AND ENGINEERING  
MAŠINZINĀTNE UN TRANSPORTS

2007-8015

QUALITY AND RELIABILITY  
KVALITĀTE UN DROŠUMS

## SLEEPER LOAD ANALYSIS OF PORTAL CRANE TRACK

## PORTĀLCELTŅA SLIEŽU CEĻA BALSTU SLODŽU ANALĪZE

**Gunars Upitis**

Associate professor, dr.sc.ing.

Riga Technical University, Institute for Quality Engineering

Address: Ezermalas iela 6, Riga, Latvia, LV 1006

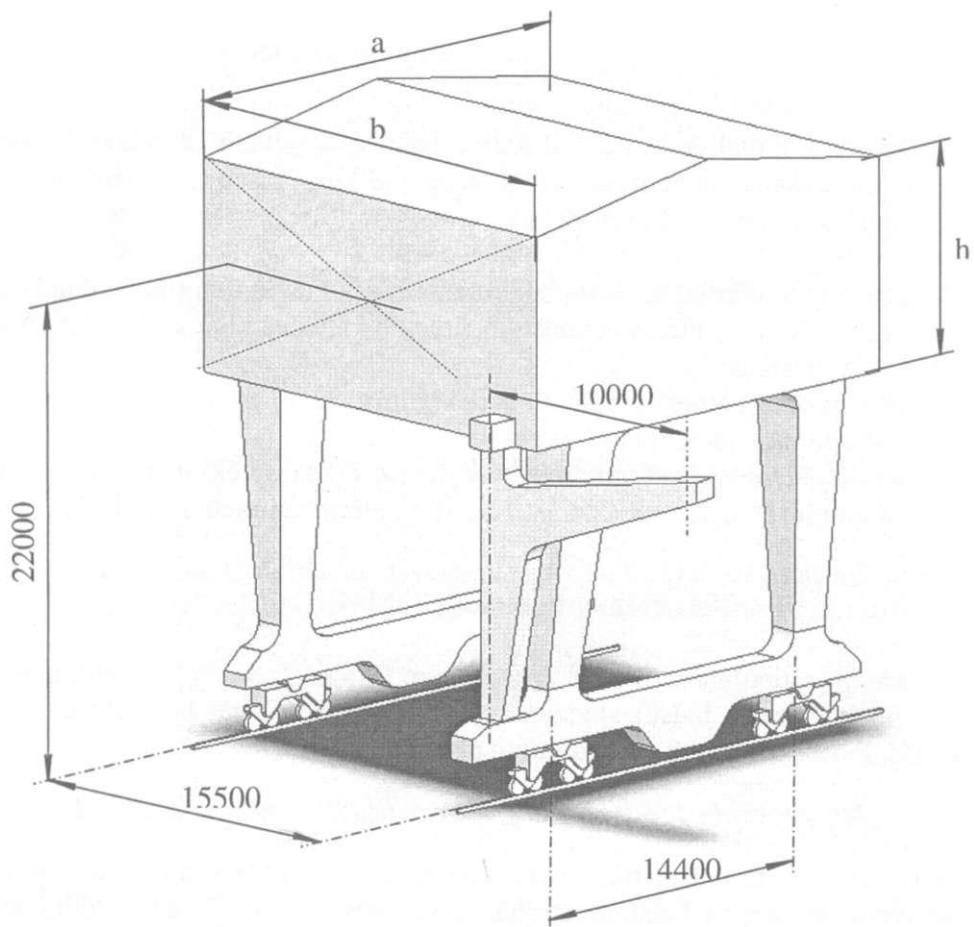
Phone: +371 7089706, Fax: +371 7089748

E – Mail: lsq @ latnet.lv

*Atslēgas vārdi: sliedes, balsti, slodzes, deformācijas .*

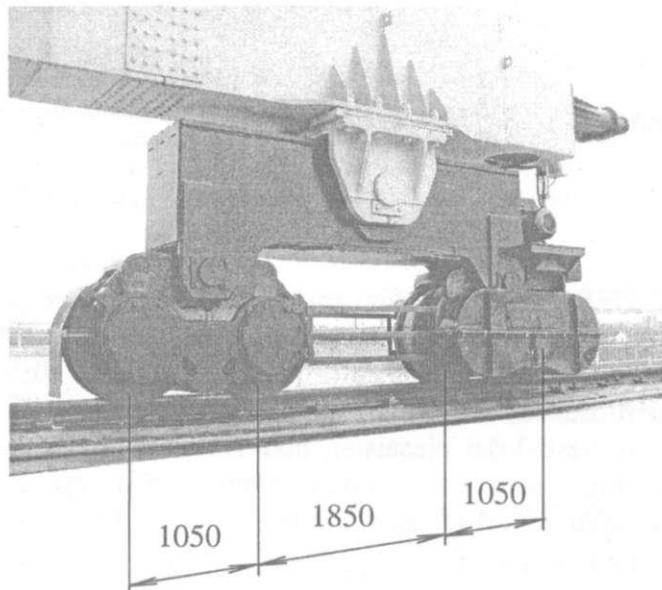
## Ievads

Portālceltņi Pļaviņu HES aizsprosta aizvaru novietošanai, izcelšanai un pārvietošanai ir lielgabarītu celšanas mašīnas (1. att.) ar celtspēju 250 T un pašsvaru 690 T. Celtni pārvietojas pa divām sliedēm KP 140, kuru balsti un stiprinājumi iestrādāti HES aizsprosta dzelzsbetona konstrukcijās. Celtni ritošā daļa sastāv no 16 riteņiem, kas izvietoti pa četriem katrā portāla balstā un, pateicoties pašestādošai piesaistei, nodrošina vienādu balsta slodzes sadalījumu uz sliedes. Ievērojot celtņa pašsvaru, kravas svaru, vēja spiediena spēkus uz celtņa metālkonstrukciju un kravu, kā arī iekustināšanas – apstādināšanas inerces spēkus, maksimālais viena riteņa spēks uz sliedi  $F \approx 70$  T.



1. att. Portālceltņa kopskats un sliežu ceļa izvietojums

Sliežu ceļš veidots no sliežu posmiem, kuru garums  $L$  svārstās no 2000 līdz 9000 mm. Par cik attālums starp portāla balstiem (14400 mm) pārsniedz garākā posma garumu, pie fiksētajiem attālumiem starp riteņiem (2. att.) atsevišķu sliedes posmu var slogot  $R = 1, 2, 3$  vai 4 riteņi, kas, celtnim pārvietojoties, atrodas dažādās sliedes posma vietās un dažādā novietojumā attiecībā pret sliežu balstiem, kas seko ar vidējo soli  $S \approx 750 \pm 50$  mm.



2. att. Celtna riteņu izvietojums uz sliedes

Sliežu ceļa slodžu analīzes aktualitāti nosaka dažādie ilgstošā ekspluatācijā novērotie bojāumi: sliežu betona balstu plāsāšana un izdrupšana, tērauda paliktņu izliece, stiprinājuma skrūvju atraušana, sliežu izkustēšanās no fiksētā stāvokļa.

No analīzes viedokļa sliede aplūkojama kā statiski nenoteicama vienlaidus sija uz daudziem ( $N > 2$ ) balstiem, kas slogota ar  $R$  koncentrētiem spēkiem riteņu un sliedes kontaktu vietās. Aprēķinos jāievēro reālā sliežu ceļa īpašības:

- sliedes, balstu un stiprinājumu elementu padevīgums,
- sliedes atbalsta punktu augstumu novirzes.

Šādai analīzei ar individuāliem ierobežojumiem piemērotas divas aprēķinu metodes – klasiskā „trīs momentu” vienādojumu (Clapeyron, 1857). un galīgo elementu metode (GEM).

### Trīs momentu metode (3MM)

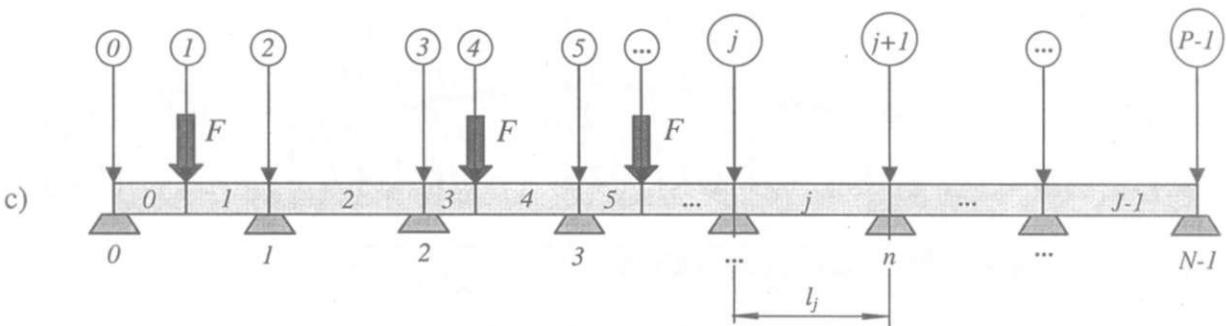
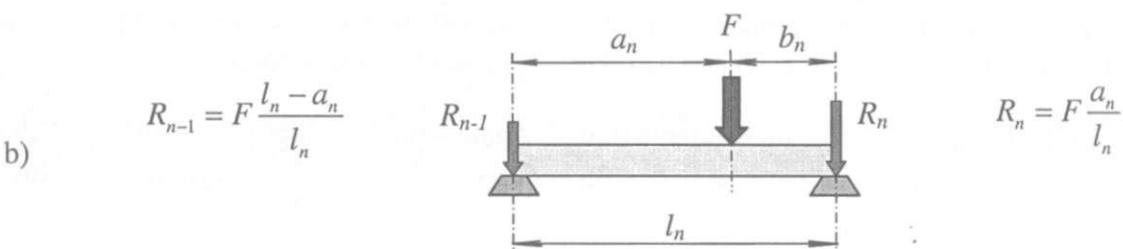
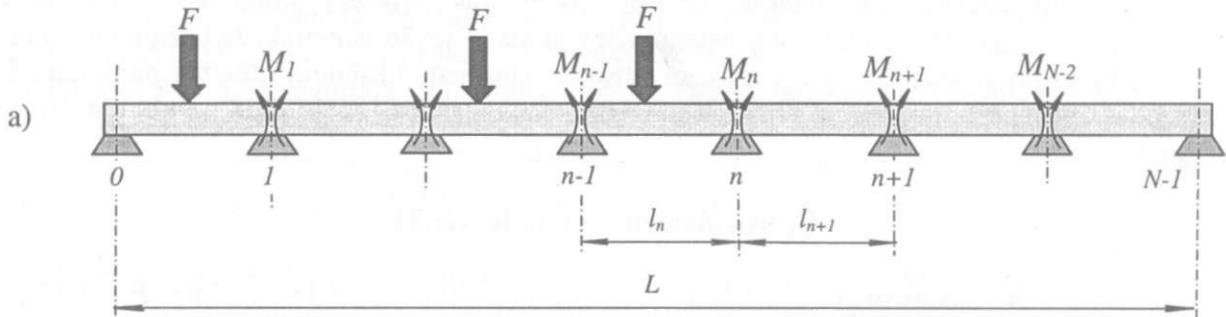
Aprēķina shēma (3a att.) – vienlaidus sija uz  $N$  balstiem ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ). Sistēma ir  $(N-2) \times$  statiski nenoteikta un lai atrastu balstu slodzes nepieciešams aprēķināt sijas lieces momentus iekšējo balstu vietās, kurus saista  $N-2$  vienādojumu sistēma [1, 3]:

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -R_n^f ; \quad n = 1, 2, \dots, N-2, \quad (1)$$

kur  $M_0 = M_{N-1} = 0$ ,  $R_n^f$  –  $n$ -tā balsta fiktīvā reakcija no ārējās slodzes momentu epīrām abās balsta pusēs, pieņemot, ka abpus balstam atrodas divas nesaistītas, 3b attēlā dotajai shēmai

atbilstošas elementāras statiski noteicamas sijas. Vispārīgi, ja riteņa spēks  $F$  pielikts abās balsta pusēs, tad

$$R_n^f = \frac{Fa_n b_n (l_n + a_n)}{l_n} + \frac{Fa_{n+1} b_{n+1} (l_{n+1} + b_{n+1})}{l_{n+1}} \quad (2)$$



3. att. Sliežu ceļa aprēķina shēmas

Pēc momentu  $M_n$  vērtību aprēķina, ko atvieglo apstāklis, ka vienādojumu sistēmas (1) koeficientu matrica ir trīs-diagonāla, faktiskās balstu reakcijas / slodzes atrodamas no sakarībām

$$R_n = R_n^f + \frac{M_{n-1} - M_n}{l_n} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_{n+1}}, \quad n = 1, 2, \dots, N-2; \quad (3)$$

$$R_0 = R_0^f + \frac{M_1}{l_1}; \quad R_{N-1} = R_{N-1}^f + \frac{M_{N-2}}{l_{N-1}};$$

Balstu augstuma novirzes  $\delta_n$  rada sliedes piespedu izlieci un lieces momentu izmaiņas. Šajā gadījumā momentu  $M_n$  aprēķinā papildinās vienādojumu (1) labā puse (2):

$$R_n^f = \frac{Fa_n b_n (l_n + a_n)}{l_n} + \frac{Fa_{n+1} b_{n+1} (l_{n+1} + b_{n+1})}{l_{n+1}} + 6EI \left( \frac{\delta_{n-1} - \delta_n}{l_n} - \frac{\delta_n - \delta_{n+1}}{l_{n+1}} \right) \quad (4)$$

kur  $EI$  – sliedes lieces stingums.

Trīs momentu vienādojumu metodē ievērots tikai sijas (sliedes) stingums – sijas balstu deformācijas no pieliktās slodzes, t.i. balstu padevīgums – ievērots netiek. Ja balstu augstums ir dažāds, tad sijas liektās ass līnija iet caur absolūti stingiem fiksētiem atbalsta punktiem, kas neatrodas uz kopējas taisnes un sijas piespiedu izlieces elastības spēki rada uz tiem atbilstošas papildus slodzes.

### Galīgo elementu metode (GEM)

GEM aprēķinā  $N$  – balstu sija tiek sadalīta  $J$  elementos ( $j = 0, 1, \dots, J-1$ ), kuriem ir  $P = J + 1$  gala jeb t.s. mezgla punkti. Vispārīgi, GEM aprēķinu precizitāte pieauga līdz ar elementu skaita palielināšanu, taču ar koncentrētiem šķērsspēkiem slogotas sijas lieces aprēķinos pietiekoši izdalīt elementus, kuru mezgla punkti atbilst balstu vai spēku darbības vietām [1]. Elementu skaits  $J$  un to garumi  $l_j$ , tādejādi, ir atkarīgi no šķērsspēku skaita un izvietojuma.

Saskaņā ar GEM teoriju, katra,  $j$ -tā, elementa mezgla / gala – punktu sloganjošie spēki  $F_j$ ,  $F_{j+1}$  un lieces momenti  $M_j$ ,  $M_{j+1}$ , lineārie  $\delta_j$ ,  $\delta_{j+1}$  un leņķiskie  $\theta_j$ ,  $\theta_{j+1}$  pārvietojumi ir saistīti ar sakarībām

$$[F]^j = [K]^j \times [\delta]^j \quad (5)$$

$$[F]^j = \begin{bmatrix} F_j \\ M_j \\ F_{j+1} \\ M_{j+1} \end{bmatrix}; \quad [K]^j = EI_j \begin{bmatrix} 12/l_j^3 & 6/l_j^2 & -12/l_j^3 & 6/l_j^2 \\ 6/l_j^2 & 4/l_j & -6/l_j^2 & 2/l_j \\ -12/l_j^3 & -6/l_j^2 & 12/l_j^3 & -6/l_j^2 \\ 6/l_j^2 & 2/l_j & -6/l_j^2 & 4/l_j \end{bmatrix}; \quad [\delta]^j = \begin{bmatrix} \delta_j \\ \theta_j \\ \delta_{j+1} \\ \theta_{j+1} \end{bmatrix};$$

Siju kopumā apraksta  $2P$  vienādojumu sistēma

$$[F] = [K] \times [\delta], \quad (6)$$

jeb izvērstā veidā

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ M_0 \\ F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \\ \vdots \\ F_{P-1} \\ M_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00}^0 & k_{01}^0 & k_{02}^0 & k_{03}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots \\ k_{10}^0 & k_{11}^0 & k_{12}^0 & k_{13}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots \\ k_{20}^0 & k_{21}^0 & k_{22}^0 + k_{00}^1 & k_{23}^0 + k_{01}^1 & k_{02}^1 & k_{03}^1 & 0 & 0 & \vdots \\ k_{30}^0 & k_{31}^0 & k_{32}^0 + k_{10}^1 & k_{33}^0 + k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & k_{20}^1 & k_{21}^1 & k_{22}^1 + k_{00}^2 & k_{23}^1 + k_{01}^2 & k_{02}^2 & k_{03}^2 & \vdots \\ 0 & 0 & k_{30}^1 & k_{31}^1 & k_{32}^1 + k_{10}^2 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & \vdots \\ \vdots & & 0 & 0 & k_{20}^2 & k_{21}^2 & k_{22}^2 + k_{00}^3 & k_{23}^2 + k_{01}^3 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{30}^2 & k_{31}^2 & k_{32}^2 + k_{10}^3 & k_{33}^2 + k_{11}^3 & \vdots \\ \dots & \ddots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \theta_0 \\ \delta_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \delta_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \delta_{P-1} \\ \theta_{P-1} \end{bmatrix}$$

kur  $k_{rs}^j$  -  $j$ -tā sijas elementa stinguma matricas  $[K]^j$  r-tās rindas  $s$ -tā stabīja elements.

Vienādojumu sistēma (6) risināma pie dažādiem robežnosacījumiem, kurus mainot iespējams modelēt sliedes balstu reālās īpašības – līmeņa novirzes vai balstu elastīgo padevīgumu:

- fiksēts mezgla punkta (balsta) pārvietojums  $\delta_j = h$  (tai skaitā  $h = 0$ ) uzdodams globālajā stinguma matricā  $[K]$  visus  $2j$ -tās rindas elementus aizvietojot ar 0, izņemot elementu  $K_{2j,2j} = 1$  un pielīdzinot  $F_j = h$ , kā rezultātā atbilstošais sistēmas vienādojums pieņem formu  $\delta_j = h$ ;

- sliedei un balstam ir kopīgas deformācijas, t.i. to stingumi summējas: balstu padevīguma ietekme novērtējama balsta stingumu  $k_b$  piesummējot matricas  $[K]$  diagonālajam elementam  $K_{2j,2j}$  un gadījumā, ja balsti ir vienādā augstumā, pielīdzinot  $F_j = 0$  [2].

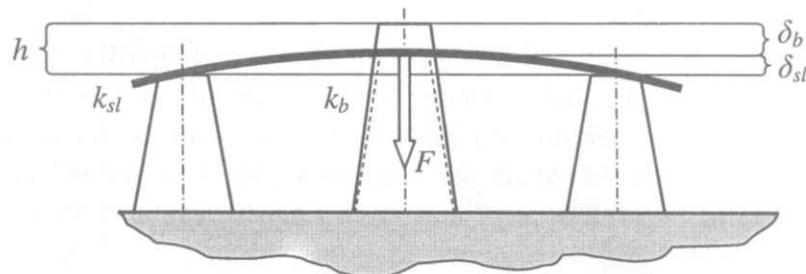
Praktiskā analīzē sliežu balstu padevīgums un to augstuma novirzes ir ievērojami kopiedarbībā. Aprēķinu algoritmu struktūru šādam gadījumam iezīmē viena atsevišķa balsta (4. att.) slodzes un deformāciju sakarības

$$F = k_{sl} \delta_{sl} = (h - \delta_{sl})k_b,$$

jeb

$$(k_{sl} + k_b) \delta_{sl} = hk_b,$$

kur  $F$  – balsta slodze,  $k_{sl}$ ,  $k_b$  – sliedes un balsta stingumi,  $\delta_{sl}$ ,  $\delta_b$  – sliedes un balsta deformācijas,  $h$  – balsta augstuma novirze. Kā iepriekš, sliedes un balsta stingumi summējas, bet vienādības labajā pusē ir spēks, kas nepieciešams balsta deformācijai līdz nominālajam augstumam. Vispārinot šo sakarību uz daudzbalstu sliedi, vienādojumu sistēma (6) pieņem formu (7), kur  $K_{ij}$  – sliedes globālās stinguma matricas elementi,  $h_n$  –  $n$ -tā balsta augstuma novirze, bet balstu stingums  $k_b$  pieņemts viscaur vienāds.



4. att. Sliedes un balsta slodze un deformācijas

$$\begin{bmatrix} K_{00} + k_b & K_{01} & K_{02} & K_{03} & 0 & 0 & \vdots \\ K_{10} & K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & \vdots \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & \vdots \\ K_{30} & K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & \vdots \\ 0 & 0 & K_{42} & K_{43} & K_{44} + k_b & K_{45} & \vdots \\ 0 & 0 & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \theta_0 \\ \delta_1 \\ \theta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 k_b \\ 0 \\ F_1 \\ 0 \\ h_2 k_b \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (7)$$

Vienādojumu skaits sistēmās (6) un (7) atbilst divkāršotam mezglu punktu skaitam, no kuriem daļa sakrīt ar sliedes balstu centriem, bet pārējos nosaka riteņu un sliedes kontakta vietas. Uz pirmajiem attiecas atbilstošo sistēmas vienādojumu koriģēšana balsta stinguma  $k_b$  ievērošanai, otrajos darbojas ārējā slodze - riteņu spēki  $F_i$ .

Atrisinot sistēmu (6) vai (7), iegūst mezglu punktu pārvietojumu vektoru  $[\delta]$ , kas ļauj aproksimēt sijas  $j$ -tā elementa un līdz ar to arī visas sijas izlieci:

$$y_j(x) = y_j + \theta_j x - \frac{3(y_j - y_{j+1}) + l_j(2\theta_j + \theta_{j+1})}{l_j^2} x^2 + \frac{2(y_j - y_{j+1}) + l_j(\theta_j + \theta_{j+1})}{l_j^3} x^3; \quad (8)$$

$$0 \leq x \leq l_j; \quad j = 0, 1, \dots, J-1$$

Sijas šķērsspēki un balstu reakcijas atrodami no sakarībām

$$Q_j(x) = EI \frac{d^3 y_j(x)}{dx^3} = \frac{6EI}{l_j^3} [2(y_j - y_{j+1}) + (\theta_j + \theta_{j+1})l_j] = const \quad (9)$$

$$R_0 = -Q_0; \quad R_n = -(Q_n - Q_{n-1}); \quad n = 1, 2, \dots, N-2; \quad R_{N-1} = -\sum_{n=0}^{N-2} R_n \quad (10)$$

Ja celtnim pārvietojoties ritenis nonāk tieši uz kāda no balstiem, tad riteņa spēku piesummē iepriekš noteiktajai šī balsta reakcijai (10).

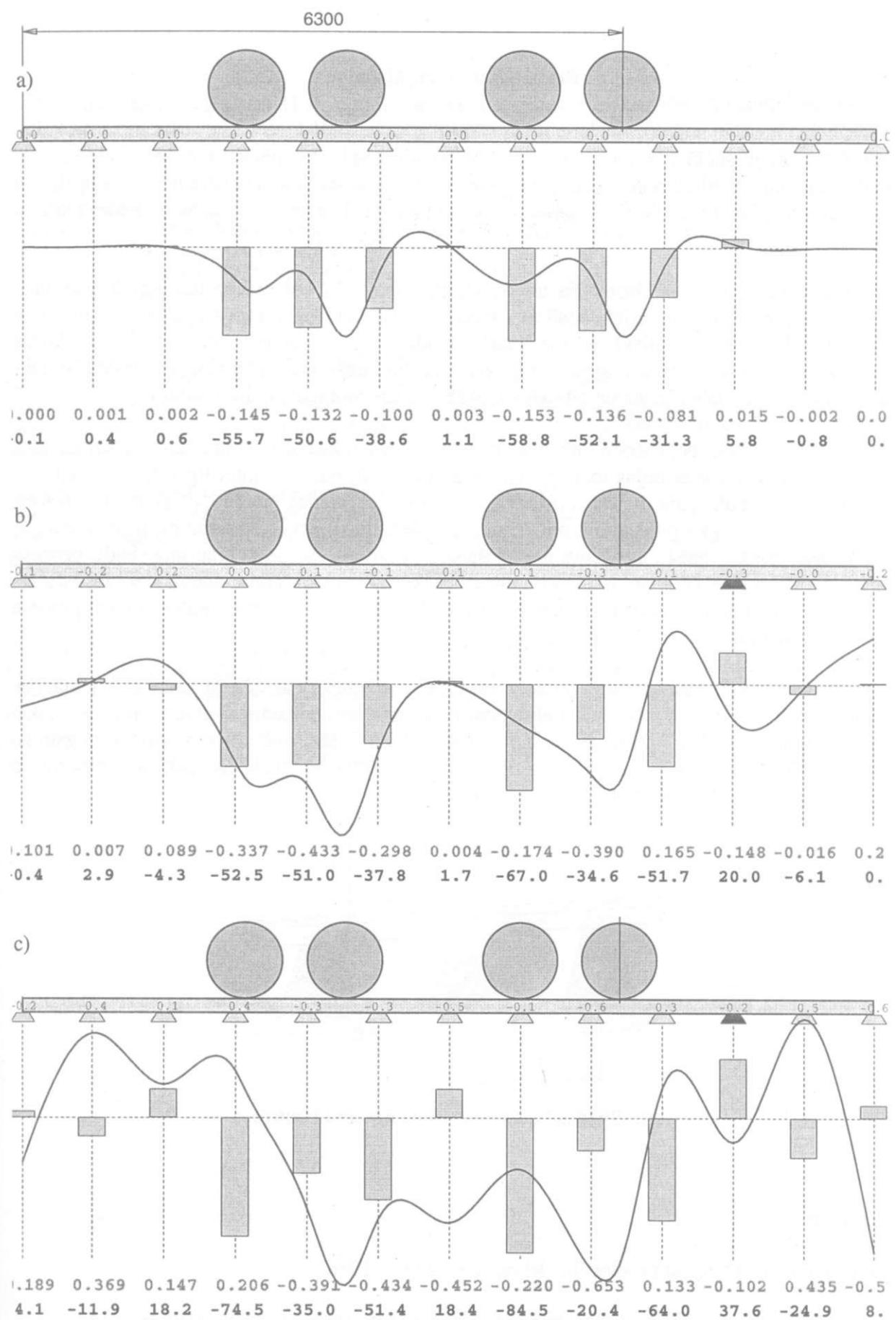
### Analīzes metožu salīdzinājums un izvēle

Abas analīzes metodes atšķiras ar aprēķinu gaitu un objekta reālo īpašību ievērošanas iespējām:

- 3MM → momenti  $M_n$  balstu vietās → balstu reakcijas  $R_n$  → sliedes lieces moments  $M(x)$  → sliedes izliece  $y(x)$ ; aprēķinos iespējams ievērot balstu augstuma novirzes,

- GEM → sliedes mezglu punktu pārvietojumi  $y_j, \theta_j$  → sliedes izliece  $y(x)$  → šķērsspēki  $Q_j$  → balstu reakcijas  $R_n$ ; aprēķinos iespējams ievērot balstu augstuma novirzes un stingumu, kā katru atsevišķi, tā abus vienlaicīgi.

Kontrolaprēķinu rezultāti (5. att.) rāda, ka 3MM, neievērojot balstu padevīgumu, izslēdz citu balstu līdzdalību slodzes uzņemšanā, ja ritenis atrodas uz kāda no balstiem (5a att); analogiskā situācijā GEM uzrāda riteņa slodzes sadalījumu pa tuvējiem - praktiski pa diviem blakus balstiem katrā slogotā balsta pusē (5b att). Balstu padevīguma neievērošana analizējot balstu augstuma noviržu ietekmi izpaužas ~20% balstu reakciju palielinājumā (5c, d att.). Tādejādi, sliežu ceļa slodžu un deformāciju precizētai analīzei piemērotāka ir galīgo elementu metode, kura ļauj iegūt objekta reālajai situācijai atbilstošākus rezultātus.



6. att. Balstu slodzes un sliedes izliece pie dažādas balstu augstuma

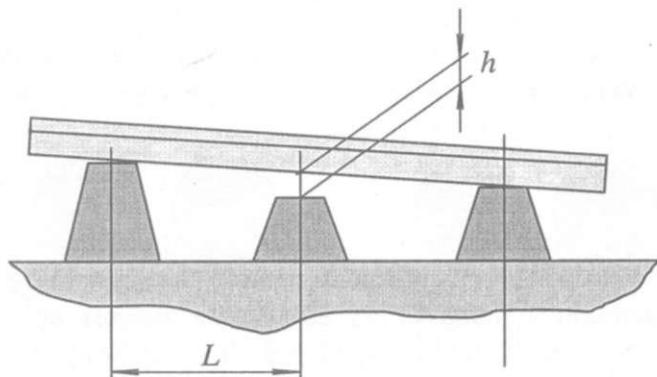
## Rezultāti un secinājumi

Pie ideāli izlīmēnotiem sliedes balstiem ( $h_n = 0; n = 0, 1, \dots, N-1$ ) un balstu stinguma  $k_b = 350$  T/mm četru riteļu spēki  $F = 70$  T katrs rada uz balstiem spiedes spēkus, kas nepārsniedz 60 T (6a att.). Vienlaicīgi, sliedes elastīgās izlieces rezultātā, uz atsevišķiem balstiem iedarbojas līdz 6 T lieli stiepes spēki, t.i. spēki, kas cenšas atraut sliedi no balsta un kurus uzņem sliedes skrūvju stiprinājumi.

Reāla sliežu ceļa noslodzi ilustrē 6a un 6b attēli, kur sliežu balstu augstumiem ir gadījuma rakstura novirzes, kas vienmērīgi sadalītas attiecīgi  $\pm 0,3$  mm un  $\pm 0,6$  mm diapazonos. Augstuma novirzēm palielinoties, būtiski pieaug balstu slodzes – gan spiedē, gan stiepē. Lielākais pieaugums ir sliedes posmos ar straujām lokālām balstu augstuma izmaiņām, kas izsauc sliedes liekuma rādiusa samazināšanos un atbilstošu iekšējā lieces momenta palielināšanos.

Svarīgs faktors sliežu ceļa slodžu analīzē ir to mainīgais raksturs – viena celtņa pārbrauciena laikā uz katu balstu iedarbojas mainīga virziena slodzes impulsu virkne. Ilgstošā ekspluatācijā šāda cikliska impulsveida balstu noslodze var būt par sliedes metāla paliktņu un betona kontaktvirsmu fretinga tipa sagraušanas cēloni - nepieļaujami liela spiediena un formas maiņas rezultātā var notikt balsta elementu atslānošanās un betona lokāla sagraušana. Šādu procesu būtiski sekmē atmosfēras nokrišņu klātbūtne, jo katrā slodzes ciklā ūdens tiek iesūkts un izspiests no kontakta, tādejādi izskalojot sagrautā materiāla daļas un veicinot procesa progresīvu attīstību.

Iegūtie analīzes rezultāti pamato galveno drošas un ilgtspējīgas sliežu ceļa ekspluatācijas priekšnoteikumu – sliedes un atbalsta elementu kontakta virsmas nedrīkst atvērties, t.i. kontakta spiediens tajās nedrīkst izzust. Priekšnoteikuma izpildei jānormē sliedes balstu augstuma novirzes  $h$  (7. att.), jākonkretizē sliedes stiprinājumu skrūvju pievilkšanas spēki un jānodrošina to kontrole sliežu ceļa uzstādīšanā un ekspluatācijā.



7. att. Sliedes balstu augstuma noviržu kontroles

## Literatūra

1. Lavendelis E. Materiālu pretestība. Rīga, "Zvaigzne", 1986.
2. The Finite Element Method /Rockey K.C., Evans H.R., Griffiths D.W., Nethercot D.A., Granada Publishing, London, 1979.

3. Рудицын М.Н., Артемов П.Я., Любошиц М.И. Справочное пособие по сопротивлению материалов. Минск, “Вышэйшая школа”, 1970.

**Upītis, G. Portālceltņa sliežu ceļa balstu slodžu analīze.**

Rakstā aplūkotas divas daudzbalstu siju analīzes metodes: trīs momentu vienādojumu un galīgo elementu metode – algoritmi, ierobežojumi un izmantošanas iespējas portālceltņu sliežu ceļa slodžu aprēķinos. Izstrādāta GEM algoritma modifikācija sijai ar elastīgi deformējamiem un nevienādā augstumā izvietotiem balstiem. Analizēta balstu augstuma noviržu ietekme uz balstu slodzēm un formulēti sliežu ceļa drošas ekspluatācijas priekšnoteikumi.

**Upītis, G. Sleeper Load Analysis of Portal Crane Track.**

Two methods of analysis of continuous multi-support beams are discussed: the three moment equation method and finite element method - algorithms, limitations and suitability for calculations of portal crane track loads. Modification of FEA algorithm for analysis of beams on elastically deformable and unequally elevated supports is presented. Influence of support height deviations on support loads has been analyzed and preconditions for reliable maintenance of track are formulated.

**Упитис, Г. Анализ нагрузок рельсовых опор портального крана.**

Рассмотрены два метода анализа многоопорных балок: метод уравнений трех моментов и метод конечных элементов – алгоритмы, ограничения и приспособленность для анализа нагрузок опор рельсов портального крана. Представлена модификация алгоритма МКЭ для анализа балок на упруго-деформируемых и неравномерно по высоте размещенных опорах. Анализировано влияние отклонений высоты опор на опорные нагрузки и сформулированы предусловия надежной эксплуатации кранового пути.