

MODELING OF MIXED EXCITATION SYSTEM

JAUKTAS SISTĒMAS IEROSMES MODELEŠANA

Alexey Klovov, student Mg.sc.dat.

Riga Technical University, Institute of Mechanics

Address: 6 Ezermalas Street, LV-1006, Latvia

Phone: +371 67089473; Fax: +371 67089746

E-mail: alex_klovov@inbox.lv

Janis Viba, professor, Dr.habil.sc.ing.

Riga Technical University, Institute of Mechanics

Address: 6 Ezermalas Street, LV-1006, Latvia

Phone: +371 67089473; Fax: +371 67089746

E-mail: janis.viba@rtu.lv

Atslēgas vārdi: nelineāras svārstības, jaukta sistēma, adaptīva ierosme, daudzu režīmu kustība, svārstību ierosināšana, svārstību slāpēšana, pārejas process

1. Ievads

Nelineāro svārstību sistēmu modelēšana tiek plaši pielietota dažādu objektu kustības analīzē tehnikā, tehnoloģijās, celtniecības un lauksaimniecības mašīnu būvē un arī sadzīvē, piemēram, vibroaizsardzībā, vibrotehnikā, mehatronikas sistēmās, biomehānikas uzdevumos. Pēdējie pētījumi parāda, ka nelineāro svārstību jomā liela vērība tiek veltīta dinamiskā haosa un katastrofu parādību analīzei. Lai veiktu šādus pētījumus, tiek sastādīti sistēmu kustības matemātiskie modeļi - kā diferenciālo vienādojumu sistēmas. Šie vienādojumi parasti ir nelineāri pret fāzu koordinātēm. Tāpēc objektu kustībā eksistē nelineāras parādības ar dažādiem kustības sākuma noteikumiem, kas modeļu analīzē var dot jaunus nelineārus efektus un ir izmantojami reālo objektu kustības sintēzē, kā arī ir iespējams novērst nevēlamas parādības haosa un katastrofu jomā.

Pētot mašīnu un mehānismu dinamiku, parasti ir jāsaskaras ar to atsevišķo daļu svārstībām [1, 2, 3]. Nelinearitātes ietekmes izpētīšana ļauj pareizi noteikt mehānisma dinamiskos rādītājus, novērtēt to elementu stiprību, ilgziturību un drošumu. Šajā darbā tiek aplūkota adaptīvi vadāma nelineāra svārstību sistēma ar vienu brīvības pakāpi. Parādīta adaptīvas sistēmas darbības efektivitāte kā pārejas procesa ātra realizācija nedaudzu ciklu laikā, kas ir pretstatā ar harmoniskiem laikā mainīgiem spēkiem, kuri nodrošina labākajos gadījumos piecas reizes ilgāku pārejas procesu.

2. Sistēmas matemātiskais modelis

Aplūkosim dinamiskas sistēmas objekta modeli ar vienu brīvības pakāpi, kuras kustības vienkāršots vienādojums ar inerciālu (nelīdzsvarota debalansa) ierosmi var būt izteikts šādi:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + f(x) = m_e e_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Šeit $m = m_0 + m_e$, $T_\omega = 2\pi/\omega$,

kur $x, \dot{x}, \ddot{x}$ – objekta koordināte, ātrums un paātrinājums;

t – laiks;

m_0 – objekta masa;

m_e – ekscentriski rotējoša masa;

b – lineāras kustības pretestības spēka raksturojums;

$f(x)$ – atjaunojošā spēka elastīgais raksturojums;

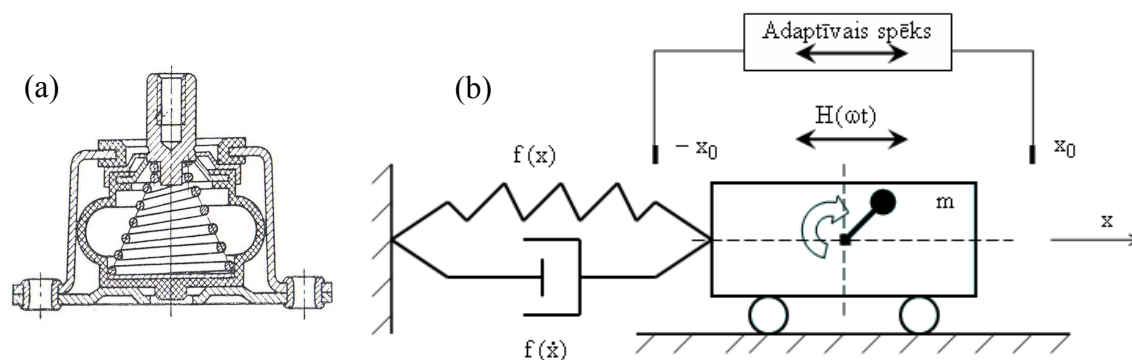
e_0 – ekscentriskums;

ω – inerciālā uzspiedēja spēka leņķiskā frekvence;

φ_0 – inerciālā uzspiedēja spēka fāze;

T_ω – inerciālā uzspiedēja spēka periods.

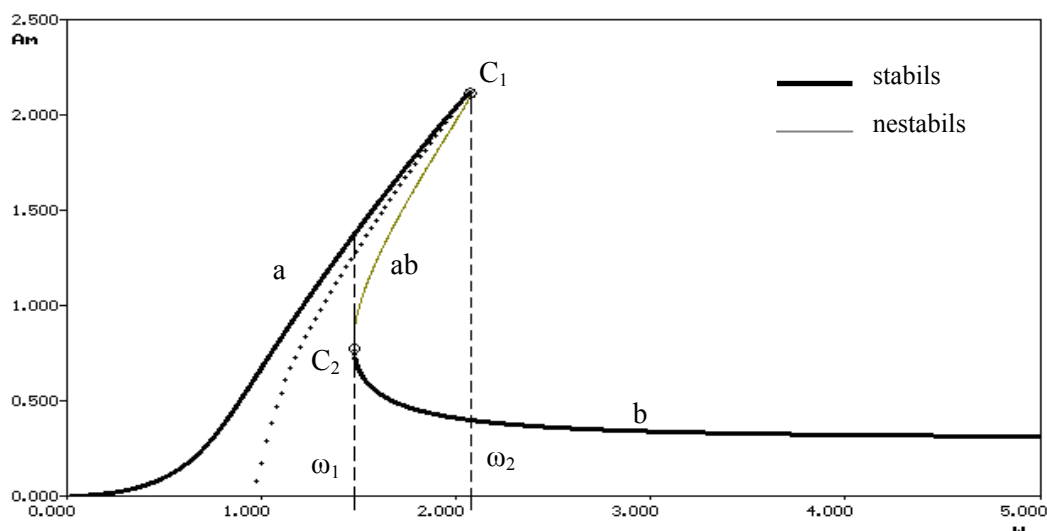
Pieņemsim, ka pētījamā objekta kustības vienādojumam (1) ir polinoma veida atjaunojošā spēka elastīgais raksturojums: $f(x) = x + x^3$ un inerciālā uzspiedēja spēka fāze $\varphi_0 = \pi/2$ (1). Šādas dinamiskās sistēmas reālā konstrukcija ar konisku atsperi, un modeļa piemērs ir parādīts 1. attēlā.



1. attēls. Pētījamā nelineāro svārstību sistēmas modeļa piemērs:

a) amortizators ar konisku atsperi [6]; b) fizikālais modelis

Pētījumā objekta izvēle ir pamatota ar to, ka reālās dinamiskās sistēmas parasti ir būtiski nelineāras, tādas, kurās atjaunojošo spēku nelinearitāte ir liela un tā jāņem vērā. Tāda svārstību kustības pārejas procesa analīze caur rezonanses zonu ar lielām svārstību amplitūdām ir aktuāla mūsdienu vibrāciju aizsardzības sistēmās [4]. Pārejas procesi ar lielām amplitūdām var radīt negatīvu reakciju uz apkārtējo vidi nepatīkamu trokšņu veidā, kā arī pie lielām dinamiskajām slodzēm var radīt bojājumus sistēmas elementos, un nav pat izslēgtas katastrofas [4]. Tajā pašā laikā vibrotehnikā tieši otrādi, ir vēlams sasniegt lielas amplitūdas ar maziem spēkiem [5]. Iepriekš minētās svārstību sistēmas kustība (ar polinoma elastību raksturojumu, ar lineāru berzi un ārēju inerciālo iedarbību) caur rezonanses zonu ar lielām amplitūdām parādīta 2. attēlā.

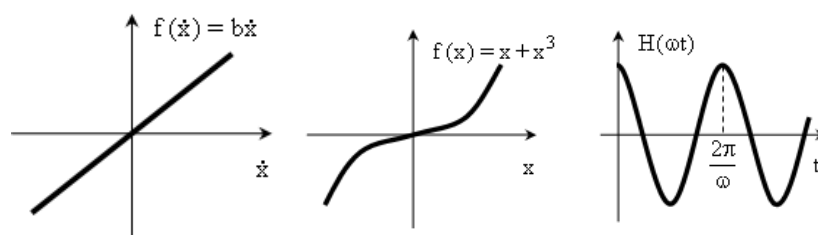


2. attēls. Svārstības sistēmas ar harmonisku ierosmi amplitūdu-frekvenču raksturojums divu režīmu apgabalā no ω_1 līdz ω_2 posmā $C_2 - C_1$ [7]

Šajā darbā parādīsim sistēmas lielo amplitūdu novēršanas vai radīšanas iespējas rezonanses zonā, ar adaptīvo spēku palīdzību. Tādā veidā aplūkosim jaukto svārstības sistēmu, kurā ir neatkarīgi divi ierosmes spēki: harmoniskais inerciālais ierosmes spēks un papildu adaptīvas vadības spēks „negatīvas” sausās berzes veidā [5]. Jauktās ierosmes pielietošanā nepieciešams pie vibrējošā objekta pievienot automātisku vadošu ierīci ar atgriezenisko saiti, kas reaģē uz sistēmas kustības amplitūdām un izstrādā komandu adaptīva spēka regulēšanai, kas savukārt samazina vai palielina kustības amplitūdu [7].

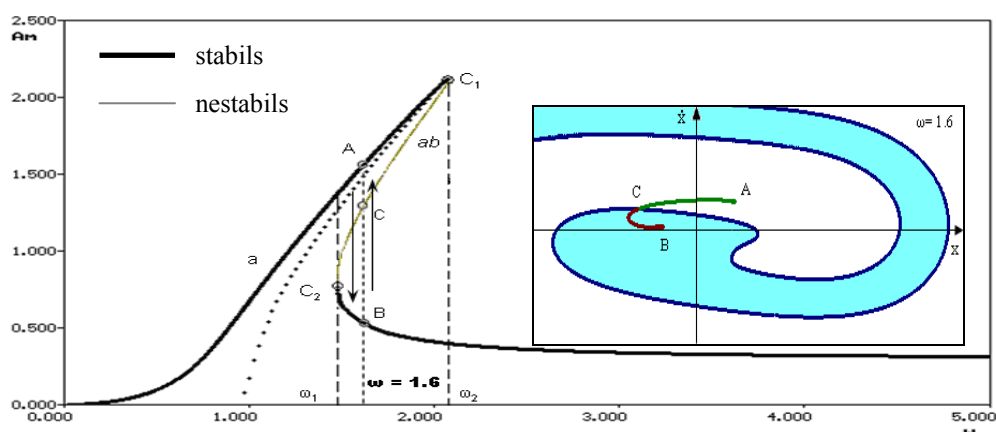
Šajā darbā netiek ievērota uzspiedēja spēka fāzes φ_0 ietekme uz pārejas procesiem pie svārstību sistēmas vadības formēšanas, tādēļ pieņemts vienkāršākais variants $\varphi_0 = 0$.

Vispirms pieņemts, ka ir dzinējs bez adaptīvas vadības (1.b att.). Notiek dzinēja lēna stacionāra ieskriešanās no rotācijas sākuma leņķiskās frekvences ω_0 līdz noteiktai darba frekvencei, kura ir vienāda ar ω_{darb} . Ieskriešanās laikā dotajā svārstību sistēmā ir novērojama daudzu režīmu kustība posmā $C_2 - C_1$. (2. att.). Šajā posmā daudzu (divu) režīmu kustība ir atkarīga no kustības sākuma noteikumiem, kā rezultātā svārstību amplitūda mainās (lēcā) no līknes a uz līkni b , nesasniedzot trešo līknes ab nestabilo režīmu (2. att.) [6].



3. attēls. Spēku raksturojumi sistēmai ar lineāro viskozo berzi, ar simetrisku polinoma elastīgo raksturojumu un inerciālo harmonisko uzspiedēja spēku $H(\omega t)$

$$\ddot{x} + 0.3\dot{x} + (x + x^3) = 0.3\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$



4. attēls. Stabilo un nestabilā periodisko režīmu bifurkācijas diagrammas sākuma noteikumi fāzu plaknē $x, \dot{x}$. Nekustīgo (periodisko režīmu) punktu (A, B, C) koordinātes ir dotas 1. tabulā

Sistēmas parametri: $f(x) = x + x^3$, $m = 1$, $b = 0.3$, $e = 0.3$, $\varphi = 0$, $k = 7$, $\omega = \text{var}$ [7]

1. tabula. Periodisko režīmu nekustīgo punktu A, B, C koordinātes (4. att.)

Režīms	x	$\dot{x}$
A	0.461212	2.156010
B	-0.508387	0.298428
C	-0.759467	1.572033

Visu trīs periodisko režīmu modelēšanas rezultāti ar komentāriem parādīti 5. –8. attēlos, kur:

n – integrēšanas soļi;

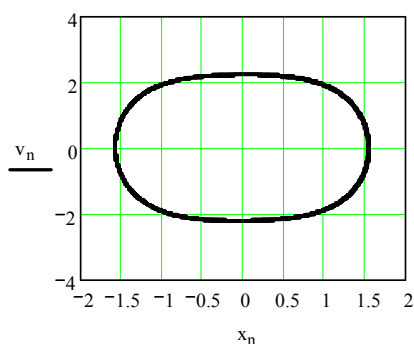
s – integrēšanas soļa garums;

x_0, v_0 – kustības sākuma noteikumi; t – laiks.

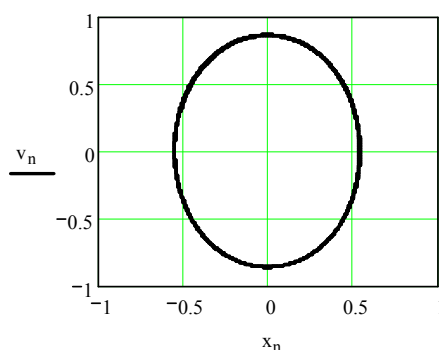
$n := 0..5000$ $s := 0.005$ $\omega := 1.6$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.461212 \\ 2.156010 \end{pmatrix} \quad t_n := n \cdot s$$

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ v_{n+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} x_n + s \cdot v_n \\ v_n + s \cdot \left[-0.3 \cdot v_n - x_n - (x_n)^3 + 0.3 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t_n) \right] \end{bmatrix}$$

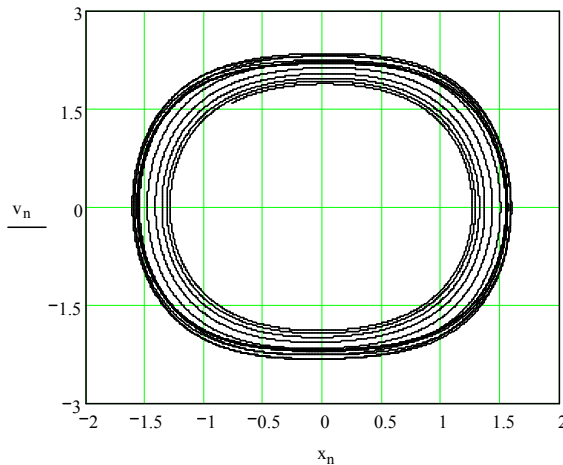


5. attēls. Lielas amplitūdas kustība fāzu plaknē ar 1. tab. sākuma noteikumiem A



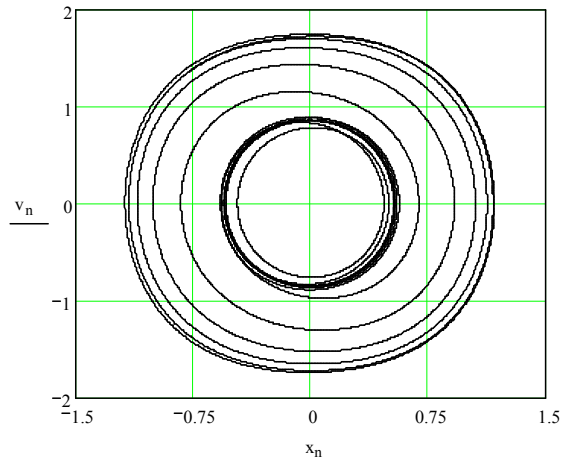
6. attēls. Mazas amplitūdas kustība fāzu plaknē ar 1. tabulas sākuma noteikumiem B

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} -0.759477 \\ 1.5720331 + 0.01 \end{pmatrix}$$



7. attēls. Kustība no nestabilā cikla uz lielas amplitūdas ciklu fāzu plaknē ar 1. tabulas nedaudz izmainītiem sākuma noteikumiem C (ātrums $+0.01$)

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} -0.759477 \\ 1.5720331 - 0.2 \end{pmatrix}$$



8. attēls. Kustība no nestabilā cikla uz mazas amplitūdas ciklu fāzu plaknē ar 1. tabulas nedaudz izmainītiem sākuma noteikumiem C (ātrums -0.2)

3. Jauktas sistēmas ierosmes modelēšana

Tālāk aplūkosim svārstību procesa regulēšana divu režīmu apgabalā (no ω_1 līdz ω_2 posmā $C_2 - C_1$) ar adaptīva spēka palīdzību: no lielas amplitūdas pa līkni **a** uz mazu amplitūdu pa līkni **b** un otrādi (2. att.). Tam nolūkam sistēmai jāpieliek papildus uzspiedēja spēks „negatīvas” vai pozitīvas sausās berzes veidā (vai adaptīvs spēks), kas atkarīgs no fāzu koordinātēm $x, \dot{x}$ šādi:

$$P(x, \dot{x}) = P_1 \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \text{sign}(x_0 - |x|), \quad (2)$$

kur P_1 – adaptīva uzspiedēja spēka amplitūda,
 x_0 – robeža, pie kuras adaptīvais spēks maina zīmi.

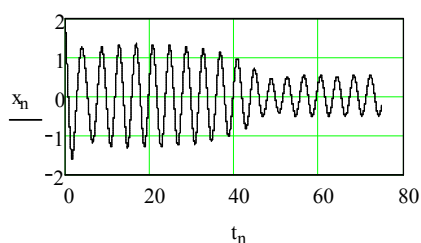
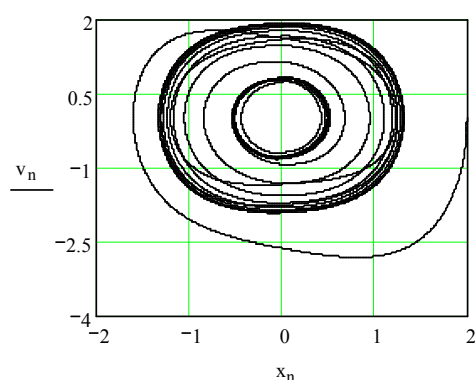
Ievietojot izteiksmi (2) vienādojumā (1), iegūsim diferenciālvienādojumu:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + x + x^3 = m_e e_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) + P_1 \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \text{sign}(x_0 - |x|). \quad (3)$$

Tika modelēti kustības vienādojumi ar adaptīva spēka pievienošanu (3), mainot divus parametrus x_0 un P_1 . Analīze parādīja, ka ar papildus jauktu adaptīvu ierosmi, mainot parametrus x_0 un P_1 , iespējams iegūt visas amplitūdas no līknes **a** līdz līknei **b** diapazonā ω_1 līdz ω_2 (4. att.). Modelēšanas rezultāti ar komentāriem doti 9. – 12. attēlos.

$$\begin{matrix} x_0 := 0.05 \\ \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad P_1 := \frac{0.3 \cdot \omega^2}{8}$$

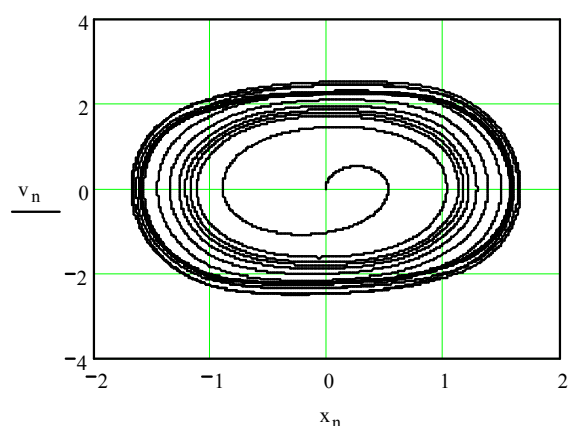
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



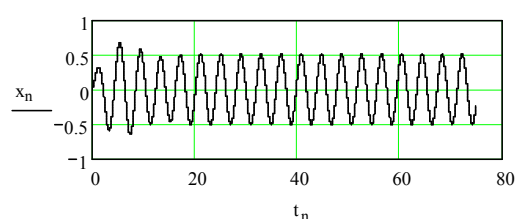
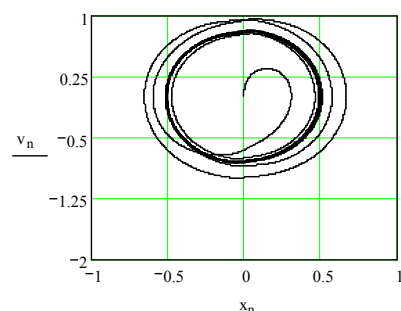
9. attēls. Pārejas process no lielas amplitūdas ($x = 2, \dot{x} = 0$) režīma A uz maza režīma B amplitūdu (skat. 7. un 8. att.). Kustība parādīta fāzu plaknē un kā pārvietojums x laikā t

$$x_0 := 1 \quad 0.3 \cdot \omega^2 = 0.768$$

$$P_1 := \frac{0.3 \cdot \omega^2}{3} \quad \begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



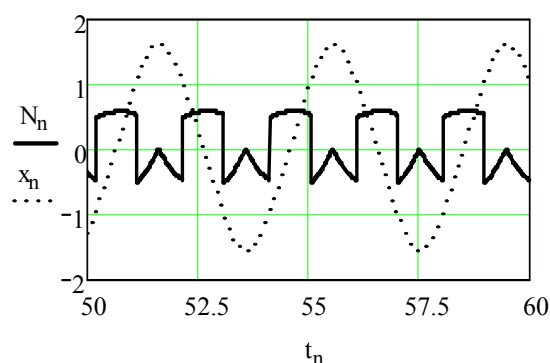
11. attēls. Pārejas process no nulles sākuma noteikumiem ($x = 0, \dot{x} = 0$) uz liela režīma A amplitūdu (skat. 8. att.). Kustība parādīta fāzu plaknē



10. attēls. Pārejas process no nulles sākuma noteikumiem ($x = 0, \dot{x} = 0$) uz maza režīma B amplitūdu (skat. 8. att.). Kustība parādīta fāzu plaknē un kā pārvietojums x laikā t

$$N_n := P_1 \cdot \text{sign}(v_n) \cdot \text{sign}(x_0 - |x_n|) \cdot v_n$$

$$n := 10000 \dots 12000$$

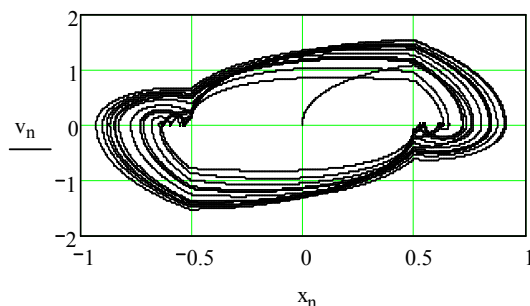
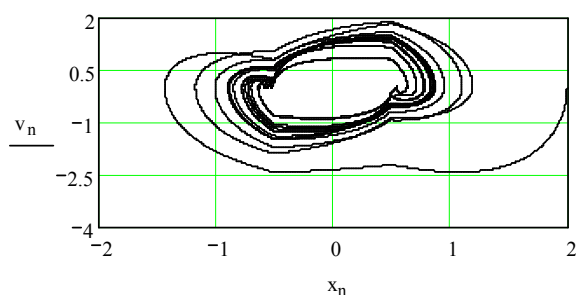


12. attēls. Adaptīvā spēka jauda pārejas procesā no nulles sākuma noteikumiem ($x = 0, \dot{x} = 0$) uz liela režīma A amplitūdu (skat. 8. att.).

$$x_0 := 0.5 \quad 0.3 \cdot \omega^2 = 0.768 \quad P_1 := \frac{0.3 \cdot \omega^2 \cdot 1.5}{1}$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

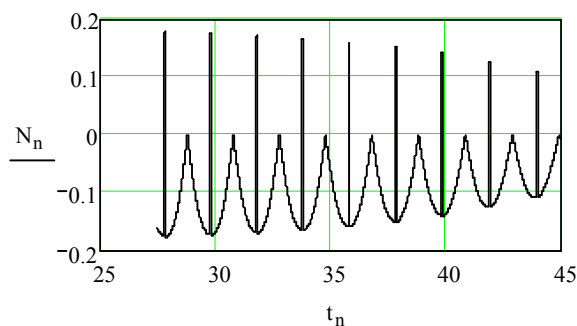


13. attēls. Pārejas process no lielas amplitūdas ($x = 2, \dot{x} = 0$) režīma A uz vidēja režīma C amplitūdu (skat. 7. un 8. att.). Kustība parādīta fāzu plaknē

14. attēls. Pārejas process ar nulles sākuma noteikumiem ($x = 0, \dot{x} = 0$) uz vidēja režīma C amplitūdu (skat. 7. un 8. att.). Kustība parādīta fāzu plaknē

$$N_n := P_1 \cdot \text{sign}(v_n) \cdot \text{sign}(x_0 - |x_n|) \cdot v_n$$

$$n := 5500 \dots 9000$$



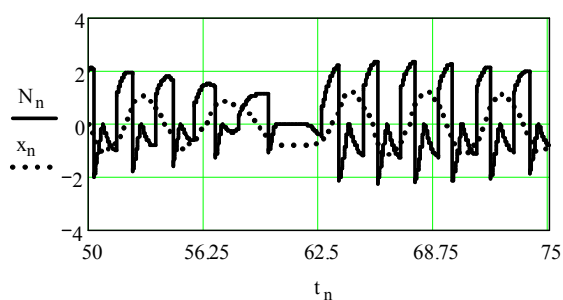
15. attēls. Adaptīvā spēka jaudas grafiks 9. attēla režīmam

$$N_n := P_1 \cdot \text{sign}(v_n) \cdot \text{sign}(x_0 - |x_n|) \cdot v_n$$

$$n := 10000 \dots 12000$$

$$N_n := P_1 \cdot \text{sign}(v_n) \cdot \text{sign}(x_0 - |x_n|) \cdot v_n$$

$$n := 10000 \dots 15000$$



16. attēls. Adaptīvā spēka jaudas grafiks 14. attēla režīmam

4. Secinājumi

Nelineārās sistēmās ar laika ierosmi noteiktā frekvenču diapazonā var eksistēt vairākas svārstību amplitūdas, kas atkarīgas no sākuma noteikumiem. Ja mašīnās un mehānismos tas var radīt nevēlamus efektus, jālieto papildus ierosmes spēki ar adaptīvu vadību, kas nodrošina tikai vienu vēlamu amplitūdu. Vibrāciju slāpēšanas iekārtās adaptīvais spēks var efektīvi dzēst svārstības, nodrošinot viena mazākās amplitūdas režīma kustību. Attiecīgi vibrotehnikas mašīnās un mehānismos adaptīvais spēks kopā ar laika ierosmes harmonisko spēku palielina svārstības līdz vēlamai maksimālai vērtībai. Tādā veidā ir parādīta jauna iespēja nelineāro svārstību izmantošanas jomā aktīvās vibrāciju aizsardzības sistēmās vai svārstību ģenerēšanā.

Literatūra

1. Zakrzhevsky M. et. al., NLO: Universal Software for Global Analysis of Nonlinear Dynamics and Chaos // In: Proceedings of the 2nd European Nonlinear Oscillations Conference - Prague, 1996.
2. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем – Москва, Наука, 1978 - 352с.
3. Закржевский М. В., Иванов Ю. М. и др. Глобальный анализ типовых существенно нелинейных колебательных систем с помощью программы NLO. Тезисы докладов IV конференции "Нелинейные колебания механических систем" - Нижний Новгород, 1996.
4. Singiresu S. Rao, Mechanical vibrations, SI Edition - University of Miami, 2005.
5. Виба Я. А. Оптимизация и синтез виброударных машин – Рига, Зинатне, 1988.
6. Диментберг Ф. М., Фролов К. В. Вибрация в технике и человек – Знание, Москва, 1987.
7. Klovovs A. Aviācijas dzinēju vibrācijas un trokšņu pazemināšana ar nelineārās dinamikas metodēm. Bakalaura darbs (vadītājs Zakrževiskis M. V.) - Rīga, 2007.

Klovovs A., Viņa J. Jauktas sistēmas ierosmes modelēšana

Aplūkota jauna iespēja vadīt nelineāras aktīvas vibroaizsardzības sistēmas ar adaptīvo spēku palīdzību. Pielietojot šo metodi, vibrējošam objektam pievieno automātisku vadošu ierīci, kurai piemīt atgriezeniska saite ar informācijas kanālu, kas, izmantojot mērīšanas ierīci, jutīgi reaģē uz sistēmas novirzēm un izstrādā komandu, kas rada pretdarbību vai līdzdarbību un dzēš vai palielina vibrāciju. Ir izpētīta jaukta svārstību sistēma, kurā ir divi neatkarīgi ierosmes spēki: harmoniskais inerciālais ierosmes spēks un papildu adaptīvas vadības spēks „negatīvas” sausās berzes veidā. Parādīta adaptīvā spēka darbības efektivitāte kā pārejas procesa ātra realizācija nedaudzu ciklu laikā, kas ir pretstatā laikā mainīgiem harmoniskiem spēkiem, kuri labākā gadījumā nodrošina piecas reizes ilgāku pārejas procesu. Vibrāciju slāpēšanas iekārtās adaptīvais spēks var efektīvi dzēst svārstības, nodrošinot viena mazākās amplitūdas režīma kustību. Attiecīgi vibrotehnikas mašīnās un mehānismos adaptīvais spēks kopā ar laika ierosmes harmonisko spēku palielina svārstības līdz vēlamai maksimālai vērtībai.

Klovov A., Viņa J. Modeling of mixed excitation system

The new possibility of the nonlinear active vibration isolation system control is considered by using of adaptive force. This possibility contains in tacking to the vibrating object of automatic controlling device, possessing with a “feedback coupling”, that is the channel of information, which by using of measuring device sensibly reacts on the deflections of the system and produces a command, creating counteraction or cooperation, and quench or increase vibration. The mixed system of vibrations, which consists of two independent excitation forces, is investigated: harmonic inertia force and force of additional adaptive control by type of „negative” dry friction. Efficiency of the adaptive force action is shown in rapid realization of transition process in the flow of a few periods, comparing to by variables in time harmonic forces which provide in the best cases in five times the greater transition process.

Клоков А., Виба Я. Моделирование возмущения смешанной системы

Рассмотрена новая возможность в управлении нелинейной активной виброзащитной системы с помощью адаптивной силы. Эта возможность заключается в присоединении к вибрирующему объекту автоматического управляющего устройства, обладающего «обратной связью», т. е. каналом информации, который при использовании измерительного устройства чувствительно реагирует на отклонения системы и вырабатывает команду, создающую противодействие или взаимодействие, и гасит или увеличивает вибрацию. Исследована смешанная система колебаний, которая состоит из двух независимых сил возмущения: гармоническая инерционная сила и сила дополнительного адаптивного управления типа „отрицательного” сухого трения. Показана эффективность действия адаптивной силы для быстрой реализации переходных процессов в течении нескольких периодов, сравнивая с переменными по времени гармоническими силами, которые обеспечивают в лучших случаях в пять раз больший процесс перехода.